

## **Dynamika ubóstwa w miejskich i wiejskich gospodarstwach domowych**

---

**Streszczenie.** *W artykule wykorzystano metodę analizy zdarzeń o czasie dyskretnym do badania dynamiki ubóstwa w miejskich i wiejskich gospodarstwach domowych. Przeprowadzono analizę z zastosowaniem nieparametrycznych estymatorów funkcji ryzyka oraz modeli logitowych, będących modelami trwania o czasie dyskretnym. Na podstawie badania dotyczącego lat 2000–2013 można stwierdzić, że gospodarstwa domowe zamieszkujące wieś przebywają krócej w sferze poza ubóstwem oraz dłużej w sferze ubóstwa niż gospodarstwa miejskie. Ponadto gospodarstwa domowe miejskie mają większe szanse na wyjście ze sfery ubóstwa i mniejsze szanse wejścia do tej sfery niż gospodarstwa wiejskie.*

**Słowa kluczowe:** dynamika ubóstwa, analiza przeżycia, model analizy historii zdarzeń o czasie dyskretnym.

---

Ubóstwo jest zjawiskiem występującym praktycznie na całym świecie. Bieda jest problemem widocznym w wielu państwach afrykańskich, gdzie ludność umiera z powodu głodu i niedożywienia, nie mając środków na zaspokojenie potrzeb najniższego rzędu. Jest również problemem w krajach rozwiniętych, w których ubóstwo ma charakter względny i przyjmuje postać wyrażaną sformułowaniem „mam mniej niż inni”, co prowadzi do frustracji i niezadowolenia społecznego. Niezależnie od postaci w jakiej występuje, jest zjawiskiem niekorzystnym, które należy dobrze poznać i umiejętnie mu przeciwdziałać.

Szczególnie niebezpieczny jest długi czas przebywania w sferze ubóstwa, co sprzyja wykluczeniu społecznemu, a nawet degradacji biologicznej. Można przypuszczać, że trwałość ubóstwa nie jest taka sama w różnych grupach gospodarstw domowych i zależy od różnych czynników. Celem artykułu jest udzielenie odpowiedzi na pytanie, jak długo gospodarstwa domowe przebywają w sferze ubóstwa oraz poza nią, przy czym ubóstwo będzie postrzegane w kategoriach pieniężnych przez pryzmat dochodów. Analizę przeprowadzono z uwzględnieniem podziału gospodarstw domowych na zamieszkujące wieś i miasto. Celem opracowania jest również porównanie szans na opuszczenie sfery ubóstwa, a także na wejście do niej. Można przypuszczać, że ubóstwo jest trwalsze w przypadku gospodarstw wiejskich i jednocześnie okresy przebywania poza sferą ubóstwa są krótsze w przypadku tych gospodarstw. Obszary wiejskie są zamieszkałe przez ludność, która nie jest wprawdzie często bezrobotna (np.

według Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności — BAEL w 2014 r. stopa bezrobocia na wsi wynosiła 9,5%, natomiast w miastach 8,7%), ale jest przeważnie zatrudniona w rolnictwie i jej dochody nie pozwalają na wystarczające zaspokojenie potrzeb, tym samym ludność ta znajduje się w sferze ubóstwa. Przeszkodą w znalezieniu lepiej płatnej pracy i w zwiększeniu dochodów jest też niskie wykształcenie osób zamieszkujących wieś (prawie 60% ludności na wsi w wieku 15 lat i więcej ma wykształcenie co najwyżej zasadnicze zawodowe, w miastach odsetek ten wynosi ok. 35%).

W opracowaniu wykorzystano metody analizy historii zdarzeń, zwane również metodami analizy trwania lub metodami analizy przeżycia, które pozwalają zbadać dynamikę ubóstwa w miejskich i wiejskich gospodarstwach domowych oraz udzielić odpowiedzi na zadane wyżej pytania.

### *UBÓSTWO CHWILOWE I DŁUGOOKRESOWE*

Problemy z pomiarem ubóstwa pojawiają się już na etapie definiowania zjawiska. Następnie wiążą się z określeniem miernika zamożności, granicy ubóstwa oraz skal ekwiwalentności. Metodologia pomiaru ubóstwa nie będzie omawiana w sposób bardziej szczegółowy, a jedynie zostaną zasygnalizowane jej wybrane aspekty. Szczegółowy bowiem opis metodologii można znaleźć w literaturze przedmiotu, zarówno zagranicznej (Hagenaars, van Praag, 1985; Hagenaars i in., 1994) jak i krajowej (są to przede wszystkim prace Panka<sup>1</sup>).

Zdefiniowanie kategorii ubóstwa jest pierwszym i najważniejszym krokiem na drodze pomiaru i jego charakterystyki. Wszystkie definicje można dopasować do jednej z następujących kategorii określających, że ubóstwo to:

- posiadanie mniej niż obiektywnie zdefiniowane absolutne minimum,
- posiadanie mniej niż inni w społeczeństwie,
- uczucie, że nie ma się wystarczająco dużo, aby sobie poradzić.

Zgodnie z pierwszą kategorią ubóstwo jest absolutne (bezwzględne), zgodnie z drugą — relatywne (względne), natomiast według trzeciej kategorii może być absolutne, relatywne lub mieszane. Kolejna różnica pomiędzy kategoriami polega na tym, że trzecia kategoria definiuje ubóstwo jako subiektywną sytuację, podczas gdy pierwsza i druga kategoria — jako obiektywną (Hagenaars, de Vos, 1988).

Badane jednostki (osoby, rodziny, gospodarstwa domowe) są ubogie w ujęciu absolutnym, kiedy ich potrzeby nie są zaspokajane w sposób wystarczający. Koncepcja ubóstwa relatywnego zawiera natomiast odniesienie do zaspokojenia potrzeb innych jednostek w społeczeństwie (Sączewska-Piotrowska, 2013). Absolutna definicja ubóstwa jest stosowana m.in. przez Bank Światowy (od 1990 r.), a relatywna przez Unię Europejską (od 1975 r.).

W ujęciu subiektywnym oceny poziomu zaspokojenia potrzeb dokonują same badane jednostki, natomiast w przypadku ujęcia obiektywnego ocena jest doko-

---

<sup>1</sup> Przykładowe prace: Panek i in. (1999), Panek (2011).

nywana niezależnie od osobistego wartościowania poziomu zaspokojenia potrzeb przez te jednostki (Panek i in., 1999).

Badając ubóstwo należy również podjąć decyzję, czy będzie ono rozumiane w sposób klasyczny czy wielowymiarowy, tzn. czy będzie postrzegane jedynie w kategoriach pieniężnych (przez pryzmat dochodów lub wydatków) czy w formie niemonetarnej poprzez zasoby materialne (np. dobra trwałego użytku, mieszkanie itd.). Zwolennikiem podejścia wielowymiarowego jest m.in. noblista Amartya Sen. W artykule przyjęto klasyczny sposób postrzegania ubóstwa.

Szczególnie istotnym problemem jest podział na ubóstwo przejściowe i chroniczne (trwałe, długookresowe). Ubóstwo trwałe bywa interpretowane jako *szczególny przypadek ubóstwa wielowymiarowego, w którym czas jest dodatkowym — poza dochodem (konsumpcją) — wymiarem uwzględnianym w analizie* (Topińska, 2008). Badając ubóstwo należy rozstrzygnąć, czy za ubogie możemy uznać osoby, rodziny lub gospodarstwa domowe, które w sferze ubóstwa znalazły się przejściowo czy też tylko te jednostki, dla których ubóstwo ma charakter trwały, spowodowany poważnym naruszeniem podstaw ekonomicznych ich funkcjonowania, przejawiającym się w trwałym braku środków do życia na odpowiednim poziomie. Drugie z rozwiązań wymaga prowadzenia analiz ubóstwa w ujęciu dynamicznym i obserwacji warunków życia tych samych osób (rodzin, gospodarstw domowych) w dłuższym okresie, czyli wykorzystując w analizach dane panelowe (Panek, 2008).

W badaniach ubóstwa uwzględniających czas jest stosowanych pięć głównych rodzajów metod (Rodgers, Rodgers, 1993; Layte, Fouarge, 2004). Metoda *n*-letniego wskaźnika dochodu do potrzeb (*n-year income to needs ratio method*) opiera się na pojęciu stałego dochodu, a za trwale ubogie uważa się jednostki z zagregowanymi dochodami z okresu *n*-lat mniejszymi niż zagregowane potrzeby z danego okresu. Podejście takie stosowali w analizach m.in. Duncan i Rogers (1991).

Bardziej skomplikowana jest metoda oparta na modelu o nazwie angielskiej *model-based approach* polegającym na dekompozycji stosunku dochodów do potrzeb na składniki trwałe i przejściowe, pozwalająca tym samym szacować ubóstwo trwałe (Lillard, Willis, 1978; Duncan, Rodgers, 1991; Fouarge, Muffels, 2000).

