

Iwona MARKOWICZ

Analiza trwania firm w woj. zachodniopomorskim¹

Streszczenie. *Badania kohort firm, tak jak kohort ludzkich, prowadzone są z wykorzystaniem metod analizy przeżycia (trwania). W artykule przedstawiono możliwość zastosowania tablic trwania i funkcji intensywności (hazardu) likwidacji firm. Funkcja ta może przybierać kształty „wanny” — w przypadku intensywności zgonów lub odwróconej litery U — w przypadku likwidacji firm.*

Badania empiryczne są podstawą tworzenia i rozwijania teorii wyjaśniających prawdopodobieństwo przetrwania firm. W literaturze anglojęzycznej podkreśla się, że funkcja hazardu o kształcie odwróconej litery U jest zgodna z teoretycznym modelem uczenia się zakładającym, że przedsiębiorca potrzebuje czasu, aby stwierdzić, czy firma będzie mogła funkcjonować na rynku.

Słowa kluczowe: firmy, tablice trwania, hazard (intensywność).

W Polsce w 2010 r. przyjęto *Krajową Strategię Rozwoju Regionalnego 2010—2020: Regiony, Miasta, Obszary Wiejskie* (KSRR). Jest to kompleksowy, średniookresowy dokument strategiczny odnoszący się do prowadzenia polityki rozwoju społeczno-gospodarczego w województwach. Dokument ten określa cele i priorytety rozwoju kraju w wymiarze terytorialnym oraz zasady i instrumenty polityki regionalnej. W Systemie Monitorowania Rozwoju STRATEG, utworzonym przez GUS na potrzeby programowania i monitorowania polityki rozwoju, podane są wartości różnorodnych zmiennych i wskaźników. Wśród nich znajdują się także te dotyczące firm. Podstawową jest tu zmienna „liczba nowo zarejestrowanych podmiotów gospodarki narodowej w sektorze prywatnym” dotycząca tematów przedsiębiorczość i konkurencyjność, w ramach celu wspomaganie wzrostu konkurencyjności regionów. Według danych z systemu STRATEG zmienna ta w 2020 r. powinna wynieść 1871,7 tys. podmiotów (w 2013 r. było to 363,1 tys.).

¹ Artykuł opracowany na podstawie referatu wygłoszonego na konferencji naukowej pt. *Rola środowisk naukowych, samorządowych i służb statystyki publicznej we wzmacnianiu pozytywnego wizerunku statystyki*, zorganizowanej przez Urząd Statystyczny w Szczecinie w dniach 23 i 24 marca 2015 r.

Z powstawaniem nowych firm związane są także inne miary i wskaźniki dotyczące zatrudnienia, stopy bezrobocia, wielkości PKB oraz dochodów gospodarstw domowych. Dużą rolę w procesie zarówno projektowania, jak i monitorowania rozwoju gospodarczego odgrywa statystyka publiczna. W artykule skupiono uwagę na potrzebie obserwacji zmian liczby firm. Badania populacji podmiotów gospodarczych dostarczają ważnych informacji o powstawaniu nowych i likwidowaniu istniejących firm, które odzwierciedlają nie tylko warunki gospodarowania, ale także nastroje przedsiębiorców.

K. Poznańska wśród koncepcji przetrwania przedsiębiorstw wymieniła następujące nurty wywodzące się: z teorii organizacji przedsiębiorstwa, z ekonomiki przemysłu oraz z badań nad rynkiem pracy². Z punktu widzenia tematyki artykułu szczególne znaczenie ma pierwszy z wymienionych nurtów, w którym za determinanty przetrwania i rozwoju firm uznaje się strukturalne cechy organizacji, takie jak wiek czy wielkość. Na strukturę i zmiany zachodzące w populacjach podmiotów gospodarczych ma wpływ aktualna sytuacja ekonomiczna, odzwierciedlona m.in. przez wskaźniki: „prawdopodobieństwo likwidacji firmy”, „prawdopodobieństwo przetrwania” czy „intensywność hazardu”, które mogą być ujęte w tablicach trwania firm. Jak wspomniano, koncepcje przetrwania przedsiębiorstw powstają i rozwijają się na podstawie przeprowadzonych badań. Punktem wyjścia do prowadzenia badań naukowych oraz tworzenia i rozwijania teorii ekonomicznych dotyczących kohort firm są dane gromadzone i udostępniane przez statystykę publiczną.

Celem artykułu jest prezentacja możliwości wykorzystania metod analizy przeżycia w badaniu czasu funkcjonowania firm oraz sprawdzenie, czy funkcja hazardu dla podmiotów w woj. zachodniopomorskim ma kształt odwróconej litery U, jak to wynika z badań światowych.

ROLA STATYSTYKI PUBLICZNEJ W REALIZACJI BADAŃ NAUKOWYCH

Udostępniane przez GUS dane z rejestru REGON, Banku Danych Lokalnych czy systemu STRATEG umożliwiają realizację prac badawczych, ale też poprzez ciekawe rozwiązania wzmacniają wizerunek statystyki w dobie społeczeństwa informacyjnego³. STRATEG to nowy system stworzony przez GUS na potrzeby programowania i monitorowania polityki rozwoju. Zgromadzono w nim wskaźniki wykorzystywane do monitorowania realizacji strategii obowiązujących w Polsce (na poziomie krajowym, ponadregionalnym i wojewódzkim) oraz w Unii Europejskiej (strategia *Europa 2020*). STRATEG oferuje funkcjonalne narzędzia ułatwiające analizę zjawisk w formie wykresów i map⁴, np. w zakresie przedsiębiorczości i konkurencyjności znajdują się tam wartości miar

² Poznańska (2007), s. 11—15, Poznańska (2008), s. 111—120.

³ Zagadnieniom tym poświęcona była ogólnopolska konferencja naukowa zorganizowana z okazji obchodów Dnia Statystyki Polskiej w marcu 2015 r. w Szczecinie.

⁴ www.strateg.stat.gov.pl.

