

STUDIA METODOLOGICZNE

Krzysztof BECK

Zastosowanie filtrów do analizy cykli koniunkturalnych i synchronizacji cyklu koniunkturalnego Polski z krajami europejskimi

Streszczenie. *Celem opracowania jest ukazanie znaczenia synchronizacji cyklu koniunkturalnego Polski z innymi krajami Europy. W badaniu wykorzystano filtry Hodricka-Prescotta oraz Christiano-Fitzgeralda. Posłużyły one do ekstrakcji komponentów cyklicznych kwartalnych szeregów czasowych realnego PKB dla 33 krajów europejskich w latach 2002—2016, na podstawie danych kwartalnych Eurostatu dotyczących nominalnego PKB oraz poziomu cen.*

Zastosowanie filtrów do danych wykazało, że w przypadku niektórych krajów (np. Grecji) kryzys gospodarczy doprowadził nie tylko do spadku PKB, lecz także do załamania trendu. Wyniki wskazują też, że większość krajów uporała się z kryzysem pod koniec 2015 r. Synchronizacja cyklu koniunkturalnego Polski z krajami strefy euro wzrasta w bardzo powolnym tempie.

Słowa kluczowe: cykl koniunkturalny, trend stochastyczny, trend deterministyczny, analiza spektralna, filtr Hodricka-Prescotta, filtr Christiano-Fitzgeralda, PKB.

JEL: C21, E23, E32

Kraje Europy doświadczyły w ostatnich latach bardzo poważnych perturbacji dotyczących poziomu realnego PKB wywołanych kryzysem globalnym, a następnie kryzysem zadłużeniowym. Gospodarki krajów europejskich przechodziły jednak kryzys w różnym okresie; różnice pomiędzy nimi dotyczyły także dotkliwości jego skutków oraz czasu potrzebnego na przezwyciężenie recesji.

Z tych względów zasadnicze znaczenie dla prawidłowego określenia trwałości i natężenia skutków kryzysu w poszczególnych krajach ma analiza komponentów cyklicznych PKB. Wahania cykli mają zasadnicze znaczenie dla przyszłości integracji monetarnej w Europie. Stopień synchronizacji cykli koniunkturalnych można uznać za jedno z fundamentalnych kryteriów optymalnego obszaru walutowego — obszaru, na którym najkorzystniejszym rozwiązaniem jest utrzymanie jednej waluty. Na podstawie stopnia synchronizacji cykli koniunkturalnych można określić, czy dołączenie do strefy euro byłoby korzystne dla Polski (Kotliński i Warząła, 2013).

Najpopularniejszą metodą ekstrakcji komponentów o określonej częstotliwości jest zastosowanie filtrów Hodricka-Prescotta (HP) oraz Christiano-Fitzgeralda (CF), różniących się konstrukcją i mających nieco odmienne zalety i wady¹. W artykule przedstawiono konstrukcję filtrów HP i CF. Następnie zastosowano je do szeregów czasowych realnego PKB gospodarek krajów europejskich w celu wskazania okresów kryzysu oraz ich natężenia i trwałości. Badania przeprowadzono na próbie 33 krajów i dwóch ugrupowań europejskich. Przeanalizowano także stopień synchronizacji cyklu koniunkturalnego Polski z innymi krajami europejskimi.

KONSTRUKCJA FILTRÓW

Filtr Hodricka-Prescotta

Filtr skonstruowany przez Hodricka i Prescottta (1997) metodologicznie koresponduje z definicją cyklu koniunkturalnego Lucasa (1977), określającą wahania cykliczne jako odchylenia od trendu. Hodrick i Prescott opracowali swój filtr w dziedzinie czasu, dlatego w tej części rozważań przyjęto perspektywę czasową, a ponieważ jest on filtrem wysokoprzepustowym, w dziedzinie częstotliwości opisano go także przy okazji omawiania filtru pasmoprzepustowego BK. Punktem wyjścia jest założenie, że szereg czasowy składa się z dwóch komponentów:

$$Y_t = Y_{Ct} + Y_{Nt} \quad \text{dla } t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

gdzie:

Y_{Ct} — komponent cykliczny w okresie t ,

Y_{Nt} — wartość trendu w okresie t .