Metoda komponentowa (*components approach*) oparta na koncepcji stałej konsumpcji lub stałego dochodu. W metodzie tej po wygładzeniu błędów pomiarowych i przejściowych zmian w dochodach/konsumpcji otrzymuje się stały składnik dochodu/konsumpcji, a za trwale ubogą uznaje się osobę, której ten składnik leży poniżej linii ubóstwa. Metodę komponentową stosowali m.in. Rodgers i Rodgers (1993), Jalan i Ravallion (1998) oraz Duclos i in. (2010).

Metoda odsetka *n*-lat w ubóstwie (*fraction of n-years in poverty approach*) jest uznawana za prostą metodę, w której liczona jest liczba lat spędzonych poniżej granicy ubóstwa, a następnie na podstawie ustalonego punktu odcięcia (z reguły połowa liczby badanych lat) ocenia się, czy ubóstwo trwałe pojawiło się czy nie (np. Coe, 1978; Duncan i in., 1984; Gaiha, Deolalikar, 1991; Topiń-

ska, 2005; Sączewska-Piotrowska, 2014). Inna możliwość to stworzenie profilu uwzględniającego zarówno długość okresów ubóstwa (nieprzerwany okres przebywania w sferze ubóstwa), jak i liczbę lat spędzonych w ubóstwie (łączna liczba lat niezależnie od tego, czy ubóstwo ma charakter ciągły czy jest poprzepłatanie okresami przebywania poza sferą ubóstwa). Podejście takie stosowali Muffels i in. (2000) oraz Fouarge i Layte (2003).

Metoda oparta na analizie liczby okresów (*spell-based approach*) wykorzystuje metody analizy przeżycia do oszacowania czasu trwania w sferze ubóstwa, jak również do oceny szans wyjścia z tej sfery (w zależności od okresu trwania ubóstwa i w zależności od różnych cech badanych jednostek) oraz zajmuje się szacowaniem średniego okresu trwania ubóstwa. Prekursorami tego podejścia byli Bane i Ellwood (1986), którzy brali pod uwagę pojedyncze okresy spędzone w ubóstwie oraz poza tą sferą. Stevens (1994, 1999) analizując ubóstwo brała pod uwagę wszystkie okresy spędzone przez gospodarstwa domowe w sferze ubóstwa oraz poza nią. Badaniem ubóstwa z wykorzystaniem metod analizy historii zdarzeń zajmowali się również m.in. Fouarge i Layte (2005), Callens i Croux (2009) oraz Andriopoulou i Tsakoglou (2011). Zaletą metody opartej na liczbie okresów jest to, że uwzględnia problem cenzurowania obserwacji, tzn. czy początek i koniec sekwencji okresów spędzonych w ubóstwie oraz poza sferą ubóstwa jest znany czy też nie. Ze względu na tę zaletę w analizie dynamiki ubóstwa wykorzystano metodę opartą na analizie liczby okresów.

#### DANE WYKORZYSTANE W BADANIU

W badaniu wykorzystano dane pochodzące z siedmiu etapów panelu z lat 2000—2013 zrealizowanego w ramach projektu *Diagnoza społeczna...* (2013). Jako wskaźnik zamożności przyjęto dochody netto gospodarstw domowych w Polsce w lutym/marcu w latach: 2000, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011 i 2013. W celu uwzględnienia różnic występujących w wielkości i składzie demograficznym gospodarstw domowych obliczono dochody ekwiwalentne stosując zmodyfikowaną skalę OECD. Skala ta przypisuje pierwszej dorosłej osobie w gospodarstwie wartość 1, a każdej następnej z dorosłych osób wartość 0,5, natomiast dziecku (osoba poniżej 14 lat) wartość 0,3. Gospodarstwo domowe uznano za ubogie, gdy jego dochód był mniejszy niż 60% mediany rozkładów dochodów ekwiwalentnych w danym roku.

Przeprowadzona analiza dynamiki ubóstwa z wykorzystaniem metod analizy przeżycia opierała się na niebilansowanym panelu liczącym 23844 gospodarstwa domowe. Badanie takie oznacza, że brane są pod uwagę gospodarstwa domowe uczestniczące w różnej liczbie etapów panelu, np. część mogła uczestniczyć tylko w dwóch etapach, a część w trzech itd. W panelu 747 gospodarstw domowych oczekiwało na pierwsze wejście do sfery ubóstwa (w ich przypadku znany był początek okresu oczekiwania na pierwsze wejście) oraz 749 oczekiwało na pierwsze wyjście ze sfery ubóstwa (znany początek okresu oczekiwania na pierwsze wyjście). Do badania okresów oczekiwania na pierwsze wejście

i pierwsze wyjście wykorzystano metody analizy historii zdarzeń o czasie dyskretnym.

## METODY ANALIZY HISTORII ZDARZEŃ O CZASIE DYSKRETNYM — PODSTAWOWE POJĘCIA

Analiza historii zdarzeń jest ogólnym pojęciem odnoszącym się do grupy statystycznych metod pozwalających analizować czas oczekiwania na wystąpienie zdarzenia (Mills, 2011). Przez zdarzenie (*event*) należy rozumieć każdą zmianę w wartościach cechy pierwotnej powodującą przejście z jednego stanu w drugi. Cechy pierwotne identyfikują stan pobytu, natomiast cechy wtórne różnicują między sobą jednostki będące w tym samym stanie pobytu (Frątczak i in., 2005). Okres oczekiwania na wystąpienie zdarzenia  $T$  nazywany jest czasem przeżycia czy też trwania lub epizodem (*survival time, duration, spell*). Czas przeżycia jest nieujemną zmienną losową wyrażoną w latach, miesiącach, tygodniach, dniach itd. Konkretna wartość  $T$  jest oznaczana jako  $t$ . Zmienna  $T$  może być zmienną o czasie ciągłym lub dyskretnym. W pierwszym przypadku czas wystąpienia zdarzenia jest dokładnie znany, a w drugim znany jest tylko przedział czasu, w którym wystąpiło zdarzenie. W przeprowadzonym badaniu wykorzystano dane panelowe, czyli czas zdarzeń był mierzony w przedziałach dyskretnych  $t=1, 2, \dots$  i tym samym czas oczekiwania na wystąpienie zdarzenia traktowano jako zmienną o czasie dyskretnym. Zdarzeniem było wejście do sfery ubóstwa (w przypadku badania czasu przeżycia poza tą sferą) oraz wyjście ze sfery ubóstwa (badanie czasu trwania w tej sferze).

Należy podkreślić, że w badaniach społecznych i ekonomicznych wiele zdarzeń może występować więcej niż jeden raz. Zjawisko ubóstwa może również dotyczyć gospodarstwa domowe wielokrotnie — gospodarstwa mogą bowiem wchodzić do sfery ubóstwa, jak również wychodzić z niej, co oznacza, że zdarzenia mogą się powtarzać. W praktyce, czas przeżycia jest czasem oczekiwania na zdarzenie (najczęściej na pierwsze) lub czasem pomiędzy kolejnymi zdarzeniami (np. pomiędzy drugim i trzecim). Niektórzy autorzy podkreślają, że w przypadku małej średniej liczby epizodów (mniej niż dwa) analizę należy ograniczyć do pierwszego epizodu (Allison, 2010). W przeprowadzonej analizie czasu oczekiwania na wyjście ze sfery ubóstwa i wejście do niej liczba epizodów przypadająca na gospodarstwo domowe była mniejsza niż dwa i z tego powodu analizę ograniczono do pierwszych epizodów.

Często pojawiają się jednak sytuacje, w których historia epizodu nie jest kompletna, co wiąże się z występowaniem lewostronnego i prawostronnego cenzurowania. Oznacza to, że pewne epizody zaczynają się lub kończą poza okresem obserwacji. W analizie uwzględniono tylko epizody rozpoczynające się w trakcie okresu obserwacji, czyli nie brano pod uwagę epizodów lewostronnie cenzurowanych. Z siedmiu etapów panelu wykorzystano do konstrukcji warunku „wejścia do badania” dwa pierwsze i tym samym maksymalnie pięć etapów badania mogło zostać wykorzystanych w analizie wejść do sfery ubóstwa (wyjść

ze sfery ubóstwa). W przypadku analizy wyjść ze sfery ubóstwa wymagano, aby gospodarstwo domowe w pierwszym okresie było poza sferą ubóstwa, ubogie w drugim okresie badania i dopiero od trzeciego okresu obserwowano, czy gospodarstwo wyszło ze sfery ubóstwa. Analogiczna sytuacja miała miejsce w przypadku analizy wejść do sfery ubóstwa, tj. w pierwszym okresie gospodarstwo ubogie, w drugim — poza sferą ubóstwa, a obserwacja zdarzenia (wejścia do sfery ubóstwa) następowała od trzeciego okresu.