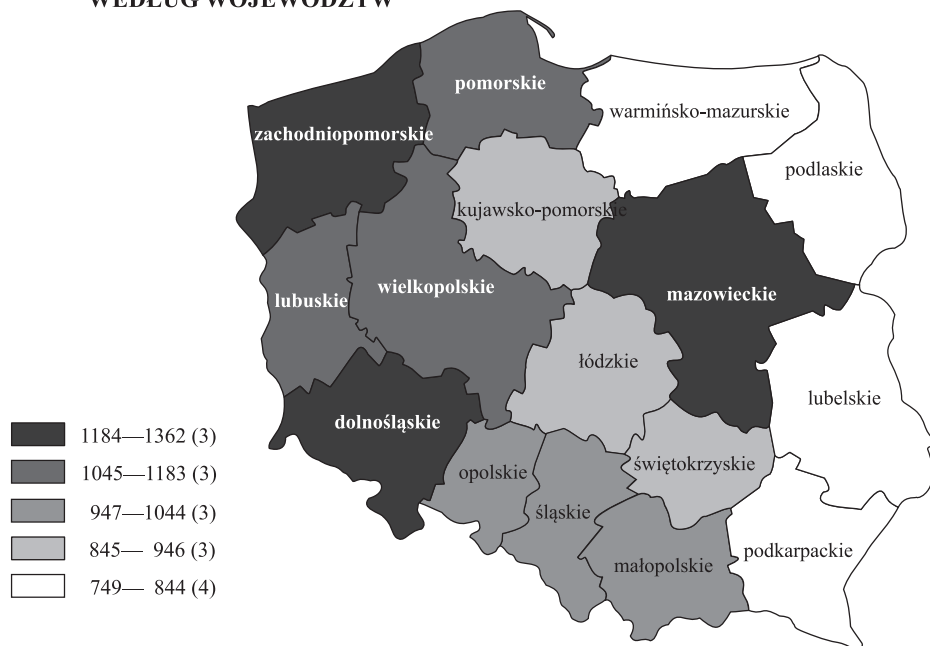
i wskaźników dotyczących podmiotów gospodarczych. W KSRR zalicza się do nich zmienne i wskaźniki podane w tabl. 1. Porównanie wartości z 2013 r. z planowanymi na rok 2020 wskazuje kierunki rozwoju. W systemie STRATEG zamieszczono również wartości niektórych wskaźników dla województw. Przykładowo na wykr. 1 przedstawiono liczbę małych i średnich przedsiębiorstw (MŚP) na 10 tys. mieszkańców w 2013 r. Wśród województw o największej gęstości tych firm znalazły się: mazowieckie (1362), zachodniopomorskie (1277) oraz dolnośląskie (1193), a najmniejszej — woj. podkarpackie (749).

TABL. 1. WYBRANE ZMIENNE I WSKAŹNIKI DOTYCZĄCE PRZEDSIĘBIORCZOŚCI I KONKURENCYJNOŚCI W SYSTEMIE STRATEG DLA POLSKI

Zmienne i wskaźniki	2013	2020 (wartość docelowa)
Liczba nowo zarejestrowanych:		
podmiotów gospodarki narodowej w sektorze prywatnym	363077	1871709
osób fizycznych prowadzących działalność gospodarczą	300287	1628319
spółek z udziałem kapitału zagranicznego	4022	5000
Udział procentowy przedsiębiorstw innowacyjnych w ogólnej liczbie przedsiębiorstw:		
z sektora usług	11,4	24,8
przemysłowych	17,1	37,0

Ź r ó d ł o: dane z systemu STRATEG, www.strateg.stat.gov.pl.

Wykr. 1. LICZBA MŚP NA 10 TYS. MIESZKAŃCÓW W 2013 R. WEDŁUG WOJEWÓDZTW



Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie danych systemu STRATEG.

Należy podkreślić rolę statystyki publicznej zarówno w projektowaniu, jak i monitorowaniu rozwoju gospodarczego oraz realizacji badań naukowych. W artykule uwagę, jak już wspomniano, skupiono na obserwacji zmian liczby firm, a badanie kohort podmiotów gospodarczych można prowadzić z zastosowaniem metod analizy trwania.

ANALIZA TRWANIA FIRM

W polskiej literaturze naukowej można znaleźć przykłady badań zbiorowości podmiotów gospodarczych. Wydaje się, że biorąc pod uwagę powód zakończenia działalności firmy, problematykę badawczą można podzielić na analizę wskaźników i modelowanie trwania firm oraz analizę i predykcję bankructwa firm. W pierwszym zakresie badaniami objęte są podmioty likwidowane z różnych przyczyn. Podkreślany jest tu fakt rejestracji i wyrejestrowania. W takim ujęciu prace naukowe prowadzili np.: Hozer, Markowicz (2002) — w zakresie badania firm zlikwidowanych w Szczecinie w latach 1991—2000; Bławat (2004) — zbadał 185 małych i średnich przedsiębiorstw w woj. gdańskim w latach 1992 i 1996; Dominiak (2005) — przedstawił wyniki analiz głównie dla krajów europejskich, a także Japonii i USA; Poznańska (2007) — badała firmy powstałe w Polsce w latach 1990—1997, zatrudniające powyżej pięciu pracowników; Dehnel (2010) — przeprowadziła badanie mikroprzedsiębiorstw w Polsce w latach 2001—2005; Gołata (2009) — badała mikroprzedsiębiorstwa; Markowicz (2000, 2012) — przeprowadziła badania małych podmiotów w woj. szczecińskim w latach 1990—1997 oraz firm zlikwidowanych w Szczecinie w latach 2001—2007.

Bankructwo jest jednym z powodów zaprzestania działalności podmiotu gospodarczego. Badaniem tego problemu i budową modeli predykcji bankructwa firm zajmowali się np.: Hadasik (1998), Appenzeller (2004), Wędzki (2005), Mączyńska (2008), Pocięcha (2010), Pocięcha, Pawełek (2011), Nehrebecka, Dzik (2013), Ptak-Chmielewska (2013).

Analiza żywotności firm jest połączeniem metod statystycznych analizy wskaźnikowej i analizy trwania w celu przeprowadzenia wszechstronnego badania stanu, struktury, dynamiki, natężenia i modelowania czasu trwania zbiorowości firm⁵. W artykule przedstawiono możliwość zastosowania tablic trwania firm, należących do metod analizy przeżycia czy inaczej trwania zjawisk. W literaturze podkreśla się, że wyodrębnienie analizy przeżycia spośród standardowych procedur analizy danych jest podyktowane tym, że dane dotyczące czasu trwania badanego zjawiska mają rozkłady niesymetryczne i najczęściej są to dane niepełne.

Analiza trwania firm obejmuje badanie czasu funkcjonowania podmiotów gospodarki narodowej na rynku. Okres istnienia firm i intensywność ich likwidowania nie są stałe w przestrzeni i czasie. Czas trwania firm przyjmuje się

⁵ Markowicz (2012), s. 24.

zatem jako zmienną losową (T), która wyraża czas od dnia zarejestrowania w REGON do dnia wyrejestrowania. Podejmuje się próby adaptacji metod stosowanych w analizie czasu życia ludzkiego (demografia, ubezpieczenia czy medycyna) i zastosowania ich do analizy trwania różnorodnych zjawisk, również do analizy trwania firm. Wśród podstawowych miar stosowanych w takiej analizie można wymienić następujące funkcje:

1) dotrwania (dystrybuanta zmiennej losowej T) $F(t) = P(T \leq t)$, $t \geq 0$.

Jest to prawdopodobieństwo, że firma od chwili założenia przetrwa co najwyżej czas t (zmienna losowa T przyjmie wartość mniejszą lub równą t);

2) przetrwania (funkcja komplementarna do funkcji dotrwania⁶) $S(t) = 1 - F(t) = P(T > t)$, $t \geq 0$.

Jest to prawdopodobieństwo przetrwania (pozostania w kohorcie) dłużej niż przez czas t , czyli prawdopodobieństwo, że firma zostanie zlikwidowana po czasie t (zdarzenie nazwane porażką wystąpi po czasie t);

3) intensywności likwidacji firm (funkcja intensywności hazardu, funkcja hazardu lub funkcja ryzyka⁷) $h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{S(t)}$, gdzie $f(t)$ — funkcja gęstości prawdopodobieństwa $f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dS(t)}{dt}$.