Oznacza to, że filtr ignoruje komponent sezonowy, który musi zostać usunięty za pomocą osobnej procedury.

¹ Więcej na temat teoretycznych podstaw tych filtrów — analizy spektralnej — można znaleźć u Talagi i Zielińskiego (1986), Hamiltona (1994) oraz Skrzypczyńskiego (2010).

Zastosowanie definicji Lucasa w przypadku filtru HP odbywa się poprzez znalezienie rozwiązania następującego problemu programowania matematycznego:

$$\min_{Y_{N_t}} \left\{ \sum_{t=1}^T (Y_t - Y_{N_t})^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(Y_{N_{t+1}} - Y_{N_t}) - (Y_{N_t} - Y_{N_{t-1}})]^2 \right\} \quad (2)$$

Filtr HP jako kryterium stopnia wygładzenia (*smoothness*) przybiera sumę kwadratów drugich przyrostów szeregu czasowego. λ jest dodatnim parametrem penalizującym wariancję w drugich przyrostach. $Y_{C_t} = Y_t - Y_{N_t}$ jest komponentem cyklicznym i przyjmuje się, że jego wartość oczekiwana dąży do zera wraz z wydłużaniem próby czasowej.

Zakładając, że komponenty cykliczne oraz drugie przyrosty szeregu charakteryzują się niezależnymi i identycznymi rozkładami o średniej 0 i wariancjach wynoszących odpowiednio σ_C^2 i $\sigma_{\Delta^2 Y_t}^2$, parametr penalizujący wariancję jest dany przez: $\lambda = \sigma_C^2 / \sigma_{\Delta^2 Y_t}^2 \leftrightarrow \sqrt{\lambda} = \sigma_C / \sigma_{\Delta^2 Y_t} \cdot \lambda$ jest jedynym elementem filtracji, który musi być ustalony przez badacza. Hodrick i Prescott wyszli z założenia, że umiarkowany komponent cykliczny charakteryzuje się zmiennością ok. 5%, natomiast drugie przyrosty — jedynie (1/8)%. Na tej podstawie zaproponowali następującą optymalną wartość parametru penalizującego dla danych kwartalnych: $\sqrt{\lambda} = 5/(1/8) = 40 \rightarrow \lambda = 1600$.

Filtr Christiano-Fitzgeralda

Filtr CF jest metodologicznym odpowiednikiem definicji cyklu koniunkturalnego Burnsa i Mitchella (1946), która opisuje go jako wahania o określonym paśmie częstotliwości — powyżej 1 roku i poniżej 10 lub 12 lat. Christiano i Fitzgerald (2003) starali się znaleźć optymalne przybliżenie filtru idealnego. Autorzy założyli, że dany proces stochastyczny y_t może być rozłożony na dwie części:

$$y_t = y_t^* + \tilde{y}_t \quad (3)$$

gdzie proces y_t^* zawiera jedynie częstotliwości mieszczące się w przedziale

$\{(\underline{\omega}, \overline{\omega}) \cup (-\underline{\omega}, -\overline{\omega})\} \in (-\pi, \pi)$, natomiast \tilde{y}_t — jedynie komponenty spoza

tego przedziału, przy czym $0 < \underline{\omega} \leq \overline{\omega} \leq \pi$.

Za Christiano i Fitzgeraldem (1998) przyjmuje się, że komponent cykliczny PKB mieści się w paśmie wahań pomiędzy 1,5 roku a 8 lat. W terminologii częstotliwości fluktuacji dla danych kwartalnych można zapisać, że stanowi to część ω zawierającą się w przedziale pomiędzy $\underline{\omega} = 2\pi/32$ a $\bar{\omega} = 2\pi/6$. Poszukiwany komponent cykliczny szeregu y_t dany jest przez:

$$y_t^* = \int_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}} [a(\omega) \cos(t\omega) + b(\omega) \sin(t\omega)] d\omega \quad (4)$$