Kluczowymi pojęciami występującymi w analizie trwania są funkcja hazardu (ryzyka, intensywności zdarzeń) —  $\lambda(t)$  oraz funkcja przeżycia —  $S(t)$ . Funkcja hazardu o czasie dyskretnym określa prawdopodobieństwo tego, że zdarzenie pojawi się w przedziale  $t$  pod warunkiem, że zdarzenie nie wystąpi do czasu  $t$  (Mills, 2011):

$$h(t) = P(T = t | T \geq t) \quad (1)$$

Funkcja przeżycia (*survival function, survivor function*) określa prawdopodobieństwo, że zdarzenie nie wystąpi przed czasem  $t$  (Mills, 2011; Steele, Washbrook, 2013):

$$S(t) = P(T \geq t) \quad (2)$$

Funkcja przeżycia może być również zdefiniowana w odniesieniu do dystrybuanty  $F(t)$ , która wyraża prawdopodobieństwo, że zdarzenie wystąpi przed czasem  $t$ :

$$F(t) = P(T < t) = 1 - S(t) \quad (3)$$

Analizę trwania często rozpoczyna się od metod nieparametrycznych, w przypadku których nie przyjmuje się żadnego założenia dotyczącego kształtu funkcji ryzyka oraz wpływu oddziaływania zmiennych objaśniających na kształt tej funkcji, a wpływ zmiennych ujawnia się w analizach przeprowadzonych z uwzględnieniem podziału badanej zbiorowości na grupy względem wybranej zmiennej. Najbardziej znanymi nieparametrycznymi estymatorami funkcji ryzyka są estymatory — aktuarialny oraz Kaplana-Meiera. Nieparametryczne metody są dobrą metodą do zrozumienia podstaw i dokonania opisu, przy czym estymator aktuarialny jest dobry w przypadku dużych zbiorów danych oraz gdy czas zdarzeń nie jest precyzyjnie mierzony, z kolei estymator Kaplana-Meiera jest bardziej korzystny dla mniejszych prób oraz w przypadku danych mierzonych precyzyjnie (Mills, 2011). Estymator aktuarialny, będący tradycyjną metodą konstrukcji tablic życia, określony jest wzorem (Kalbfleisch, Prentice, 2002):

$$\hat{h}(t) = \frac{d(t)}{r(t) - \frac{w(t)'}{2}} \quad (4)$$

gdzie:

$r(t)$  — liczba jednostek narażonych na wystąpienie zdarzenia na początku przedziału  $t$ ,

$d(t)$  — liczba zdarzeń obserwowanych w przedziale  $t$ ,

$w(t)$  — liczba przypadków cenzurowanych w przedziale  $t$ .

W przypadku estymatora określonego wzorem (4) przyjęte jest założenie, że czasy cenzurowania są równomiernie rozłożone w przedziale  $t$ . Część estymatorów zakłada w mianowniku  $r(t) - w(t)$ , czyli występowanie cenzurowania na początku każdego przedziału lub  $r(t)$ , czyli przypadki ocenzurowane są ignorowane (cenzurowanie występuje na końcu każdego przedziału). W takiej sytuacji, gdy  $\hat{h}(t) = d(t)/r(t)$ , mamy do czynienia z estymatorem proporcji w populacji. Estymator ten w przypadku skończonej liczby momentów, w których może dojść do zdarzenia oraz dużej liczby narażonych jednostek (w każdym momencie dochodzi co najmniej do jednego zdarzenia), jest równoważny znanemu i powszechnie stosowanemu estymatorowi Kaplana-Meiera (Jackowska, Wycinka, 2009).

Estymator funkcji przeżycia dla przedziału  $t$  jest określony wzorem:

$$\hat{S}(t) = (1 - \hat{h}(1))(1 - \hat{h}(2)) \dots (1 - \hat{h}(t - 1)) = \hat{S}(t - 1)(1 - \hat{h}(t - 1)) \quad (5)$$

Dysponując oszacowaną funkcją ryzyka można zatem w bardzo prosty sposób uzyskać oszacowanie funkcji przeżycia, licząc odpowiedni iloczyn.

### MODEL ANALIZY HISTORII ZDARZEŃ O CZASIE DYSKRETNYM

W analizie historii zdarzeń o czasie dyskretnym kluczową rolę odgrywa odpowiednia struktura danych. Typowy zbiór danych jest plikiem „opartym na jednostce” (*individual-based file*), w którym na każdą jednostkę przeznaczony jest jeden wiersz (tabl. 1).

TABL. 1. STRUKTURA DANYCH „OPARTA NA JEDNOSTCE”

| Jednostka $i$ | Czas $t_i$ | Cenzurowanie $\delta_i$ |
|---------------|------------|-------------------------|
| 1 .....       | 2          | 1                       |
| 2 .....       | 4          | 1                       |
| 3 .....       | 3          | 0                       |

Źródło: opracowanie własne.

Taka struktura danych zawiera informację o: numerze jednostki, czasie oczekiwania na wystąpienie zdarzenia oraz cenzurowaniu, która to zmienna przyjmuje wartość 1, gdy obserwacja jest kompletna oraz wartość 0, gdy jest cenzuro-

wana. Opisany w tabl. 2 model dyskretny wymaga, aby zbiór danych miał strukturę „jednostka-okres” (*person-period file*).

TABL. 2. STRUKTURA DANYCH „JEDNOSTKA-OKRES”

| Jednostka $i$ | Czas $t$ | $y_i(t)$ |
|---------------|----------|----------|
| 1 .....       | 1        | 0        |
| 1 .....       | 2        | 1        |
| 2 .....       | 1        | 0        |
| 2 .....       | 2        | 0        |
| 2 .....       | 3        | 0        |
| 2 .....       | 4        | 1        |
| 3 .....       | 1        | 0        |
| 3 .....       | 2        | 0        |
| 3 .....       | 3        | 0        |

Źródło: jak przy tabl. 1.

W przypadku zaprezentowanej struktury danych  $y_i(t)=1$ , gdy zdarzenia doświadcza jednostka  $i$  w okresie  $t$ , natomiast  $y_i(t)=0$ , gdy zdarzenie nie występuje. Zmienną objaśnianą w modelu dyskretnym jest opisany wskaźnik wystąpienia zdarzenia. Funkcję hazardu o czasie dyskretnym dla  $i$ -tej jednostki można zapisać następująco (Steele, 2005):

$$h_i(t) = P(y_i(t) = 1 | y_i(t-1) = 0) \quad (6)$$

Wskaźnik wystąpienia zdarzenia można analizować stosując odpowiedni model dyskretny, zwany modelem analizy historii zdarzeń o czasie dyskretnym (*discrete-time event history model*). Najczęściej stosowanym modelem jest model logitowy:

$$\text{logit}[h_i(t)] = \log\left[\frac{h_i(t)}{1-h_i(t)}\right] = \alpha(t) + \beta^T \mathbf{x}_i(t) \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{x}_i(t)$  oznacza wektor zmiennych (zmienne mogą być niezależne lub zależne od czasu), natomiast  $\alpha(t)$  jest funkcją czasu zwaną logitem hazardu bazowego (*logit of the baseline hazard function*). Można go interpretować jako warunkowe prawdopodobieństwo doświadczenia zdarzenia w czasie  $T=t$  w przypadku, gdy wszystkie wartości wektora zmiennych są równe 0. Funkcja ta może przybrać postać funkcji liniowej czy kwadratowej. W najbardziej elastycznym modelu, wykorzystywanym często w praktyce, czas jest traktowany jako zmienna zero-jedynkowa z kategorią określoną dla każdego czasu wystąpienia zdarzenia (Steele, 2005; Tekle, Vermunt, 2012):

$$\alpha(t) = \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \dots + \alpha_m D_m \quad (8)$$



gdzie  $D_1, D_2, \dots, D_m$  są zmiennymi zero-jedynkowymi wskazującymi okres czasu  $t$  ( $D_t = 1$ , gdy  $T = t$  oraz 0 w przeciwnym wypadku). Funkcja (8) często jest zapisywana w równoważnej postaci:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \dots + \alpha_{m-1} D_{m-1} \quad (9)$$

gdzie jeden z czasów wystąpienia zdarzenia jest wybrany jako punkt odniesienia, a wyraz wolny  $\alpha_0$  jest stały dla wszystkich jednostek i we wszystkich okresach  $t$ . W takiej sytuacji  $\text{logit}[h_i(t)] = \alpha_0$  jest logitem hazardu bazowego dla okresu przyjętego za punkt odniesienia. W celu otrzymania oszacowanej funkcji hazardu bazowego należy użyć następującego przekształcenia:

$$h_i(t) = \frac{1}{1 + \exp[-(\alpha(t))]} \quad (10)$$

W modelu (7) współczynniki  $\beta$  są interpretowane przy pomocy pojęcia ilorazu szans (*odds ratio*). Szansa jest relacją prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia do prawdopodobieństwa jego niewystąpienia (Jackowska, 2011). W modelach zastosowanych w analizie ubóstwa uwzględniona zmienna, klasa miejscowości zamieszkania, przyjmowała dwie wartości: 1 — miasto, 0 — wieś. Iloraz szans  $\exp(\beta)$  w odniesieniu do zmiennych zero-jedynkowych pokazuje, ile razy zmienia się szansa<sup>2</sup> u jednostki, dla której zmienna przyjmuje wartość 1 względem jednostki, dla której ta zmienna przyjmuje wartość 0, przy niezmiennych wartościach pozostałych zmiennych objaśniających (Jackowska, Wycinka, 2011). Same współczynniki  $\beta$  informują jedynie o tym, że szansa na wystąpienie zdarzenia jest większa, gdy  $\beta > 0$  lub mniejsza, gdy  $\beta < 0$  u jednostki, dla której zmienna przyjmuje wartość 1 niż u jednostki, dla której zmienna przyjmuje wartość 0.