Jest to prawdopodobieństwo zakończenia działalności firmy w krótkim przedziale czasu, pod warunkiem że nie nastąpiło ono do momentu t .

Modele przeżycia (trwania) można klasyfikować według rodzaju funkcji intensywności⁸. Funkcja ta może być stała, malejąca lub rosnąca. Z licznych badań, prowadzonych w różnych dziedzinach, wynika, że jednostki zazwyczaj nie podlegają temu samemu prawu intensywności przez cały okres. Typowym przykładem jest tutaj schemat przebiegu funkcji intensywności zgonów, który ma kształt tzw. „wanny”. Przedstawia on trzy różne etapy: szybko malejącą intensywność zgonów po wyjściu z wieku niemowlęcego, stałą intensywność zgonów osób młodych i rosnącą intensywność zgonów osób starszych.

Funkcja $S(t)$ charakteryzuje rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej T i określa model przetrwania, a dystrybuanta $F(t)$ — model dotrwania. Jeżeli rozkład zmiennej losowej T jest znany i znana jest postać analityczna funkcji $S(t)$, to model przetrwania jest parametryczny. Jeśli jednak rozkład ten jest nieznan, to model jest nieparametryczny bądź semiparametryczny (ma postać funkcji częściowo wyspecyfikowanej).

⁶ Zdarzeniem komplementarnym do zdarzenia „dożycie do czasu t ” jest zdarzenie „przeżycie czasu t ”, Ostasiewicz (2000), s. 15.

⁷ Funkcja $h(t)$ jest nazywana w demografii funkcją intensywności umieralności i wyraża prawdopodobieństwo zgonu osoby w pewnym wieku dla krótkich przyrostów czasu (Δt). Można porównać z opracowaniami: Ostasiewicz (2000), s. 15 i 16; Gazińska (2003), s. 125; Matłoka (1997), s. 34—36.

⁸ Józwiak (1996), s. 30.

Rozkłady czasu trwania mogą być różne w zależności od typu badanego procesu, konkretnej populacji, podpopulacji, indywidualnej reakcji badanych obiektów lub warunków przebiegu procesu. Zdaniem A. Balickiego⁹ okoliczności te powodują, że nie można ustalić jednego, teoretycznego rozkładu zmiennej losowej, który byłby właściwym modelem wielu empirycznych rozkładów czasu trwania. W różnych dziedzinach nauki szacuje się więc probabilistyczne funkcje modeli trwania (przeżycia) w sposób nieparametryczny dla danych kohortowych lub spisowych.

Oczywiście podejmowano próby sformułowania praw, które chociaż w przybliżeniu opisywałyby rozkłady obserwowane w rzeczywistości. Przykładowo jako parametryczne modele przeżycia w licznych badaniach stosowano następujące rozkłady: jednostajny, wykładniczy, Weibulla (uogólnienie rozkładu wykładniczego), normalny, gamma, Erlanga (szczególny przypadek rozkładu gamma), logarytmiczno-normalny, logistyczny, loglogistyczny, Gompertza, Gompertza-Makehama¹⁰. Rozkłady te i sformułowane prawa dotyczyły badań z zakresu: demografii (wymieralności), medycyny (zachorowań) czy techniki (trwałości materiałów)¹¹. Prowadzone badania najczęściej dotyczyły wymieralności populacji ludzi, ale jak pisze M. Małłoka *zbyt wiele przyczyn mogących powodować śmierć uniemożliwia sformułowanie rozkładu teoretycznego, którym można by aproksymować rozkład trwania życia*¹². Stąd w pracach badawczych pojawia się wiele analitycznych postaci intensywności zgonów lub funkcji trwania życia.

MODEL NIEPARAMETRYCZNY

W analizie historii zdarzeń, jak już wspomniano, wyróżnia się modele parametryczne, semiparametryczne i nieparametryczne. Budowa modeli parametrycznych wymaga przyjęcia teoretycznego rozkładu badanej zmiennej¹³, co w przypadku badania firm nie jest możliwe. W artykule wykorzystano model nieparametryczny, którym są tablice trwania (model o czasie ciągłym).

Głównym zadaniem analizy trwania jest oszacowanie modelu trwania w celu poznania prawidłowości procesu trwania. Tablice trwania tworzą model nieparametryczny, gdyż nie przyjmuje się w nich założeń o analitycznej postaci rozkładu czasu oczekiwania na zdarzenie¹⁴. W tablicach tych podawane są takie wielkości, jak liczba jednostek doznających określonego zdarzenia czy liczba jednostek trwających w określonych przedziałach czasu. Model ten, nazywany

⁹ Balicki (2006), s. 108.

¹⁰ Józwiak (1996), s. 23—53.

¹¹ Na przykład używane w literaturze określenia — prawo umieralności Gompertza czy wykładnicze prawo niezawodności.

¹² Małłoka (1997), s. 44.

¹³ Frątczak i in. (2005), s. 79—110; Rossa (2005), s. 27—29; Gazińska (2003), s. 124—140.

¹⁴ Frątczak i in. (1996), s. 38.

tabelarycznym, najczęściej jest stosowany w demografii jako tablice trwania życia (wymieralności). Wówczas najczęściej przyjmowany jest roczny przedział wieku, a tablice takie nazywa się tablicami pełnymi. Jeśli dane ujęte są w przedziały dłuższe niż rok (zazwyczaj w przedziały pięcioletnie), to mówi się o tablicach skróconych¹⁵.

Przyjęcie „właściwej” długości przedziału czasu trwania w badaniu żywotności firm jest trudne i nie można znaleźć jednoznacznych podpowiedzi w literaturze przedmiotu. Przyjęto trzymiesięczny okres dla tablic kohortowych. Wszystkie zaproponowane tablice są surowe (empiryczne)¹⁶. W badaniu czasu trwania firm istotny jest podział tablic na kohortowe (wzdłużne) i przekrojowe (poprzeczne, bieżące i spisowe)¹⁷. Kohortą jest grupa osób lub obiektów wyodrębniona na podstawie wspólnie przeżytego zdarzenia (np. demograficznego albo społecznego) w ściśle określonym miejscu i czasie. Jeśli tym wspólnym zdarzeniem jest urodzenie (powstanie), to kohortę nazywa się „generacją”. Zmiany zachodzące w generacji można rozpatrywać według kalendarza powszechnego lub według kalendarza własnego (w momencie narodzin czas ma wartość 0). Należy podkreślić odrębność tych podejść i możliwość ich łącznego zastosowania w celu poszerzenia analizy badanego zjawiska.

Tablice kohortowe są wynikiem obserwacji generacji od momentu jej powstania, przez długi okres, do momentu opuszczenia kohorty przez wszystkie jednostki bądź zakończenia obserwacji, co wiąże się z uwzględnieniem jednostek cenzurowanych. Tablice przekrojowe są wynikiem obserwacji w krótkim okresie jednostek z różnych generacji.