W celu poznania części szeregu, jaka mieści się w wyżej opisanym paśmie częstotliwości, autorzy sugerują wykorzystanie filtru idealnego danego przez (Sargent, 1987):

$$y_t^* = B(L) \quad (5)$$

gdzie $B(L) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_j L^j$, $L^t y_t \equiv y_{t-1}$. W przypadku tej specyfikacji $B(e^{-i\omega}) = 1$

dla $\omega \in (\underline{\omega}, \bar{\omega}) \cup (-\underline{\omega}, -\bar{\omega})$ i jest równe 0 dla wszystkich innych. W takiej sytuacji $\underline{\omega} > 0$ implikuje $B(1) = 0$. Po raz kolejny pojawia się problem wynikający stąd, że filtr idealny wymaga nieskończonej liczby obserwacji, oraz związana z tym konieczność przybliżenia.

Christiano i Fitzgerald skupili uwagę na znalezieniu optymalnego przybliżenia szeregu, który można traktować jako realizację procesu błędzenia losowego. Oznacza to, że jeżeli dany szereg makroekonomiczny wykazuje inne właściwości, konieczne jest doprowadzenie go do właśnie takiej postaci (np. poprzez usunięcie dryfu lub trendu deterministycznego). Oznaczając przybliżenie idealnego filtru jako \widehat{y}_t^* , możemy je zapisać:

$$\widehat{y}_t^* = [y^* | y] \quad (6)$$

a wtedy w przypadku poszczególnych obserwacji $\widehat{y}_t^* = P[y_t^* | y]$ dla $t = 1, \dots, T$. Zatem dla każdego t rozwiązanie można zapisać jako:

$$\widehat{y}_t^* = \sum_{j=-f}^p \widehat{B}_j^{p,f} y_{t-j} \quad (7)$$

gdzie $f = T - t$, $p = t - 1$. $\widehat{B}_j^{p,f}$ jest tutaj rozwiązaniem problemu minimalizacji średnich błędów kwadratowych:

$$\widehat{B}_j^{p,f}, \min_{j=-f, \dots, p} E[(y_t^* - \widehat{y}_t^*)^2 | y] \quad (8)$$

Problem ten można w dziedzinie częstotliwości przedstawić następująco:

$$\widehat{B}_j^{p,f}, \min_{j=-f, \dots, p} \int_{-\pi}^{\pi} |B(e^{-i\omega h}) - \widehat{B}_j^{p,f}(e^{-i\omega h})|^2 f_y(\omega) d\omega \quad (9)$$

gdzie $f_y(\omega)$ jest spektralną gęstością y_t , natomiast

$$\widehat{B}_j^{p,f}(L) = \sum_{j=-f}^p \widehat{B}_j^{p,f} L^j \wedge L^h y_t \equiv y_{t-h} \quad (10)$$

Gdy szereg y_t jest błędzeniem losowym, \widehat{y}_t^* można znaleźć, wykorzystując średnią ruchomą obserwacji:

$$\begin{aligned} \widehat{y}_t^* &= B_0 y_t + B_1 y_{t+1} + \dots + B_{T-t-1} y_{T-1} + \widehat{B}_{T-t-1} y_{t-1} + \\ &+ B_1 y_{t-1} + \dots + B_{t-2} y_2 + \widehat{B}_{t-1} y_1 \end{aligned} \quad (11)$$

dla $t = 3, 4, \dots, T - 2$, gdzie wagi są dane przez:

$$B_0 = \frac{\widetilde{\omega} - \omega}{\pi} \wedge B_j = \frac{\sin(j\widetilde{\omega}) - \sin(j\omega)}{\pi j} \quad \text{dla } j \geq 1 \quad (12)$$

Przytoczone rozwiązania wskazują na kilka ważnych cech filtru CF. Po pierwsze, nie jest on symetryczny, co oznacza, że wykorzystuje informację zawartą we wszystkich obserwacjach do wyliczenia wartości komponentów cyklicznych we wszystkich okresach. Dzięki temu otrzymuje się wartości cykliczne dla analizowanych okresów. Niestety przez zastosowanie asymetrycznych wag filtr nie ma właściwości usuwania trendu. Christiano i Fitzgerald

(2003) pokazują jednak, że zastosowanie go do szeregu o innych właściwościach stochastycznych (zaprezentowane powyżej) prowadzi do bardzo małych strat w przybliżeniu filtru idealnego. Większym problemem okazuje się ryzyko przesunięć fazowych w wyniku zastosowania asymetrycznych wag. Możliwa jest modyfikacja filtru w celu zapewnienia symetryczności wag, ale kosztem utraty danych na początku i końcu analizowanego szeregu czasowego.