Model (7) jest przeważnie modelem proporcjonalnych szans (*proportional odds*), tzn. zakłada, że efekt zmiennych  $x(t)$  jest stały w trakcie czasu obserwacji. W opracowaniu szacowano model proporcjonalnych szans. Aby uwzględnić efekt działania zmiennej zależnie od czasu, wystarczy włączyć do modelu interakcje pomiędzy  $x(t)$  i  $\alpha(t)$ , a wtedy model ten jest modelem nieproporcjonalnych szans (*nonproportional odds*).

Parametry logitowego modelu analizy historii zdarzeń estymowane są zazwyczaj metodą największej wiarygodności, a weryfikację modelu przeprowadza się stosując testy i miary stosowane w przypadku weryfikacji standardowych modeli logitowych. Do testowania statystycznej istotności poszczególnych parametrów można zastosować test wykorzystujący statystykę  $z$  o rozkładzie  $N(0,1)$ , nato-

<sup>2</sup> W przypadku niekorzystnych zjawisk mówi się często o ryzyku zamiast o szansie.

miast do testowania statystycznej istotności wszystkich parametrów przy zmiennych objaśniających — test ilorazu wiarygodności. Hipoteza zerowa testu  $LR$  głosi, że wszystkie parametry są równe 0, przy czym hipoteza alternatywna, że przynajmniej jeden z parametrów jest różny od 0. Statystyka ilorazu wiarygodności jest określona wzorem (Gruszczyński, 2001):

$$LR = -2(\ln L_0 - \ln L_{FM}) \quad (11)$$

gdzie  $L_{FM}$  jest wiarygodnością oszacowanego modelu (zawierającego zmienne objaśniające),  $L_0$  jest wiarygodnością modelu zawierającego jedynie wyraz wolny. Statystyka  $LR$  ma dla dużych prób rozkład  $\chi^2$  z  $k$  stopniami swobody, gdzie  $k$  jest liczbą zmiennych objaśniających w modelu.

Do oceny jakości dopasowania modelu można również zastosować kryterium informacyjne Akaikego, które pozwala porównać ze sobą modele różniące się jedynie zestawem zmiennych objaśniających. Kryterium informacyjne Akaikego wyraża się wzorem (Książek, 2013):

$$AIC = -2 \ln L_{FM} + 2k \quad (12)$$

Do opisu badanego zjawiska należy wybierać modele o minimalnej wartości  $AIC$ .

### *ANALIZA PRZEŻYCIA GOSPODARSTW DOMOWYCH POZA SFERĄ UBÓSTWA*

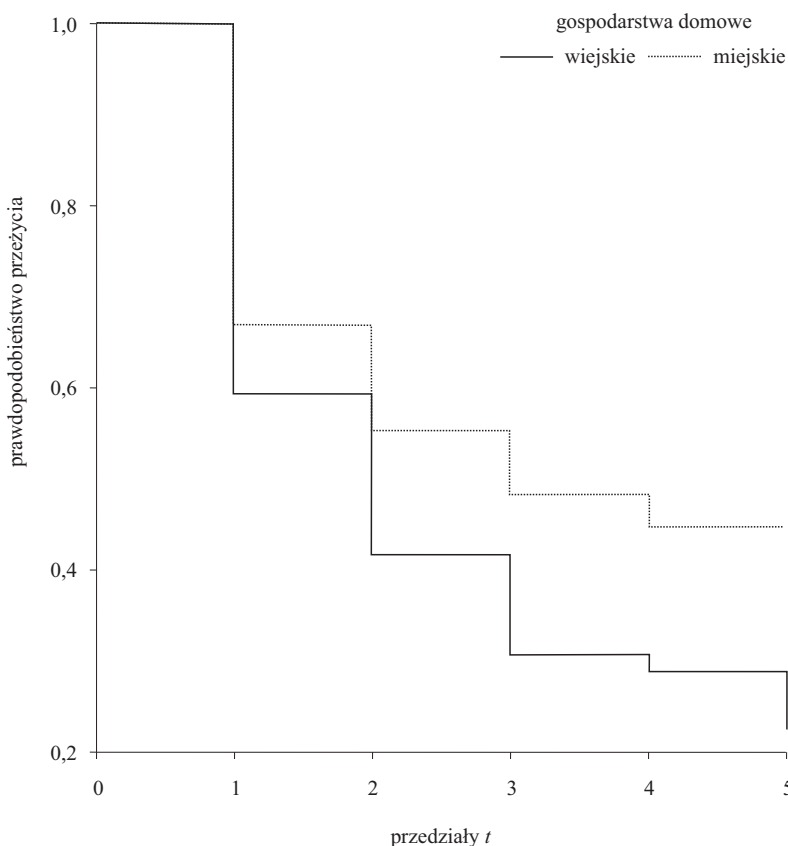
Analizę czasu trwania poza sferą ubóstwa przeprowadzono w kilku etapach. W pierwszej kolejności oszacowano funkcje hazardu i przeżycia poza sferą ubóstwa, wykorzystując w tym celu estymator aktuarialny. Przyjęto przy tym założenie, że czas cenzurowania jest równomiernie rozłożony w przedziale  $t$  (tabl. 3 i wykr. 1).

**TABL. 3. OSZACOWANE FUNKCJE HAZARDU I PRZEŻYCIA POZA SFERĄ UBÓSTWA  
NA PODSTAWIE TRADYCYJNEJ METODY KONSTRUKCJI TABLIC TRWANIA ŻYCIA**

| Przedziały $t$ | Funkcja hazardu |                       |                       | Funkcja przeżycia |                       |                       |
|----------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
|                | ogółem          | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie | ogółem            | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie |
| 1 .....        | 0,37572         | 0,40720               | 0,32998               | 0,62428           | 0,59280               | 0,67002               |
| 2 .....        | 0,24552         | 0,29565               | 0,17391               | 0,47101           | 0,41754               | 0,55349               |
| 3 .....        | 0,20513         | 0,26087               | 0,12500               | 0,37439           | 0,30861               | 0,48431               |
| 4 .....        | 0,06667         | 0,06061               | 0,07407               | 0,34943           | 0,28991               | 0,44843               |
| 5 .....        | 0,10526         | 0,22222               | 0,00000               | 0,31265           | 0,22549               | 0,44843               |

Źródło: opracowanie własne na podstawie *Diagnozy Społecznej...* (2013).

Wykr. 1. KRZYWE PRZEŻYCIA POZA SFERĄ UBÓSTWA



Źródło: opracowanie własne na podstawie *Diagnoza...* (2013).

Można zauważyć, że prawdopodobieństwo wejścia do sfery ubóstwa w przypadku gospodarstw miejskich spada wraz z czasem spędzonym poza sferą ubóstwa, natomiast w przypadku wiejskich gospodarstw domowych spadek tego prawdopodobieństwa jest widoczny w pierwszych czterech okresach, tzn. w ciągu ośmiu lat (przerwy pomiędzy kolejnymi etapami panelu wynosiły dwa lata). Prawdopodobieństwo wejścia do sfery ubóstwa gospodarstwa wiejskiego po dziesięciu latach, pod warunkiem, że zdarzenie to wcześniej nie wystąpiło, wynosi ok. 22%. Miejskie gospodarstwa domowe przebywają dłużej poza sferą ubóstwa niż wiejskie gospodarstwa — na wyk. 1 krzywa przeżycia wyznaczona dla gospodarstw miejskich leży powyżej krzywej wyznaczonej dla gospodarstw wiejskich. Na podstawie dokładnych wyników obliczeń zaprezentowanych w tabl. 3 można stwierdzić, że dwa lata poza sferą ubóstwa przebywa odpowiednio 67% i 59,3% gospodarstw miejskich i wiejskich, natomiast dziesięć lat i więcej poza sferą ubóstwa przebywa 44,8% gospodarstw miejskich oraz tylko 22,5% gospodarstw zamieszkujących wieś.

W kolejnym kroku oszacowano model analizy historii zdarzeń o czasie dyskretnym. Model szacowano w dwóch wariantach. W pierwszym wariantcie (model 1) uwzględniono jedynie zmienne zero-jedynkowe reprezentujące liczbę okresów spędzonych poza sferą ubóstwa. W drugim wariantcie (model 2) do modelu bazowego dodano zmienną — klasa miejscowości zamieszkania (*KMZ*), co pozwoliło odpowiedzieć na pytanie, czy miejsce zamieszkania (wieś lub miasto) istotnie wpływa na ryzyko wejścia do sfery ubóstwa. Strukturę danych<sup>3</sup> niezbędną do oszacowania modelu 2 zaprezentowano w tabl. 4. Do oszacowania modelu 1 wykorzystano dane z wyłączeniem ostatniej kolumny.