W artykule zaprezentowano wyniki analiz kohortowych. Poszczególne kohorty stanowią firmy powstałe w woj. zachodniopomorskim w latach 2008—2011 i obserwowane do końca 2013 r. (tabl. 2).

TABL. 2. DANE DLA KOHORT FIRM POWSTAŁYCH W WOJ. ZACHODNIOPOMORSKIM (obserwacja do końca 2013 r.)

Firmy	2008	2009	2010	2011
Powstałe	18873	19911	20824	18852
Zlikwidowane:				
w I roku działalności:				
liczba	2008	2177	2250	2229
w %	10,64	10,93	10,80	11,82

¹⁵ Ostasiewicz (2000), s. 44.

¹⁶ Oprócz podziału tablic na pełne i skrócone stosuje się także podział na surowe i modelowe, Frątczak i in. (2005), s. 56. W tablicach surowych wartości funkcji tablicowych są wyznaczane na podstawie surowego materiału statystycznego, natomiast w tablicach modelowych (wyrównanych, hipotetycznych lub perspektywicznych) wartości funkcji wynikają z przyjętych założeń teoretycznych potrzebnych do celów badawczych, np. Bolesławski (1976).

¹⁷ Wśród nowszych publikacji, w których omówiono ten podział należy wymienić np.: Balicki (2006), s. 45; Ostasiewicz (2000), s. 44; Frątczak i in. (2005), s. 56; Błaszczyszyn, Rolski (2004), s. 73.

TABL. 2. DANE DLA KOHORT FIRM POWSTAŁYCH W WOJ. ZACHODNIOPOMORSKIM (dok.)

Firmy	2008	2009	2010	2011
Zlikwidowane (dok.):				
w pierwszych 2 latach działalności:				
liczba	4293	4555	4815	4427
w %	22,75	22,88	23,12	23,48
do końca 2013 r.:				
liczba	9747	9019	7728	5487
w %	51,65	45,30	37,11	29,11
Niezlikwidowane do końca 2013 r.:				
liczba	9126	10892	13096	13365
w %	48,35	54,70	62,89	70,89

Źródło: obliczenia własne.

TABLICE KOHORTOWE I FUNKCJA INTENSYWNOŚCI

Tablice kohortowe pokazują zmiany zachodzące w składzie kohorty z upływem czasu. Kohortę tworzą firmy powstałe w danym roku. Rejestracji podlega fakt likwidacji firmy, a więc wyjście z kohorty oraz czas do tego zdarzenia, licząc od początku obserwacji (rejestracji). Tablice kohortowe należą do modeli o czasie ciągłym, ale przedstawione oszacowania funkcji są dyskretne, dlatego wartość zmiennej czasowej, pogrupowanej w jednakowe przedziały, podano jako początek przedziału (t). Liczbę firm dotrwałych (n_t) podano na początek okresu i wyznaczono jako $n_{t+1} = n_t - (z_t + c_t)$, przy czym n_t dla $t = 0$ (n_0) oznacza początkową liczebność kohorty. Przez z_t oznaczono zaś liczbę firm zlikwidowanych w przedziale ($t, t+1$), czyli liczbę jednostek, które doznały analizowanego zdarzenia w danym przedziale czasu, a przez c_t — liczbę firm, które nie doświadczyły zdarzenia do końca okresu obserwacji kohorty (są to jednostki cenzurowane). W związku z tym dla firm powstałych w 2008 r. i obserwowanych do końca 2013 r., ostatnim przedziałem są (69, 72) miesiące. Firmy powstałe w okresie od stycznia do marca 2008 r. i niezlikwidowane do 31 grudnia 2013 r. uznano zatem za cenzurowane w przedziale z czasem początkowym $t = 69$. Analogicznie firmy powstałe od kwietnia do czerwca 2008 r. i niezlikwidowane są cenzurowane w przedziale z czasem początkowym $t = 66$, z kolei powstałe od lipca do września 2008 r. są cenzurowane w przedziale z czasem początkowym $t = 63$, a powstałe od października do grudnia 2008 r. — w przedziale z czasem początkowym $t = 60$. Dla poszczególnych badanych kohort czas obserwacji jest różny, różna jest zatem również liczba przedziałów czasu¹⁸.

Kolejne dwie wielkości w kohortowej tabeli trwania oszacowano w ujęciu dyskretnym, gdyż mogą być one wyznaczone tylko dla przedziału czasu. Pierwsza z nich oznacza prawdopodobieństwo likwidacji firmy w przedziale czasu f_t

¹⁸ Dla porównania tablice kohortowe firm szczecińskich dla lat 2001—2006 przedstawiono w pracy Markowicz (2012), s. 96—101.

(warunkowe prawdopodobieństwo tego, że jednostka doświadcza zdarzenia, prawdopodobieństwo wyjścia), definiowane jako warunkowe prawdopodobieństwo likwidacji firmy w przedziale czasu trwania $(t, t+1)$, pod warunkiem że firma nie została zlikwidowana do czasu t . Rozkład trwania firm nie może być przyporządkowany żadnemu ze znanych typów rozkładu prawdopodobieństwa, dlatego funkcje opisujące trwanie podmiotów gospodarczych nie są znane, a w tablicach trwania przedstawione są ich oszacowania wyznaczone na podstawie danych empirycznych. Estymatorem prawdopodobieństwa likwidacji firmy w przedziale czasu \hat{f}_t jest stosunek liczby firm zlikwidowanych w danym przedziale czasu z_t do liczby firm, które dotrwały do początku przedziału $(t, t+1)$, czyli n_t :

$$\hat{f}_t = \frac{z_t}{n_t} \quad (1)$$

Przeciwnieństwem prawdopodobieństwa likwidacji podmiotu w przedziale czasu jest prawdopodobieństwo przetrwania firmy w przedziale czasu p_t (warunkowe prawdopodobieństwo tego, że jednostka nie dozna zdarzenia, prawdopodobieństwo przeżycia), definiowane jako warunkowe prawdopodobieństwo niezlikwidowania firmy w przedziale czasu trwania $(t, t+1)$, pod warunkiem że firma nie została zlikwidowana do czasu t . Estymator prawdopodobieństwa przetrwania firmy w przedziale czasu \hat{p}_t jest stosunkiem liczby firm dotrwałych do początku przedziału $(t+1, t+2)$ (n_{t+1}) do liczby firm, które dotrwały do początku przedziału t (n_t):

$$\hat{p}_t = 1 - \hat{f}_t = \frac{n_{t+1}}{n_t} \quad (2)$$

Prawdopodobieństwo dotrwania F_t i przetrwania S_t oraz intensywność h_t to funkcje z natury ciągłe, ale w tablicach przedstawia się je w ujęciu dyskretnym. Prawdopodobieństwo dotrwania F_t dla przedziału $(t, t+1)$ oznacza, że firma od chwili założenia przetrwa najwyżej do czasu $t+1$. Jego estymatorem jest więc stosunek liczby firm zlikwidowanych w czasie $(0, t+1)$ do wyjściowej liczebności kohorty:

$$\hat{F}_t = \frac{n_0 - n_{t+1}}{n_0} \quad (3)$$

Funkcją komplementarną do prawdopodobieństwa dotrwania jest prawdopodobieństwo przetrwania S_t , które wyznaczone dla przedziału $(t, t+1)$ jest prawdopodobieństwem tego, że firma zostanie zlikwidowana po czasie $t+1$. Stosunek

liczby firm, które dotrwały do czasu $t+1$ do wyjściowej liczebności kohorty jest estymatorem funkcji prawdopodobieństwa przetrwania \hat{S}_t :

$$\hat{S}_t = 1 - \hat{F}_t = \frac{n_{t+1}}{n_0} \quad (4)$$

W momencie $t=0$, czyli w momencie założenia firmy, $S_t = 1$ i funkcja ta maleje wraz z upływem czasu. Szybkość, z jaką maleje funkcja przetrwania zależy od wartości t , czyli od długości czasu trwania danej firmy i jest określona jako funkcja intensywności hazardu¹⁹ h_t . Estymator²⁰ \hat{h}_t tej funkcji jest wyznaczany jako stosunek estymatora prawdopodobieństwa likwidacji firmy w przedziale $(t, t+1)$ do połowy sumy estymatorów prawdopodobieństw przetrwania dla przedziałów $(t, t+1)$ i $(t-1, t)$:

$$\hat{h}_t = \frac{\hat{f}_t}{(\hat{S}_t + \hat{S}_{t-1})/2} \quad (5)$$

Kohortowe tablice trwania dla firm powstałych w woj. zachodniopomorskim w latach 2008—2011 przedstawiono w tabl. 3, a wykresy oszacowanej intensywności hazardu (likwidacji firm) \hat{h}_t — na wykr. 2—5.

TABL. 3. KOHORTOWA TABLICA TRWANIA FIRM POWSTAŁYCH W WOJ. ZACHODNIOPOMORSKIM (obserwacja do końca 2013 r.)

Czas trwania w miesiącach t	Liczba firm			Ocena prawdopodobieństwa		Ocena intensywności hazardu \hat{h}_t
	które dotrwały n_t	zlikwidowanych z_t	cezurowanych c_t	likwidacji firmy \hat{f}_t	przetrwania firmy \hat{S}_t	
		w przedziale czasu				
2008						
x	x	x	x	x	1,00000	x
0	18873	446	0	0,02363	0,97637	0,02391
3	18427	645	0	0,03500	0,94219	0,03649
6	17782	531	0	0,02986	0,91406	0,03217
9	17251	386	0	0,02238	0,89360	0,02476
12	16865	641	0	0,03801	0,85964	0,04336
15	16224	540	0	0,03328	0,83103	0,03937
18	15684	475	0	0,03029	0,80586	0,03700
21	15209	629	0	0,04136	0,77253	0,05240
24	14580	964	0	0,06612	0,72145	0,08851
27	13616	503	0	0,03694	0,69480	0,05217

¹⁹ Jest również nazywana funkcją hazardu, funkcją ryzyka lub funkcją intensywności procesu.

²⁰ Dwa sposoby dyskretnego szacowania funkcji intensywności przedstawił Balicki (2006), s. 57—62.

**TABL. 3. KOHORTOWA TABLICA TRWANIA FIRM POWSTAŁYCH
W WOJ. ZACHODNIOPOMORSKIM (cd.)**

Czas trwania w miesiącach t	Liczba firm			Ocena prawdopodobieństwa		Ocena intensywności hazardu \hat{h}_t
	które dotrwały n_t	zlikwidowanych z_t	cenzurowanych c_t	likwidacji firmy \hat{f}_t	przetrvania firmy \hat{S}_t	
				w przedziale czasu		
2008 (dok.)						
30	13113	472	0	0,03599	0,66979	0,05276
33	12641	442	0	0,03497	0,64637	0,05313
36	12199	472	0	0,03869	0,62136	0,06104
39	11727	429	0	0,03658	0,59863	0,05997
42	11298	363	0	0,03213	0,57940	0,05455
45	10935	297	0	0,02716	0,56366	0,04752
48	10638	347	0	0,03262	0,54528	0,05883
51	10291	276	0	0,02682	0,53065	0,04985
54	10015	250	0	0,02496	0,51741	0,04764
57	9765	211	0	0,02161	0,50623	0,04222
60	9554	215	2010	0,02250	0,49483	0,04496
63	7329	121	3105	0,01651	0,48842	0,03358
66	4103	75	2160	0,01828	0,48445	0,03758
69	1868	17	1851	0,00910	0,48355	0,01880
2009						
x	x	x	x	x	1,00000	x
0	19911	516	0	0,02592	0,97408	0,02626
3	19395	688	0	0,03547	0,93953	0,03707
6	18707	540	0	0,02887	0,91241	0,03117
9	18167	433	0	0,02383	0,89066	0,02644
12	17734	754	0	0,04252	0,85279	0,04877
15	16980	606	0	0,03569	0,82236	0,04261
18	16374	514	0	0,03139	0,79654	0,03878
21	15860	504	0	0,03178	0,77123	0,04054
24	15356	973	0	0,06336	0,72236	0,08485
27	14383	618	0	0,04297	0,69133	0,06079
30	13765	486	0	0,03531	0,66692	0,05199
33	13279	392	0	0,02952	0,64723	0,04493
36	12887	399	0	0,03096	0,62719	0,04859
39	12488	351	0	0,02811	0,60956	0,04545
42	12137	345	0	0,02843	0,59224	0,04730
45	11792	352	0	0,02985	0,57456	0,05117
48	11440	296	2099	0,02587	0,55969	0,04562
51	9045	148	2564	0,01636	0,55226	0,02943
54	6333	73	2921	0,01153	0,54859	0,02094
57	3339	31	3308	0,00928	0,54703	0,01695
2010						
x	x	x	x	x	1,00000	x
0	20824	554	0	0,02660	0,97340	0,02696
3	20270	723	0	0,03567	0,93868	0,03731
6	19547	527	0	0,02696	0,91337	0,02911
9	19020	446	0	0,02345	0,89195	0,02598
12	18574	798	0	0,04296	0,85363	0,04923
15	17776	626	0	0,03522	0,82357	0,04199
18	17150	547	0	0,03190	0,79730	0,03936
21	16603	594	0	0,03578	0,76878	0,04569
24	16009	893	0	0,05578	0,72589	0,07464

TABL. 3. KOHORTOWA TABLICA TRWANIA FIRM POWSTAŁYCH W WOJ. ZACHODNIOPOMORSKIM (dok.)