WYNIKI ZASTOSOWANIA FILTRÓW

Źródła danych i właściwości szeregów czasowych

Badaniem objęto 33 kraje europejskie oraz dwa ugrupowania — UE (28 krajów) i strefę euro (19 krajów). Wykorzystano w nim dane kwartalne Eurostatu dotyczące nominalnego PKB (w mln euro) oraz poziomu cen (2010=100) za okres od I kwartału 2002 r. do I kwartału 2016 r., w celu uzyskania szeregów czasowych realnego PKB będących przedmiotem wszystkich prezentowanych analiz. Komponent sezonowy w badanych szeregach został usunięty z wykorzystaniem X-13 ARIMA.

Zastosowanie filtru CF wymaga znajomości właściwości stochastycznych analizowanego szeregu czasowego. Z tego względu wszystkie szeregi zostały przed filtracją poddane testom ADF (Augmented Dickey-Fuller test)² (Said, Dickey, 1984) oraz KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test) (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt i Shin, 1992). W obu przypadkach wykorzystano wersje testu z wyrazem wolnym (α) oraz z wyrazem wolnym i trendem liniowym ($\alpha + \beta t$), aby rozstrzygnąć, czy trend w danych ma charakter stochastyczny (S), czy deterministyczny (D). Gdy włączenie trendu deterministycznego powodowało eliminację pierwiastka jednostkowego, za Nelsonem i Plosserem (1989) klasyfikowano trend jako deterministyczny. W przeciwnym przypadku przyjmowano hipotezę o trendzie stochastycznym i występowaniu dryfu. Obliczenia wykonano w środowisku R za pomocą pakietu fUnitroots autorstwa Wuertza i współpracowników w 2015 r.

Wyniki poddania testom szeregów realnego PKB zawierających komponent sezonowy oraz pozbawionych go przedstawiono w tabl. 1. W kilku przypadkach były one niejednoznaczne, co wskazywało na stacjonarny charakter szeregu przed włączeniem trendu liniowego i po jego włączeniu (np. test ADF dla PKB Finlandii uwzględniającego komponent sezonowy); oznaczono je kolorem jasnoszarym. Kolorem ciemnoszarym oznaczono sytuacje, w których włączenie trendu liniowego prowadziło do wykrycia przez jeden z testów pierwiastka jednostkowego. Niemniej jednak w każdym przypadku co najmniej jeden test wskazywał na występowanie trendu stochastycznego lub deterministycznego

² Więcej informacji na temat testu można znaleźć w pracy Stadnytskiej (2010).

(poza przypadkiem Chorwacji, gdzie zastosowano korektę o dryf). Decyzję o tym, czy przed zastosowaniem filtru CF usunąć z danych dryf (α), czy trend liniowy (βt), podjęto na podstawie przeważającej liczby testów wskazujących na daną opcję. Rezultaty zostały zaprezentowane w kolumnie CF.

Dla filtru HP przyjęto wartość parametru penalizującego za wariancję λ równą 1600. Dla filtru CF komponent cykliczny realnego PKB zdefiniowano jako charakteryzujący się częstotliwością zawierającą się między 6 a 32 kwartałami (od 1,5 roku do 8 lat). Obliczenia wykonano w środowisku R za pomocą pakietu mFilter autorstwa Balicara z 2015 r.