**TABL. 4. STRUKTURA DANYCH ZASTOSOWANA DO OSZACOWANIA MODELU 2**

| Gospodarstwo <i>i</i> | <i>t</i> | <i>D</i> <sub>2</sub> | <i>D</i> <sub>3</sub> | <i>D</i> <sub>4</sub> | <i>D</i> <sub>5</sub> | <i>y<sub>i</sub>(t)</i> | <i>KMZ</i> |
|-----------------------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------|------------|
| 1 .....               | 1        | 1                     | 0                     | 0                     | 0                     | 0                       | 0          |
| 1 .....               | 2        | 0                     | 1                     | 0                     | 0                     | 1                       | 0          |
| 2 .....               | 1        | 0                     | 1                     | 0                     | 0                     | 0                       | 1          |
| 2 .....               | 2        | 0                     | 0                     | 1                     | 0                     | 0                       | 1          |
| 2 .....               | 3        | 0                     | 0                     | 0                     | 1                     | 0                       | 1          |
| 2 .....               | 4        | 1                     | 0                     | 0                     | 0                     | 1                       | 1          |
| 3 .....               | 1        | 1                     | 0                     | 0                     | 0                     | 0                       | 1          |
| 3 .....               | 2        | 0                     | 1                     | 0                     | 0                     | 0                       | 1          |
| 3 .....               | 3        | 0                     | 0                     | 1                     | 0                     | 0                       | 1          |

Źródło: jak przy tabl. 3.

Dysponując odpowiednią strukturą danych, oszacowano modele logitowe ryzyka wejścia do sfery ubóstwa (tabl. 5).

**TABL. 5. WYNIKI ESTYMACJI MODELI LOGITOWYCH RYZYKA WEJŚCIA DO SFERY UBÓSTWA**

| Wyszczególnienie   | Model 1                         |              |               | Model 2                         |              |               |
|--|---------------------------------|--------------|---------------|---------------------------------|--------------|---------------|
|  | współczynnik (błąd standardowy) | iloraz szans | hazard bazowy | współczynnik (błąd standardowy) | iloraz szans | hazard bazowy |
| Wejście do sfery ubóstwa po okresie przebywania poza ubóstwem: |                                 |              |               |                                 |              |               |
| jednym ( <i>D</i> <sub>1</sub> ) .....                         | referencyjny                    |              | 0,30697       | referencyjny                    |              | 0,34728       |
| dwóch ( <i>D</i> <sub>2</sub> ) .....                          | -0,58748**<br>(0,17962)         | 0,55573      | 0,19753       | -0,59039**<br>(0,18039)         | 0,55411      | 0,22769       |
| trzech ( <i>D</i> <sub>3</sub> ) .....                         | -0,84391**<br>(0,28409)         | 0,43003      | 0,16000       | -0,84139**<br>(0,28509)         | 0,43111      | 0,18658       |
| czterech ( <i>D</i> <sub>4</sub> ) .....                       | -2,13012**<br>(0,72977)         | 0,11882      | 0,05000       | -2,15074**<br>(0,73066)         | 0,11640      | 0,05832       |
| pięciu ( <i>D</i> <sub>5</sub> ) .....                         | -2,01889<br>(1,03203)           | 0,13280      | 0,05556       | -1,96875<br>(1,03357)           | 0,13963      | 0,06916       |

<sup>3</sup> Numery gospodarstw domowych w tabl. 3 nie odpowiadają numerom gospodarstw z bazy danych.

**TABL. 5. WYNIKI ESTYMACJI MODELI LOGITOWYCH  
RYZYKA WEJŚCIA DO SFERY UBÓSTWA (dok.)**

| Wyszczególnienie                       | Model 1                            |              |                  | Model 2                            |              |                  |
|--|------------------------------------|--------------|------------------|------------------------------------|--------------|------------------|
|  | współczynnik<br>(błąd standardowy) | iloraz szans | hazard<br>bazowy | współczynnik<br>(błąd standardowy) | iloraz szans | hazard<br>bazowy |
| Klasa miejscowości zamieszkania (KMZ): |                                    |              |                  |                                    |              |                  |
| wieś .....                             | x                                  | x            | x                | referencyjny                       | x            | x                |
| miasto .....                           | x                                  | x            | x                | -0,46286**<br>(0,14253)            | 0,62948      | x                |
| Stała .....                            | -0,81432***<br>(0,07938)           | x            | x                | -0,63100***<br>(0,09593)           | x            | x                |
| AIC .....                              | 1283,1                             |              |                  | 1274,3                             |              |                  |
| Test LR:                               |                                    |              |                  |                                    |              |                  |
| liczba stopni swobody                  | 4                                  |              |                  | 5                                  |              |                  |
| $\chi^2$ .....                         | 36,815***                          |              |                  | 47,599***                          |              |                  |

U w a g a. Współczynnik referencyjny — kategoria stanowiąca punkt odniesienia; \*  $p < 0,05$ ; \*\*  $p < 0,01$ ; \*\*\*  $p < 0,001$ .

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 3.

W modelu 1 zmienne opisujące czas trwania poza sferą ubóstwa są statystycznie istotne na poziomie 0,01. Jedynie wejście do sfery ubóstwa po pięciu okresach jest istotne na poziomie 0,1, czego przyczyną jest niewielka liczba zaobserwowanych wejść do tej sfery po tak długim czasie spędzonym poza nią. Można zauważyć, że ryzyko wejścia do sfery ubóstwa maleje wraz z czasem spędzonym poza tą sferą. Warto zaznaczyć, że hazard bazowy oszacowany na podstawie modelu różni się od oszacowań uzyskanych za pomocą estymatora aktuarialnego (tabl. 3). Przykładowo, ryzyko wejścia do sfery ubóstwa po jednym okresie spędzonym poza nią wynosiło niecałe 31%, natomiast ryzyko wejścia po czterech okresach — 5%. W przypadku modelu 2 oszacowany hazard bazowy dla każdego okresu czasu odnosił się do grupy referencyjnej, czyli w analizowanym modelu do gospodarstw domowych zamieszkujących wieś. Klasa miejscowości zamieszkania istotnie różnicuje (na poziomie istotności 0,01) ryzyko wejścia do sfery ubóstwa. Na podstawie oszacowanego modelu można twierdzić, że gospodarstwa zamieszkujące miasta cechują się o 37% niższymi szansami wejścia do sfery ubóstwa niż gospodarstwa wiejskie. Porównując oszacowane modele można zauważyć, że kryterium informacyjne *AIC* świadczy o tym, że model 2 jest lepszy niż model 1. Należy jednocześnie podkreślić, że zarówno w modelu 1, jak i w modelu 2 łącznie wszystkie zmienne objaśniające są istotne, o czym świadczą wyniki testu *LR*.

Na podstawie modelu 2 oszacowano funkcje ryzyka i przeżycia poza sferą ubóstwa dla gospodarstw wiejskich i miejskich (tabl. 6).

Oszacowana wartość ryzyka w przypadku  $KMZ=0$  to uzyskany w tabl. 5 hazard bazowy dla modelu 2. Należy zaznaczyć, że oszacowane na podstawie modelu wartości ryzyka oraz przeżycia dla gospodarstw miejskich i wiejskich różnią się od wartości uzyskanych z wykorzystaniem estymatora aktuarialnego (tabl. 3). W związku z występującymi rozbieżnościami obliczono dodatkowo

proporcję z próby (tabl. 7), która w analizowanym przypadku (mała liczba momentów, w których dochodzi do zdarzenia oraz duża liczba narażonych jednostek) jest równoważna estymatorowi Kaplana-Meiera, co zostało potwierdzone odpowiednimi obliczeniami.

**TABL. 6. OSZACOWANE NA PODSTAWIE MODELU 2 FUNKCJE RYZYKA I PRZEŻYCIA POZA SFERĄ UBÓSTWA DLA GOSPODARSTW DOMOWYCH ZAMIESZKUJĄCYCH WIEŚ ( $KMZ=0$ ) I MIASTO ( $KMZ=1$ )**

| Okresy  | $\hat{\alpha}_0$ | $\hat{\alpha}_t$ | $\hat{\beta}_1$ | Oszacowana wartość |          |         |         |           |         |
|---------|------------------|------------------|-----------------|--------------------|----------|---------|---------|-----------|---------|
|         |                  |                  |                 | logitu ryzyka      |          | ryzyka  |         | przeżycia |         |
|         |                  |                  |                 | $KMZ=0$            | $KMZ=1$  | $KMZ=0$ | $KMZ=1$ | $KMZ=0$   | $KMZ=1$ |
| 1 ..... | -0,63100         | 0,00000          | -0,46286        | -0,63100           | -1,09386 | 0,34728 | 0,25089 | 0,65272   | 0,74911 |
| 2 ..... | -0,63100         | -0,59039         | -0,46286        | -1,22139           | -1,68425 | 0,22769 | 0,15653 | 0,50410   | 0,63185 |
| 3 ..... | -0,63100         | -0,84139         | -0,46286        | -1,47239           | -1,93525 | 0,18658 | 0,12617 | 0,41005   | 0,55213 |
| 4 ..... | -0,63100         | -2,15074         | -0,46286        | -2,78174           | -3,24460 | 0,05832 | 0,03752 | 0,38614   | 0,53141 |
| 5 ..... | -0,63100         | -1,96875         | -0,46286        | -2,59975           | -3,06261 | 0,06915 | 0,04468 | 0,35944   | 0,50767 |

Źródło: jak przy tabl. 3.