Czas trwania w miesiącach t	Liczba firm			Ocena prawdopodobieństwa		Ocena intensywności hazardu \hat{h}_t
	które dotrwały n_t	zlikwidowanych z_t	cenzurowanych c_t	likwidacji firmy \hat{f}_t	przetrvania firmy \hat{S}_t	
				w przedziale czasu		
2010 (dok.)						
27	15116	480	0	0,03175	0,70284	0,04445
30	14636	439	0	0,02999	0,68176	0,04333
33	14197	398	0	0,02803	0,66265	0,04170
36	13799	364	3446	0,02638	0,64517	0,04034
39	9989	223	3363	0,02232	0,63446	0,03489
42	6403	87	3044	0,01359	0,63028	0,02149
45	3272	29	3243	0,00886	0,62889	0,01408
2011						
x	x	x	x	x	1,00000	x
0	18852	522	0	0,02769	0,97231	0,02808
3	18330	717	0	0,03912	0,93428	0,04103
6	17613	550	0	0,03123	0,90510	0,03395
9	17063	440	0	0,02579	0,88176	0,02886
12	16623	642	0	0,03862	0,84771	0,04466
15	15981	501	0	0,03135	0,82113	0,03757
18	15480	493	0	0,03185	0,79498	0,03941
21	14987	562	0	0,03750	0,76517	0,04807
24	14425	650	2914	0,04506	0,73069	0,06025
27	10861	261	3716	0,02403	0,71685	0,03320
30	6884	114	3842	0,01656	0,71080	0,02320
33	2928	35	2893	0,01195	0,70894	0,01684

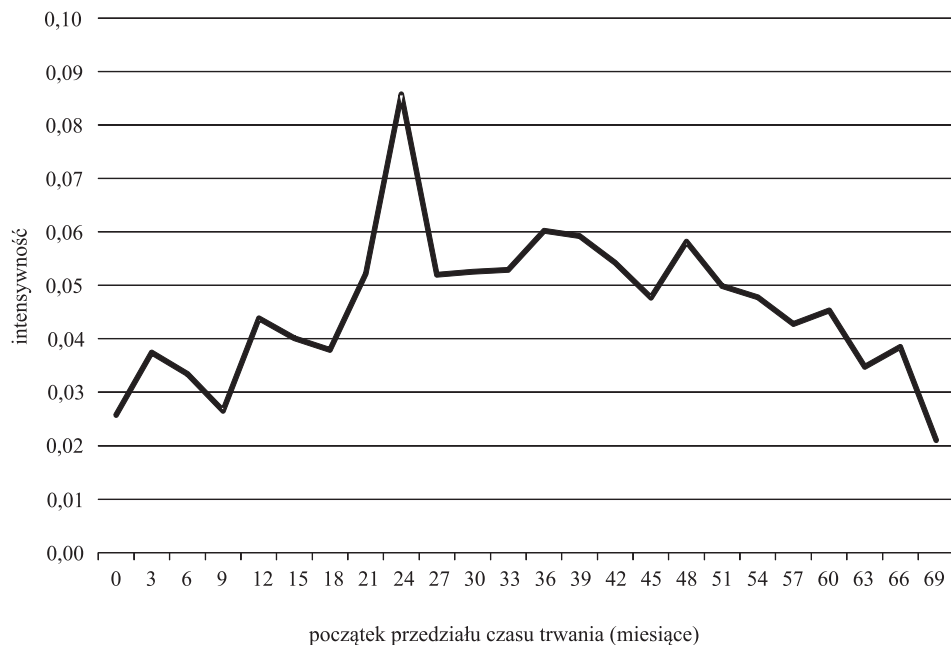
Źródło: obliczenia własne na podstawie wyników badania.

Szybkość, z jaką malała funkcja przetrwania zależy od wartości t , czyli od czasu trwania danej firmy i jest określona jako funkcja intensywności (hazardu) h_t . Jest to hazard warunkowy, gdyż dotyczy przedziału czasu $(t, t+1)$, pod warunkiem że firma nie została zlikwidowana do czasu t .

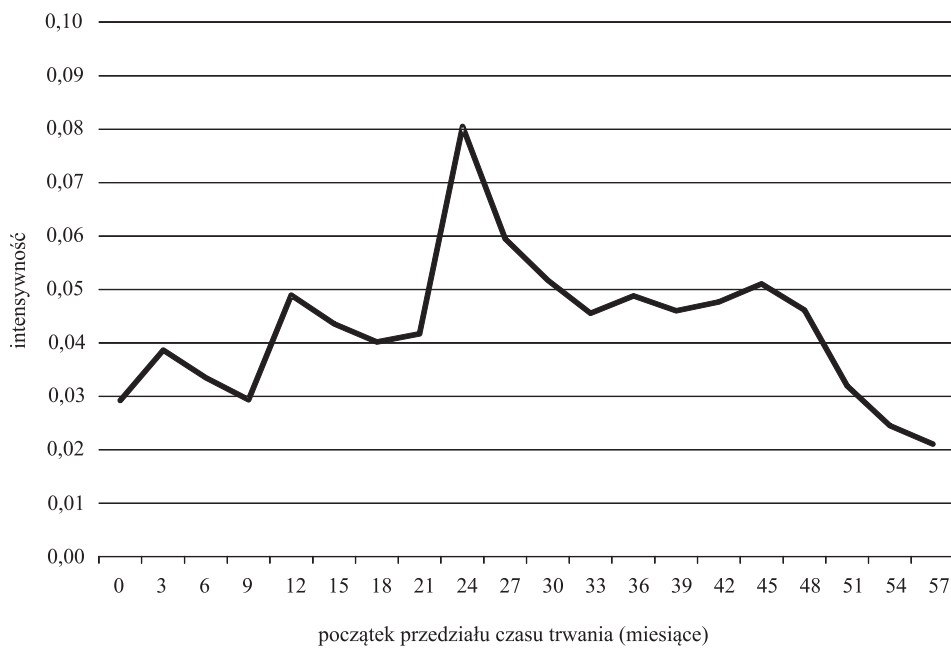
Funkcje intensywności hazardu oszacowane dla kolejnych kohort firm są zbliżone do kształtu odwróconej litery U. Funkcja hazardu rosła do pewnego maksimum, a następnie malała. Należy zwrócić uwagę na to, że maksimum funkcji znajduje się w przedziale (24, 27) miesięcy, mimo skracania okresu obserwacji. O takim kształcie wygładzonej funkcji hazardu świadczą badania, których wyniki prezentowane są w literaturze przedmiotu, np.: Audretsch i in. (1999) — włoskie przedsiębiorstwa produkcyjne z maksimum w punkcie dwóch lat od powstania; Bhattacharjee (2005) — spółki giełdowe w Wielkiej Brytanii z maksimum w punkcie trzech lat od wejścia na giełdę; Wagner (1994) — małe niemieckie firmy produkcyjne z maksimum w punkcie trzech lat od powstania; Bartelsmann i in. (2005) — podmioty gospodarcze w Wielkiej Brytanii, Włoszech i USA; van Praag (2003) — młode, małe firmy prywatne w Stanach Zjednoczonych z maksimum w punkcie 27 miesięcy; López-García, Puente (2006) — przedsiębiorstwa hiszpańskie z maksimum w punkcie czterech lat od powstania oraz Nunes, de Morais Sarmiento (2009) — firmy portugalskie z maksimum w punkcie sześciu lat od powstania.