TABL. 1. WYNIKI TESTÓW ADF I KPSS DLA SZEREGÓW CZASOWYCH REALNEGO PKB KRAJÓW EUROPEJSKICH, UE I STREFY EURO

Wyszczególnienie	Test ADF		Test KPSS		Trend		Filtr CF
	α	$\alpha + \beta t$	α	$\alpha + \beta t$	S	D	
UE	0,236	0,356	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Strefa euro	0,174	0,362	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Austria	0,669	0,733	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Belgia	0,630	0,371	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Bułgaria	0,140	0,853	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Chorwacja	0,071	0,514	I(0)	I(1)**	—	—	α
Cypr	0,497	0,919	I(1)*	I(1)***	2	—	α
Czechy	0,420	0,691	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Dania	0,275	0,687	I(1)*	I(1)**	2	—	α
Estonia	0,189	0,194	I(1)**	I(0)	A	K	α
Finlandia	0,204	0,801	I(1)**	I(1)**	2	—	α
Francja	0,717	0,374	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Grecja	0,954	0,413	I(1)**	I(1)**	2	—	α
Hiszpania	0,308	0,585	I(1)*	I(1)**	2	—	α
Holandia	0,686	0,625	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Irlandia	0,627	0,354	I(1)**	I(1)*	2	—	α
Islandia	0,391	0,543	I(1)**	I(1)**	2	—	α
Litwa	0,398	0,564	I(1)**	I(1)*	2	—	α
Luksemburg	0,952	0,205	I(1)***	I(0)	A	K	βt
Łotwa	0,060	0,079	I(1)*	I(1)*	K	—	α
Macedonia	0,893	0,072	I(1)***	I(1)**	K	A	α
Malta	1,000	0,965	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Niemcy	0,826	0,035	I(1)***	I(0)	—	2	βt
Norwegia	0,749	0,412	I(1)***	I(1)*	2	—	α
Polska	0,818	0,835	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Portugalia	0,262	0,445	I(0)	I(1)**	A	—	α
Rumunia	0,662	0,627	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Serbia	0,073	0,738	I(1)***	I(1)***	K	—	α
Słowacja	0,591	0,847	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Słowenia	0,174	0,370	I(1)**	I(1)**	2	—	α
Szwajcaria	0,763	0,374	I(1)***	I(1)**	2	—	α
Szwecja	0,812	0,037	I(1)***	I(0)	—	2	βt
Wielka Brytania	0,664	0,188	I(1)***	I(1)*	2	—	α
Węgry	0,123	0,344	I(1)**	I(1)*	2	—	α
Włochy	0,462	0,404	I(1)*	I(1)**	2	—	α

U w a g a. W przypadku testu ADF przedstawiono wartości p (H_0 — pierwiastek jednostkowy). W przypadku testu KPSS (H_0 — stacjonarność) I(1)*, I(1)** oraz I(1)*** oznaczają odrzucenie hipotezy zerowej odpowiednio na poziomie istotności: 0,1, 0,05 i 0,01. Skróty: A — ADF; K — KPSS; 2 — ADF i KPSS.

Ź r ó d ł o: opracowanie własne na podstawie danych Eurostatu.

Wahania cykliczne w krajach europejskich w latach 2008—2016

W celu umożliwienia porównywalności wyników uzyskanych z wykorzystaniem filtrów HP i CF³ posłużono się miarami relatywnymi — podzielono komponent cykliczny przez trend dla filtru HP lub komponent niecykliczny dla filtru CF. Otrzymane miary informują, o ile realny PKB odchyła się (na skutek wahań cyklicznych) od poziomu naturalnego, co koresponduje z przywołaną w artykule definicją cyklu koniunkturalnego Lucasa (1977). W tabl. 2 (wklejka) przedstawiono wyniki za okres od I kwartału 2008 r. do I kwartału 2016 r. uzyskane z wykorzystaniem filtru HP. W niektórych krajach wystąpiło załamanie trendu z powodu przedłużającego się kryzysu (oznaczone literą T); w ich przypadku negatywne wartości odchylenia od trendu mogą być zaniżone w stosunku do wartości bezwzględnej.