**TABL. 7. OSZACOWANE FUNKCJE HAZARDU I PRZEŻYCIA POZA SFERĄ UBÓSTWA NA PODSTAWIE PROPORCJI Z PRÓBY**

| Przedziały $t$ | Funkcja hazardu |                       |                       | Funkcja przeżycia |                       |                       |
|----------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
|                | ogółem          | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie | ogółem            | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie |
| 1 .....        | 0,30656         | 0,33793               | 0,26282               | 0,69344           | 0,66207               | 0,73718               |
| 2 .....        | 0,19753         | 0,24286               | 0,13592               | 0,55647           | 0,50128               | 0,63698               |
| 3 .....        | 0,16000         | 0,21429               | 0,09091               | 0,46743           | 0,39386               | 0,57907               |
| 4 .....        | 0,05000         | 0,04167               | 0,06250               | 0,44406           | 0,37745               | 0,54288               |
| 5 .....        | 0,05556         | 0,12500               | 0,00000               | 0,41939           | 0,33027               | 0,54288               |

Źródło: jak przy tabl. 3.

Na podstawie uzyskanych różnymi metodami oszacowań ryzyka i przeżycia można stwierdzić, że założenie przyjęte w przypadku estymatora aktuarialnego o równomiernie rozłożonych czasach cenzurowania w przedziale  $t$  powoduje, że uzyskane oszacowania ryzyka i przeżycia różnią się od oszacowań uzyskanych na podstawie modelu logitowego oraz proporcji z próby i estymatora Kaplana-Meiera. Należy podkreślić, że model logitowy uwzględniający jedynie hazard bazowy dostarcza dokładnie tych samych wyników oszacowań oraz proporcji, jak estymator Kaplana-Meiera, na co zwracają uwagę m.in. Tekle i Vermunt (2012). Wynik ten nie jest przypadkowy, ponieważ dla modeli o czasie dyskretnym przyjmuje się założenie, że zdarzenia i czasy cenzurowania pojawiają się na końcu przedziałów, co oznacza, że ryzyko nie zmienia się w przedziale  $t$ . To samo założenie występuje przy zastosowaniu estymatorów proporcji i Kaplana-Meiera, natomiast w przypadku estymatora aktuarialnego zdarzenia i czasy cenzurowania są równomiernie rozłożone w przedziale  $t$ , co oznacza, że ryzyko ulega zmianom w przedziale  $t$ .

## ANALIZA PRZEŻYCIA GOSPODARSTW DOMOWYCH W SFERZE UBÓSTWA

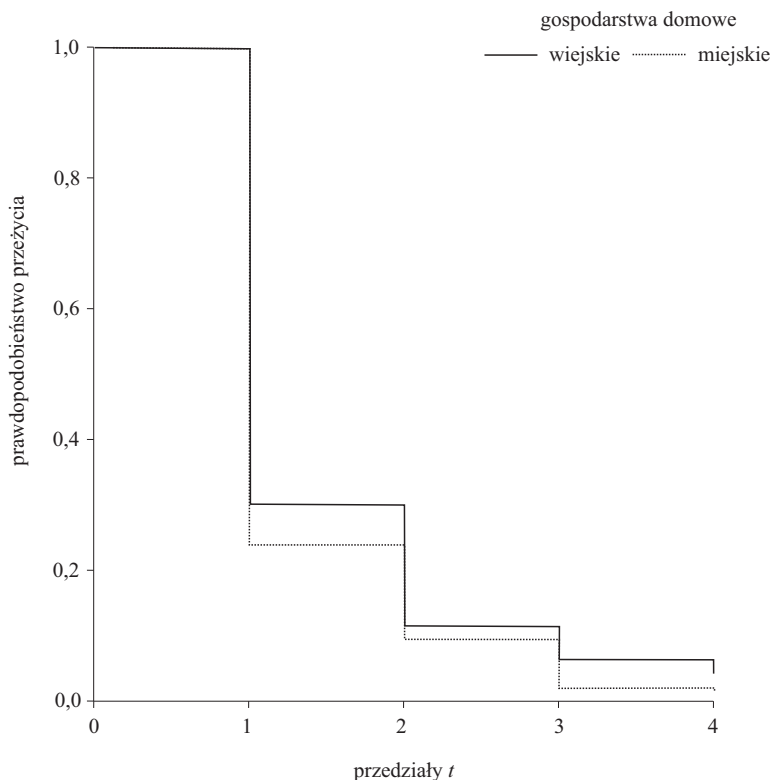
W pierwszej kolejności oszacowano funkcje hazardu oraz przeżycia w sferze ubóstwa stosując estymator aktuarialny (tabl. 8 i wykr. 2). Należy pamiętać, że w przypadku przebywania w sferze ubóstwa hazard ma znaczenie pozytywne, natomiast przeżycie — negatywne.

**TABL. 8. OSZACOWANE FUNKCJE HAZARDU I PRZEŻYCIA W SFERZE UBÓSTWA NA PODSTAWIE TRADYCYJNEJ METODY KONSTRUKCJI TABLIC TRWANIA ŻYCIA**

| Przedziały $t$ | Funkcja hazardu |                       |                       | Funkcja przeżycia |                       |                       |
|----------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
|                | ogółem          | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie | ogółem            | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie |
| 1 .....        | 0,72581         | 0,70013               | 0,75980               | 0,27419           | 0,29987               | 0,24020               |
| 2 .....        | 0,61905         | 0,62185               | 0,61538               | 0,10445           | 0,11340               | 0,09239               |
| 3 .....        | 0,63830         | 0,45455               | 0,80000               | 0,03778           | 0,06185               | 0,01848               |
| 4 .....        | 0,44444         | 0,33333               | 0,66667               | 0,02099           | 0,04124               | 0,00616               |

Źródło: jak przy tabl. 3.

**Wykr. 2. KRZYWE PRZEŻYCIA W SFERZE UBÓSTWA**



Źródło: jak przy wykr. 1.

Prawdopodobieństwo wyjścia ze sfery ubóstwa gospodarstw wiejskich spada wraz z czasem spędzonym w sferze ubóstwa. Dla gospodarstw miejskich prawdopodobieństwo spada w pierwszych dwóch okresach, natomiast w trzecim okresie następuje jego wzrost do 80%. Oznacza to, że prawdopodobieństwo wyjścia ze sfery ubóstwa gospodarstwa miejskiego po sześciu latach wynosi 80%, pod warunkiem, że zdarzenie to wcześniej nie wystąpiło. Krzywa przeżycia w ubóstwie dla gospodarstw wiejskich leży powyżej krzywej wyznaczonej dla gospodarstw miejskich, co oznacza, że ubóstwo na wsi trwa dłużej niż w mieście.

Model logitowy szacowano ponownie w dwóch wariantach — 1 był modelem bazowym ze zmiennymi odnoszącymi się do czasu spędzonego w sferze ubóstwa (hazard bazowy), natomiast model 2 poszerzono o zmienną odnoszącą się do klasy miejscowości zamieszkania. Wyniki estymacji obydwu modeli przedstawiono w tabl. 9.