Wykr. 2. OCENA INTENSYWNOŚCI HAZARDU DLA KOHORTY

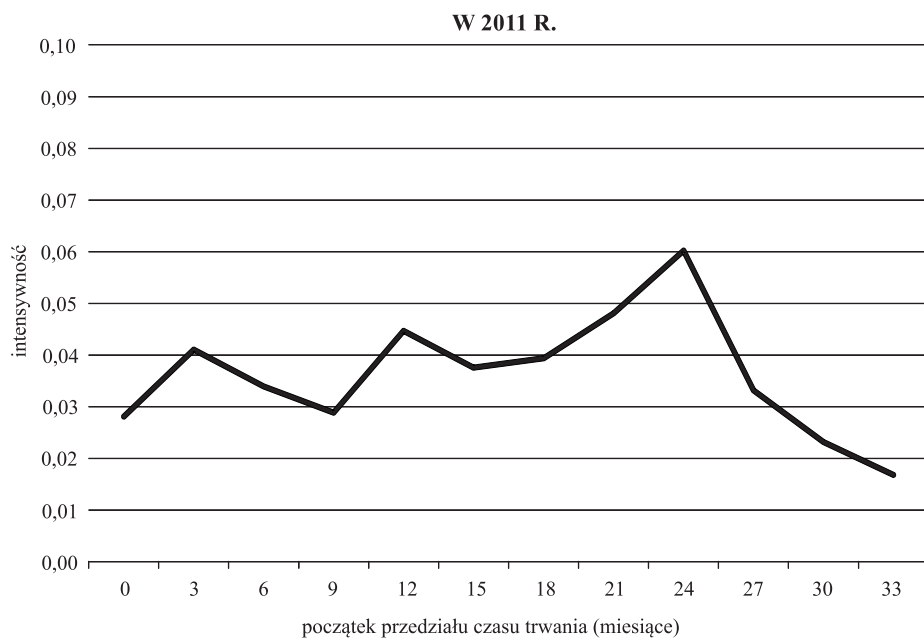
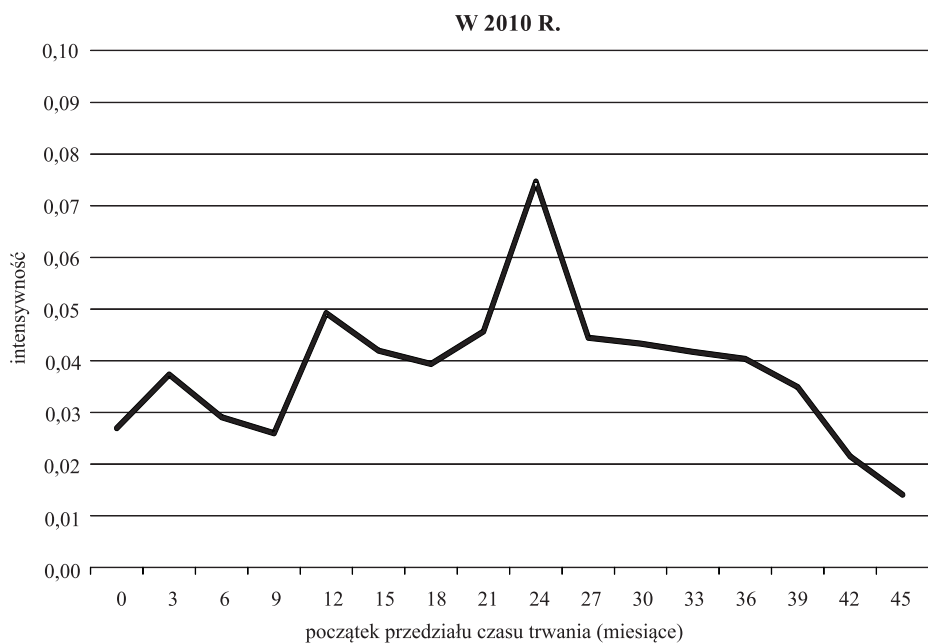
W 2008 R.



W 2009 R.



Wykr. 2. OCENA INTENSYWNOŚCI HAZARDU DLA KOHORTY (dok.)



Źródło: obliczenia własne.

W literaturze anglojęzycznej podkreśla się, że funkcja hazardu o kształcie odwróconej litery U jest zgodna z teoretycznym modelem uczenia się (*theoretical model of learning*) zakładającym, że przedsiębiorca potrzebuje czasu, aby stwierdzić, czy firma będzie mogła funkcjonować na rynku²¹. W początkowym okresie zwiększone koszty działalności są przewidywane i pokrywane ze zgromadzonych środków. Jeśli po pewnym czasie firma przynosi zyski, to może przetrwać, a jeśli nie, to utrzymanie się na rynku jest niemożliwe. Doświadczenia zdobyte przez przedsiębiorcę w początkowym okresie funkcjonowania podmiotu gospodarczego na rynku są bardzo ważne i nazywane *liability of the adolescence*²², co można przetłumaczyć jako „dojrzała odpowiedzialność”²³. W literaturze można spotkać także teoretyczne modele zakładające, że funkcja hazardu jest największa na początku działalności firmy i maleje wraz z upływem czasu²⁴.

Funkcja hazardu dla firm w woj. zachodniopomorskim, w przypadku badań kohortowych, wskazuje na utrzymującą się na stałym poziomie wartość maksimum. Funkcje intensywności likwidacji podmiotów dla badanych kohort przypominają kształt odwróconej litery U. Maksimum funkcji intensywności, czyli moment krytyczny jest osiągany ok. 24 miesiąca działalności.

Podsumowanie

W artykule podkreślono znaczenie statystyki publicznej w monitorowaniu realizacji strategii rozwoju. Wiele prac badawczych musi być opartych na danych gromadzonych przez służby statystyki publicznej. Tak jest również w przypadku analizy trwania firm.

Modele przeżycia najczęściej dotyczą kohort ludzi, ale obecnie coraz częściej są wykorzystywane w wielu innych dziedzinach nauki. Mają one zastosowanie również w przypadku analizy czasu działalności firm i wówczas nazywane są modelami trwania (przetrwania). Modele te klasyfikuje się według rodzaju funkcji intensywności, która w całości lub etapami może być stała, malejąca lub rosnąca. Wyniki badań prezentowanych w literaturze, a także w tym artykule wskazują, że charakterystycznym kształtem funkcji intensywności likwidacji firm jest odwrócona litera U.

dr hab. Iwona Markowicz — Uniwersytet Szczeciński

²¹ Ericson, Pakes (1998); Bhattacharjee (2005).

²² López-García, Puente (2006).

²³ Pojęcie *liability of the adolescence* jest przeciwstawiane pojęciu *liability of the newness*, co autorka tłumaczy jako „niedoświadczona odpowiedzialność”.

²⁴ Jovanovic (1982).