Na podstawie wyników uzyskanych z wykorzystaniem filtru HP można wyróżnić dwa najdotkliwsze okresy kryzysu. Pierwszy nastąpił pomiędzy I kwartałem 2009 r. a III kwartałem 2010 r. Z niewielkimi przesunięciami fazowymi miał on miejsce we wszystkich analizowanych krajach z wyjątkiem Grecji. Niewykazywanie przez Grecję kryzysu gospodarczego w tym okresie można wyjaśnić załamaniem w trendzie. Filtr, wygładzając dane, wychwycił długotrwałe załamanie gospodarki greckiej już w roku 2009. Drugi okres przebiegał w dużo większym rozproszeniu w czasie. W niektórych krajach (np. Czechach i Francji) rozpoczął się już w II kwartale 2012 r., a skończył się w IV kwartale 2014 r. lub I kwartale 2015 r. Okazuje się, że większość krajów europejskich poradziła sobie ze skutkami kryzysu w ostatnich latach. Na przykład produkcja na Litwie i Łotwie, które bardzo dotkliwie przechodziły kryzys w okresie od I kwartału 2009 r. do II kwartału 2012 r., nie spadła w następnych latach poniżej poziomu naturalnego. Natomiast w Chorwacji, na Cyprze, w Finlandii, Grecji, Włoszech, Portugalii, Słowenii i Hiszpanii kryzys był na tyle dotkliwy, że doprowadził do tendencji spadkowych w trendzie realnego PKB.

Takie same wnioski co do załamania trendu — niemal identyczne z uzyskanymi przy użyciu filtru HP, z niewielkimi przesunięciami fazowymi — wyciągnięto na podstawie wyników uzyskanych za pomocą filtru CF (tabl. 3 — wklejka). Świadczy to o odporności wyników na zastosowaną procedurę filtracji. Ponadto w przypadku Polski korespondują one z wynikami otrzymanymi przez Lenarta, Mazura i Pipienia (2016) oraz Skrzypczyńską (2014), różnią się jednak od tych zaprezentowanych przez Gradzewicza, Growca, Hagemejera i Popowskiego (2010), które cechowała większa amplituda wahań cyklicznych.

³ Wyniki dla wszystkich filtrów (komponent cykliczny, trend/komponent niecykliczny, odchylenie) za cały analizowany okres są dostępne na życzenie Czytelnika.

Synchronizacja cyklu koniunkturalnego Polski z innymi krajami europejskimi

W celu oceny stopnia synchronizacji cyklu koniunkturalnego Polski z innymi krajami Europy oraz UE i strefą euro⁴ wykorzystano, podobnie jak we wcześniejszych opracowaniach na ten temat (Skrzypczyński, 2006; Beck, 2013; Kotliński i Warząła, 2013; Pietrzak, 2014), współczynnik korelacji komponentów cyklicznych realnego PKB. Miary synchronizacji cykli strukturalnych obliczono dla całego badanego okresu oraz trzech równych podokresów złożonych z 19 kwartałów. Obliczenia wykonano w środowisku R, z wykorzystaniem pakietu PairwiseD autorstwa Becka i Stryjka z 2017 r. Wyniki otrzymane dla komponentów cyklicznych uzyskanych za pomocą filtrów HP i CF przedstawiono w tabl. 4 i 5.

TABL. 4. MIARY SYNCHRONIZACJI CYKLU KONIUNKTURALNEGO (SCK) POLSKI Z INNYMI KRAJAMI EUROPY, UE I STREFĄ EURO UZYSKANE Z WYKORZYSTANIEM FILTRU HP

Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK
I kw. 2002—I kw. 2016		I kw. 2002—III kw. 2006		IV kw. 2006—II kw. 2011		III kw. 2011—I kw. 2016	
Cypr	0,714	Cypr	0,713	Francja	0,819	Belgia	0,904
Holandia	0,708	Niemcy	0,656	Austria	0,813	Niemcy	0,875
Słowenia	0,673	Słowenia	0,589	Holandia	0,811	Włochy	0,797
Niemcy	0,659	Szwajcaria	0,561	Belgia	0,790	Szwecja	0,783
Belgia	0,630	Słowacja	0,550	Finlandia	0,789	Finlandia	0,777
Czechy	0,630	Holandia	0,517	Włochy	0,788	Francja	0,742
Włochy	0,613	Rumunia	0,507	Niemcy	0,780	Cypr	0,738
Słowacja	0,610	Luksemburg	0,505	Szwecja	0,779	Słowacja	0,719
Hiszpania	0,608	Portugalia	0,496	Dania	0,776	Holandia	0,694
Austria	0,600	Austria	0,471	Luksemburg	0,765	Czechy	0,616
Finlandia	0,591	Bułgaria	0,455	Słowenia	0,745	Słowenia	0,580
Portugalia	0,590	Finlandia	0,306	Czechy	0,739	Hiszpania	0,561
Luksemburg	0,577	Belgia	0,258	Estonia	0,723	Portugalia	0,537
Szwecja	0,560	Strefa euro	0,257	Węgry	0,715	Strefa euro	0,537
Francja	0,553	Czechy	0,232	Hiszpania	0,712	Irlandia	0,526
Szwajcaria	0,532	Grecja	0,193	Szwajcaria	0,711	Austria	0,513
Bułgaria	0,519	UE	0,188	Łotwa	0,682	UE	0,442
Strefa euro	0,519	Hiszpania	0,177	Litwa	0,680	Węgry	0,397
Chorwacja	0,510	Francja	0,111	Cypr	0,666	Macedonia	0,387
UE	0,461	Łotwa	0,111	Chorwacja	0,646	Chorwacja	0,387
Irlandia	0,435	Chorwacja	0,102	Strefa euro	0,638	Bułgaria	0,275
Dania	0,392	Włochy	0,097	Słowacja	0,636	Dania	0,252
Łotwa	0,391	Litwa	0,078	Irlandia	0,630	Luksemburg	0,250
Rumunia	0,385	Norwegia	0,061	UE	0,596	Wielka Brytania	0,187
Litwa	0,364	Malta	0,045	Portugalia	0,596	Malta	0,162
Estonia	0,344	Macedonia	0,010	Serbia	0,567	Norwegia	0,058
Węgry	0,342	Serbia	0,000	Wielka Brytania	0,559	Grecja	0,013
Malta	0,313	Szwecja	-0,006	Bułgaria	0,552	Rumunia	0,003

⁴ Wyniki dla wszystkich możliwych par (595) w analizowanych podokresach z zastosowaniem obu filtrów są dostępne na życzenie Czytelnika.

**TABL. 4. MIARY SYNCHRONIZACJI CYKLU KONIUNKTURALNEGO (SCK) POLSKI
Z INNYMI KRAJAMI EUROPY, UE I STREFĄ EURO
UZYSKANE Z WYKORZYSTANIEM FILTRU HP (dok.)**

Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK
I kw. 2002—I kw. 2016		I kw. 2002—III kw. 2006		IV kw. 2006—II kw. 2011		III kw. 2011—I kw. 2016	
Islandia	0,308	Islandia	-0,033	Islandia	0,546	Serbia	-0,146
Macedonia	0,292	Estonia	-0,086	Rumunia	0,436	Islandia	-0,209
Serbia	0,290	Dania	-0,095	Malta	0,421	Szwajcaria	-0,264
Wielka Brytania	0,253	Wielka Brytania	-0,226	Norwegia	0,364	Estonia	-0,316
Norwegia	0,198	Irlandia	-0,236	Macedonia	0,299	Łotwa	-0,645
Grecja	0,183	Węgry	-0,404	Grecja	-0,129	Litwa	-0,762
Średnia	0,481	Średnia	0,211	Średnia	0,636	Średnia	0,334

Źródło: jak przy tabl. 1.

Zastosowany filtr powoduje niekiedy znaczne rozbieżności wyników, przy czym te uzyskane za pomocą filtru CF mają przeciętnie wyższe wartości. Nie wielkie różnice występują w rankingu krajów najsilniej zsynchronizowanych z Polską. W przypadku obu filtrów najniższym stopniem współmienności komponentów cyklicznych realnego PKB charakteryzowała się Grecja. Wynik ten nie zaskakuje, gdyż Polska odznaczała się najstabilniejszym tempem wzrostu w badanym okresie, podczas gdy Grecja doznała nie tylko potężnego załamania gospodarczego, lecz także załamania trendu w PKB. Filtr CF wskazuje na dość silny poziom korelacji wahań cyklicznych Polski i strefy euro (0,8), natomiast wynik uzyskany za pomocą filtru HP jest znacznie niższy (0,52). Najwyższe wyniki w przypadku obu filtrów zanotowano dla par z krajami strefy euro (z wyjątkiem Grecji i Malty). Krajem spoza strefy euro o najwyższym stopniu synchronizacji cyklu koniunkturalnego z Polską były Czechy. Analiza korelacji wszystkich możliwych par wskazuje jednak, że kraje strefy euro oprócz Grecji charakteryzowała znacznie wyższa synchronizacja cykli koniunkturalnych, niż miało to miejsce w przypadku par z Polską.