**TABL. 9. WYNIKI ESTYMACJI MODELI LOGITOWYCH  
RYZYKA WYJŚCIA ZE SFERY UBÓSTWA**

| Wyszczególnienie                                       | Model 1                            |                 |                  | Model 2                            |                 |                  |
|--|------------------------------------|-----------------|------------------|------------------------------------|-----------------|------------------|
|  | współczynnik<br>(błąd standardowy) | iloraz<br>szans | hazard<br>bazowy | współczynnik<br>(błąd standardowy) | iloraz<br>szans | hazard<br>bazowy |
| Wyjście ze sfery ubóstwa po okresie przebywania w nim: |                                    |                 |                  |                                    |                 |                  |
| jednym ( $D_1$ ) .....                                 | referencyjny                       |                 | 0,66088          | referencyjny                       |                 | 0,62627          |
| dwóch ( $D_2$ ) .....                                  | -0,50017*<br>(0,19881)             | 0,60643         | 0,54167          | -0,50270*<br>(0,19963)             | 0,60490         | 0,50339          |
| trzech ( $D_3$ ) .....                                 | -0,26176<br>(0,41548)              | 0,76970         | 0,60000          | -0,30089<br>(0,41751)              | 0,74016         | 0,55364          |
| czterech ( $D_4$ ) .....                               | -1,58351<br>(0,84021)              | 0,20525         | 0,28571          | -1,54476<br>(0,84286)              | 0,21336         | 0,26338          |
| Klasa miejscowości zamieszkania (KMZ):                 |                                    |                 |                  |                                    |                 |                  |
| wieś .....   | x                                  | x               | x                | referencyjny                       | x               | x                |
| miasto .....   | x                                  | x               | x                | 0,37216**<br>(0,14347)             | 1,45087         | x                |
| Stała .....  | 0,66722***<br>(0,07718)            | x               | x                | 0,51626***<br>(0,09559)            | x               | x                |
| AIC .....  | 1174,9                             |                 |                  | 1170,1                             |                 |                  |
| Test LR:   |                                    |                 |                  |                                    |                 |                  |
| liczba stopni swobody                                  | 3                                  |                 |                  | 4                                  |                 |                  |
| $\chi^2$ .....   | 10,104*                            |                 |                  | 16,909**                           |                 |                  |

U w a g a. \*  $p < 0,05$ ; \*\*  $p < 0,01$ ; \*\*\*  $p < 0,001$ .

Ź r ó d ł o: jak przy tabl. 3.

W modelu 1 statystycznie istotne okazały się dwie zmienne — wyjście ze sfery ubóstwa po dwóch oraz czterech okresach spędzonych w sferze ubóstwa. Ryzyko wyjścia ze sfery ubóstwa po jednym okresie spędzonym w ubóstwie wynosiło 66%, natomiast po czterech okresach niecałe 29%. W modelu 2 wystąpiła statystycznie istotna różnica (na poziomie 0,01) pomiędzy ryzykiem wyjścia ze sfery



ubóstwa gospodarstw miejskich i wiejskich. Hazard bazowy odnosił się do gospodarstw domowych zamieszkujących wieś (była to grupa odniesienia). Na podstawie otrzymanych wyników można twierdzić, że gospodarstwa zamieszkujące miasta cechują się o 45% wyższymi szansami wyjścia ze sfery ubóstwa niż gospodarstwa wiejskie. Wyniki testu *LR* świadczą, że w modelach łącznie wszystkie zmienne były statystycznie istotne, przy czym w przypadku modelu 1 można tak twierdzić na poziomie istotności 0,05, a dla modelu 2 — na poziomie 0,01. Zastosowane kryterium Akaikego wskazuje, że model 2 jest lepszy. Na podstawie tego modelu oszacowano funkcję ryzyka i przeżycia poza sferą ubóstwa dla gospodarstw wiejskich i miejskich (tabl. 10).

**TABL. 10. OSZACOWANE NA PODSTAWIE MODELU 2 FUNKCJE RYZYKA I PRZEŻYCIA W SFERZE UBÓSTWA DLA GOSPODARSTW DOMOWYCH ZAMIESZKUJĄCYCH WIEŚ (*KMZ=0*) I MIASTO (*KMZ=1*)**

| Okresy  | $\hat{\alpha}_t$ | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_0$ | Oszacowana wartość |              |              |              |              |              |
|---------|------------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|         |                  |                 |                 | logitu ryzyka      |              | ryzyka       |              | przeżycia    |              |
|         |                  |                 |                 | <i>KMZ=0</i>       | <i>KMZ=1</i> | <i>KMZ=0</i> | <i>KMZ=1</i> | <i>KMZ=0</i> | <i>KMZ=1</i> |
| 1 ..... | 0,00000          | 0,37216         | 0,51626         | 0,51626            | 0,88842      | 0,62627      | 0,70856      | 0,37373      | 0,29144      |
| 2 ..... | -0,50270         | 0,37216         | 0,51626         | 0,01356            | 0,38572      | 0,50339      | 0,59525      | 0,18560      | 0,11796      |
| 3 ..... | -0,30089         | 0,37216         | 0,51626         | 0,21537            | 0,58753      | 0,55364      | 0,64280      | 0,08284      | 0,04214      |
| 4 ..... | -1,54476         | 0,37216         | 0,51626         | -1,02850           | -0,65634     | 0,26338      | 0,34156      | 0,06102      | 0,02775      |

Źródło: jak przy tabl. 3.

Hazard bazowy grupy odniesienia w modelu 2 (tabl. 9) to oszacowana wartość ryzyka dla *KMZ=0* (tabl. 10). Podobnie jak w przypadku czasu trwania poza sferą ubóstwa, wartości ryzyka oraz przeżycia różnią się od wartości uzyskanych z wykorzystaniem estymatora aktuarialnego. W kolejnym kroku wyznaczono proporcję z próby, która jest równoważna oszacowaniom estymatora Kaplana-Meiera (tabl. 11).

**TABL. 11. OSZACOWANE FUNKCJE HAZARDU I PRZEŻYCIA W SFERZE UBÓSTWA NA PODSTAWIE PROPORCJI Z PRÓBY**

| Przedziały <i>t</i> | Funkcja hazardu |                       |                       | Funkcja przeżycia |                       |                       |
|---------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
|                     | ogółem          | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie | ogółem            | gospodarstwa wiejskie | gospodarstwa miejskie |
| 1 .....             | 0,66088         | 0,62529               | 0,71019               | 0,33912           | 0,37471               | 0,28981               |
| 2 .....             | 0,54167         | 0,52857               | 0,56000               | 0,15543           | 0,17665               | 0,12752               |
| 3 .....             | 0,60000         | 0,41667               | 0,76923               | 0,06217           | 0,10305               | 0,02943               |
| 4 .....             | 0,28571         | 0,20000               | 0,50000               | 0,04441           | 0,08244               | 0,01471               |

Źródło: jak przy tabl. 3.

Otrzymana proporcja z próby w grupach gospodarstw miejskich i wiejskich ponownie pokazała bardziej zbliżone rezultaty do oszacowań uzyskanych na podstawie modelu 2 niż estymator aktuarialny. Szacując model logitowy uwzględniający jedynie hazard bazowy, otrzymano identyczne wyniki, jak dla

oszacowań uzyskanych z proporcji z próby, będące równoważnymi z oszacowaniami estymatora Kaplana-Meiera.

## Podsumowanie

Wyniki analizy wskazują, że w zależności od klasy miejscowości zamieszkania gospodarstwa domowego występują różnice pomiędzy funkcjami ryzyka i przeżycia w sferze ubóstwa oraz w sferze poza nią. Gospodarstwa domowe zamieszkujące wieś przebywają krócej w sferze poza ubóstwem oraz dłużej w sferze ubóstwa niż gospodarstwa zamieszkujące miasto. Wyciągnięcie takich wniosków było możliwe dzięki przeprowadzonej analizie z wykorzystaniem estymatorów nieparametrycznych. Zastosowany model analizy historii zdarzeń o czasie dyskretnym pozwolił dodatkowo ocenić szanse zmiany przynależności do sfery ubóstwa w zależności od klasy miejscowości zamieszkania. Miejsce zamieszkania w istotny sposób różnicuje ryzyko wejścia do sfery ubóstwa i szanse na wyjście z niej. Przeprowadzona analiza pozwala stwierdzić, że gospodarstwa miejskie mają o 45% większe szanse na wyjście ze sfery ubóstwa i jednocześnie o 37% mniejsze ryzyko wejścia do sfery ubóstwa niż gospodarstwa wiejskie.

Należy podkreślić, że zastosowany estymator aktuarialny dał odmienne rezultaty niż estymatory proporcji i Kaplana-Meiera. Estymator Kaplana-Meiera jest przeważnie stosowany dla danych mierzonych precyzyjnie i obok modeli Coxa stanowi podstawę analizy historii zdarzeń o czasie ciągłym. Przedmiotem dalszych badań będzie analiza dynamiki ubóstwa z wykorzystaniem modeli analizy historii zdarzeń o czasie ciągłym — semiparametrycznych modeli Coxa. W modelach tych nie ma założenia dotyczącego kształtu funkcji ryzyka, lecz (w odróżnieniu od metod nieparametrycznych) przyjmuje się silne założenie dotyczące wpływu oddziaływania zmiennych na kształt funkcji hazardu pomiędzy grupami na przestrzeni czasu.

---

dr Anna Sączewska-Piotrowska — *Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*

## LITERATURA

- Allison P. D. (2010), *Survival analysis*, [w:] Hancock G. R., Mueller R. O. (red.), *The reviewer's guide to quantitative methods in the social sciences*, Routledge, New York.
- Andriopoulou E., Tsakoglou P. (2011), *The determinants of poverty transitions in Europe and the role of duration dependence*, „IZA Discussion Paper”, No. 5692, Bonn.
- Bane M. J., Ellwood D. T. (1986), *Slipping into and out of poverty: the dynamics of spells*, „The Journal of Human Resources”, Vol. 21, No. 1.
- Callens M., Croux C. (2009), *Poverty dynamics in Europe. A multilevel discrete-time recurrent hazard analysis*, „International Sociology”, Vol. 24, No. 3.