LITERATURA

- Appenzeller D. (2004), *Ekonometryczna analiza czynników kształtujących skalę i dynamikę upadłości w Polsce*, [w:] Appenzeller D. red., *Upadłości przedsiębiorstw w Polsce w latach 1990—2003. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Audretsch D. B., Santarelli E., Vivarelli M. (1999), *Start-up Size and Industrial Dynamics: Some Evidence from Italian Manufacturing*, „International Journal of Industrial Organization”, No. 17.
- Balicki A. (2006), *Analiza przeżycia i tablice wymieralności*, PWE, Warszawa.
- Bartelsmann E., Scarpetta S., Schivardi F. (2005), *Comparative Analysis of Firm Demographics and Survival: Micro-Level Evidence for the OECD Countries*, „Industrial and Corporate Change”, Vol. 14.
- Bhattacharjee A. (2005), *Models of Firm Dynamics and the Hazard Rate of Exits: Reconciling Theory and Evidence Using Hazard Regression Model*, CRIEFF Discussion Papers 0502, Centre for Research into Industry, Enterprise, Finance and the Firm, University of St. Andrews, <http://www.econ.cam.ac.uk/publications/annrep/ar0405.pdf>.
- Błaszczyszyn B., Rolski T. (2004), *Podstawy matematyki ubezpieczeń na życie*, WNT, Warszawa.
- Bławat F. red. (2004), *Przetrawanie i rozwój przedsiębiorstw*, Scientific Publishing Group, Gdańsk.
- Bolesławski L. (1976), *Budowa tablic trwania życia*, PWN, Warszawa.
- Dehnel G. (2010), *Rozwój mikroprzedsiębiorczości w Polsce w świetle estymacji dla małych domen*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Dominiak P. (2005), *Sektor MSP we współczesnej gospodarce*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Ericson R., Pakes A. (1998), *Empirical Implications of Alternative Models of Firm Dynamics*, „Journal of Economic Theory”, No. 79.
- Frątczak E., Gach-Ciepiela U., Babiker H. (2005), *Analiza historii zdarzeń. Elementy teorii, wybrane przykłady zastosowań*, SGH.
- Frątczak E., Józwiak J., Paszek B. (1996), *Zastosowania analizy historii zdarzeń w demografii*, SGH.
- Gazińska M. (2003), *Potencjal demograficzny w regionie. Analiza ilościowa*, Rozprawy i Studia, t. 448, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.
- Gołata E. (2009), *Mikroprzedsiębiorstwa w badaniu SP-3 oraz dodatkowych źródłach informacji*, [w:] Paradysz J. red., *Statystyka małych obszarów w badaniach podmiotów gospodarczych*, Zeszyty Naukowe nr 116, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Hadasik D. (1998), *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, Zeszyty Naukowe, Seria II, Prace habilitacyjne, Zeszyt 153, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
- Hozer J., Markowicz I. (2002), *Małe firmy. Analizy i diagnozy*, Rozprawy i Studia, t. 437, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.
- Jovanovic B. (1982), *Selection and Evolution of Industry*, „Econometrica”, Vol. 50 (3).
- Józwiak J. (1996), *Modele przeżycia*, [w:] Frątczak E., Józwiak J., Paszek B., *Zastosowania analizy historii zdarzeń w demografii*, SGH.
- López-García P., Puente S. (2006), *Business Demography in Spain: Determinants of Firm Survival*, Documentos de Trabajo, No. 0608, Banco de España, Madrid.
- Markowicz I. (2000), *Statystyczna analiza rentowności i żywotności małych firm w województwie szczecińskim*, praca doktorska napisana pod kierunkiem naukowym J. Hozer, maszynopis, Szczecin.
- Markowicz I. (2012), *Statystyczna analiza żywotności firm*, Rozprawy i Studia, t. 835, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.

- Matłoka M. (1997), *Matematyka w ubezpieczeniach na życie*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.
- Mączyńska E. red. (2008), *Bankructwa przedsiębiorstw. Wybrane aspekty instytucjonalne*, SGH.
- Nehrebecka N., Dzik A. M. (2013), *Zdolność przetrwania przedsiębiorstw w Polsce*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 5.
- Nunes A., Morais Sarmiento E. de (2009), *A Non-Parametric Survival Analysis of Business Demography Dynamics in Portugal*, „Boletim Mensal de Economia Portuguesa”, No. 12.
- Ostasiewicz S. red. (2000), *Metody oceny i porządkowania ryzyka w ubezpieczeniach życiowych. Modelowanie statystyczne*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu.
- Pociecha J. (2010), *Metodologiczne problemy prognozowania bankructwa*, [w:] Jajuga K., Waleśiak M. red., *Taksonomia*, nr t. 17, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Pociecha J., Pawełek B. (2011), *Prognozowanie bankructwa a koniunktura gospodarcza*, „Metody analizy danych”, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, nr 873, Kraków.
- Poznańska K. (2007), *Przetrwanie małych i średnich przedsiębiorstw — koncepcje i ich weryfikacja empiryczna w gospodarce polskiej*, [w:] Łuczka T. red., *Małe i średnie przedsiębiorstwa. Szkice o współczesnej przedsiębiorczości*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej.
- Poznańska K. (2008), *Cykle życia przedsiębiorstw a instytucjonalna infrastruktura ich funkcjonowania*, [w:] Mączyńska E. red., *Bankructwa przedsiębiorstw. Wybrane aspekty instytucjonalne*, Oficyna Wydawnicza SGH.
- Praag C. M. van (2003), *Business Survival and Success of Young Small Business Owners: An Empirical Analysis*, „Small Business Economics”, Vol. 21 (1).
- Ptak-Chmielewska A. (2013), *Semiparametric Cox regression model in estimation of small and micro enterprises' survival in the malopolska voivodeship*, „Quantitative Methods in Economics”, Vol. XIV, No. 2.
- Rossa A. (2005), *Metody estymacji rozkładu czasu trwania zjawisk dla danych cenzurowanych oraz ich zastosowania*, Rozprawy Habilitacyjne, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Wagner J. (1994), *The Post-Entry Performance of New Small Firms in German Manufacturing Industries*, „Journal of Industrial Economics”, Vol. 42, No. 2.
- Wędzki D. (2005), *Zastosowanie logitowego modelu upadłości przedsiębiorstw*, „Ekonomista”, nr 5.

Summary. *The study company cohorts, like human cohorts, is carried out using the duration analysis methods. The article presents the possibility of using duration arrays and the liquidation intensity function (gambling) of the companies. This function may take a form "bathtub" — in the case of mortality; inverted U — in the event of liquidation of companies.*

Empirical studies are the basis to create and develop theories to explain the probability of survival of companies. The English literature emphasizes that the hazard function of the shape of an inverted U is consistent with the theoretical model of learning, which assumes that the entrepreneur needs time to determine whether the company will be able to operate on the market.

Keywords: companies expectancy tables, gambling (intensity).

Резюме. *Обследования когорт предприятий, так как и когорт человека (населения), проводятся с использованием методов анализа выживания. В статье была представлена возможность использования таблиц выживания и функции интенсивности (риск) ликвидации предприятий. Эта функция может принимать форму "ванна" — в случае смерти; перевернутой буквы U — в случае ликвидации компании.*

Эмпирические обследования являются основой для разработки и развития теории объясняющей вероятность выживания предприятий. В литературе подчеркивается, что функция риска в форме перевернутой буквы U согласуется с теоретической моделью обучения, устанавливающей, что предприниматель требует времени для того, чтобы выяснить, сможет ли компания действовать на рынке.

Ключевые слова: компании — предприятия, таблицы выживания, риск (интенсивность).