- Coe R. (1978), *Dependency and poverty in the short and long run*, [w:] Duncan G. J., Morgan J. N. (red.), *Five thousand American families: patterns of economic progress. Vol. 6*, Institute for Social Research, Ann Arbor.
- Diagnoza społeczna 2000—2013: zintegrowana baza danych (2013), Rada Monitoringu Społecznego, <http://www.diagnoza.com> (dostęp 29.10.2014 r.).
- Duclos J. Y., Araar A., Giles J. (2010), *Chronic and transient poverty: Measurement and estimation, with evidence from China*, „Journal of Development Economics”, Vol. 91, No. 2.
- Duncan G. J., Coe R. B., Hill M. S. (1984), *The dynamics of poverty*, [w:] Duncan G. (red.), *Years of poverty and plenty*, MI: Institute for Social Research, Ann Arbor.
- Duncan G. J., Rodgers W. (1991), *Has children's poverty become more persistent?*, „American Sociological Review”, Vol. 56, No. 4.
- Fouarge D., Layte R. (2003), *Duration of poverty spells in Europe*, EPAG Working Papers, 47, University of Essex, Colchester.
- Fouarge D., Layte R. (2005), *Welfare regimes and poverty dynamics: the duration and recurrence of poverty spells in Europe*, „Journal of Social Policy”, Vol. 34, No. 3.
- Fouarge D., Muffels R. (2000), *Persistent poverty in the Netherlands, Germany and the UK: a model based approach using panel data for the 1990s*, EPAG Working Papers, 15, University of Essex, Colchester.
- Frątczak E., Gach-Ciepiela U., Babiker H. (2005), *Analiza historii zdarzeń. Elementy teorii, wybrane przykłady zastosowań*, SGH, Warszawa.
- Gaiha R., Deolalikar A. B. (1991), *Persistent, expected and innate poverty: estimates for semi-arid rural South India, 1975—84*, presented at the Econometric Society's European Meetings, Cambridge.
- Gruszczyński M. (2001), *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*, SGH, Warszawa.
- Hagenaars A. J. M., de Vos K. (1988), *The definition and measurement of poverty*, „The Journal of Human Resources”, Vol. 23, No. 2.
- Hagenaars A. J. M., de Vos K., Zaidi M. A. (1994), *Poverty statistics in the late 1980s: Research based on micro-data*, Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg.
- Hagenaars A. J. M., van Praag B. M. S. (1985), *A synthesis of poverty line definitions*, „Journal of the International Association for Research in Income and Wealth”, Vol. 31, No. 2.
- Jackowska B. (2011), *Efekty interakcji między zmiennymi objaśniającymi w modelu logitowym w analizie zróżnicowania ryzyka zgonu*, „Przegląd Statystyczny”, nr 1—2.
- Jackowska B., Wycinka E. (2009), *Modele ryzyka skreślenia z listy studentów na przykładzie studentów trybu niestacjonarnego*, [w:] Jajuga K., Walesiak M. (red.), *Taksonomia 16. Klasyfikacja i analiza danych — teoria i zastosowania*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, Nr 7.
- Jackowska B., Wycinka E. (2011), *Wykorzystanie regresji logistycznej w analizie czynników wpływających na aktywne poszukiwanie pracy przez osoby długotrwale bezrobotne*, „Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego”, nr 4/8.
- Jalan J., Ravallion M. (1998), *Determinants of transient and chronic poverty: Evidence from rural China*, Policy Research Working Paper 1936, The World Bank.
- Kalbfleisch J. D., Prentice R. L. (2002), *The statistical analysis of failure time data*, John Wiley & Sons, Hoboken.
- Książek M. (2013), *Analiza danych jakościowych*, [w:] Frątczak E. (red.), *Zaawansowane metody analiz statystycznych*, SGH, Warszawa.
- Layte R., Fouarge D. (2004), *The dynamics of income poverty*, [w:] Berthoud R., Iacovou M. (red.), *Social Europe: Living Standards and Welfare States*, Edward Elgar, Cheltenham.

- Lillard L. A., Willis R. J. (1978), *Dynamic aspects of earning mobility*, „Econometrica”, Vol. 46, No. 5.
- Mills M. (2011), *Introducing survival and event history analysis*, SAGE Publications, Los Angeles-London-New Dehli-Singapore-Washington DC.
- Muffels R., Fouarge D., Dekker R. (2000), *Longitudinal poverty and income inequality. A comparative panel study for the Netherlands, Germany and the UK*, OSA-Working paper WP2000-6.
- Panek T. (2008), *Ubóstwo i nierówności: dylematy pomiaru*, [w:] *Statystyka społeczna — dokonania, szanse, perspektywy*, BWS, t. 57, GUS, Warszawa.
- Panek T. (2011), *Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru*, SGH, Warszawa.
- Panek T., Podgórski J., Szulc A. (1999), *Ubóstwo: teoria i praktyka pomiaru*, „Monografie i Opracowania”, nr 453, SGH, Warszawa.
- Rodgers J. R., Rodgers J. L. (1993), *Chronic poverty in the United States*, „The Journal of Human Resources”, Vol. 28, No. 1.
- Sączewska-Piotrowska A. (2013), *Badanie dynamiki ubóstwa w Polsce z wykorzystaniem modeli analizy historii zdarzeń o czasie dyskretnym*, „Studia Demograficzne”, nr 1.
- Sączewska-Piotrowska A. (2014), *Zagrożenie ubóstwem trwałym w Polsce w latach 2000—2011*, [w:] Kos B. (red.), *Transformacja współczesnej gospodarki jako przedmiot badań ekonomicznych*, „Studia Ekonomiczne, Zeszyty Naukowe Wydziałowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach”, nr 187.
- Steele F. (2005), *Event history analysis*, ESRC National Centre for Research Methods, NCRM Methods Review Papers, NCRM/2004, <http://eprints.ncrm.ac.uk/88/1/MethodsReviewPaperNCRM-004.pdf> (dostęp 02.03.2014 r.).
- Steele F., Washbrook E. (2013), *Discrete-time event history analysis. Lectures*, Centre for Multi-level Modelling, University of Bristol, <http://www.bristol.ac.uk/media-library/sites/cmm/migrated/documents/discrete-time-cha-july2013-combined.pdf> (dostęp 15.06.2015 r.).
- Stevens A. H. (1994), *The dynamics of poverty spells: updating Bane and Ellwood*, „American Economic Review”, Vol. 84, No. 2.
- Stevens A. H. (1999), *Climbing out of poverty, falling back in. Measuring the persistence of poverty over multiple spells*, „The Journal of Human Resources”, Vol. 34, No. 3.
- Tekle F. B., Vermunt J. K. (2012), *Event history analysis*, [w:] Cooper H., Camic P., Long D. L., Panter A. T., Rindskopf D., Sher K. J. (red.), *APA Handbook of research methods in psychology. Data analysis and research publication*, „American Psychological Association”, Vol. 3, Washington.
- Topińska I. (2005), *Dynamika i trwałość ubóstwa w Polsce i na Węgrzech w latach dziewięćdziesiątych*, [w:] Golinowska S., Tarkowska E., Topińska I. (red.), *Ubóstwo i wykluczenie społeczne. Badania. Metody. Wyniki*, IPiSS, Warszawa.
- Topińska I. (2008), *Kierunki zmian w statystyce ubóstwa*, [w:] Topińska I. (red.), Ciecieląg J., Szukielojć-Bieńkuńska A., *Pomiar ubóstwa. Zmiany koncepcji i ich znaczenie*, IPiSS, Warszawa.

**Summary.** *The author used discrete-time event history methods to study poverty and non-poverty survival time of urban and rural households. To analyse there were used nonparametric estimators of hazard function and logit models, which are discrete-time survival models. On the basis on conducted analysis it can be concluded that rural households survive shorter in non-poverty and simultaneously longer in poverty than urban households. Besides, urban households*

*have more chance of poverty exit and less chance of poverty entry than rural households.*

**Keywords:** poverty dynamics, survival analysis, discrete-time event history model.

**Резюме.** В статье был использован метод анализа событий дискретного времени для обследования динамики бедности в городских и сельских домашних хозяйствах. Анализ был проведен с использованием непараметрических оценок функции риска и логит модели, которые являются моделями продолжительности дискретного времени. На основе обследования охватывающего 2000—2013 гг можно сказать, что домашние хозяйства в сельских районах проживают короче за пределами нищеты и дольше проживают в сфере бедности чем домашние хозяйства в городах. Кроме того городские домашние хозяйства имеют большие шансов выйти из бедности и меньше шансов проживания в таких условиях по сравнению с сельскими домашними хозяйствами.

**Ключевые слова:** динамика бедности, анализ проживания, модель анализа истории событий дискретного времени.