**TABL. 5. MIARY SYNCHRONIZACJI CYKLU KONIUNKTURALNEGO POLSKI
Z INNYMI KRAJAMI EUROPY, UE I STREFĄ EURO
UZYSKANE Z WYKORZYSTANIEM FILTRU CF**

Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK
I kw. 2002—I kw. 2016		I kw. 2002—III kw. 2006		IV kw. 2006—II kw. 2011		III kw. 2011—I kw. 2016	
Hiszpania	0,819	Rumunia	0,869	Francja	0,937	Belgia	0,985
Strefa euro	0,802	Słowenia	0,849	Austria	0,923	Niemcy	0,969
Holandia	0,801	Grecja	0,752	Finlandia	0,920	Włochy	0,951
Niemcy	0,796	Słowacja	0,740	Strefa euro	0,911	Czechy	0,852
Słowenia	0,780	Hiszpania	0,736	Holandia	0,911	Holandia	0,825
UE	0,774	Bułgaria	0,721	UE	0,910	Słowacja	0,816
Włochy	0,770	Luksemburg	0,683	Niemcy	0,899	Cypr	0,812
Czechy	0,765	Strefa euro	0,674	Czechy	0,889	Strefa euro	0,807
Belgia	0,754	Litwa	0,650	Włochy	0,885	Hiszpania	0,777
Francja	0,754	Chorwacja	0,640	Belgia	0,884	Szwecja	0,750

**TABL. 5. MIARY SYNCHRONIZACJI CYKLU KONIUNKTURALNEGO POLSKI
Z INNYMI KRAJAMI EUROPY, UE I STREFĄ EURO
UZYSKANE Z WYKORZYSTANIEM FILTRU CF (dok.)**

Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK	Partnerzy	SCK
I kw. 2002—I kw. 2016		I kw. 2002—III kw. 2006		IV kw. 2006—II kw. 2011		III kw. 2011—I kw. 2016	
Cypr	0,741	UE	0,634	Dania	0,877	Francja	0,730
Finlandia	0,740	Portugalia	0,633	Hiszpania	0,876	Finlandia	0,705
Austria	0,739	Cypr	0,629	Estonia	0,873	Dania	0,674
Chorwacja	0,704	Niemcy	0,628	Luksemburg	0,865	Słowenia	0,674
Słowacja	0,701	Holandia	0,602	Węgry	0,860	UE	0,672
Luksemburg	0,683	Irlandia	0,535	Wielka Brytania	0,858	Austria	0,617
Szwecja	0,651	Norwegia	0,467	Słowenia	0,856	Chorwacja	0,579
Wielka Brytania	0,606	Finlandia	0,446	Chorwacja	0,845	Węgry	0,538
Estonia	0,595	Islandia	0,426	Szwecja	0,845	Irlandia	0,457
Dania	0,592	Austria	0,421	Szwajcaria	0,834	Portugalia	0,431
Łotwa	0,571	Szwajcaria	0,395	Łotwa	0,827	Estonia	0,145
Litwa	0,570	Łotwa	0,350	Cypr	0,818	Luksemburg	0,144
Bułgaria	0,567	Francja	0,322	Litwa	0,815	Norwegia	0,140
Węgry	0,567	Włochy	0,263	Słowacja	0,797	Wielka Brytania	0,078
Portugalia	0,557	Belgia	0,257	Serbia	0,678	Bułgaria	0,067
Szwajcaria	0,553	Czechy	0,240	Bułgaria	0,671	Malta	0,014
Norwegia	0,446	Malta	0,220	Islandia	0,663	Macedonia	-0,036
Islandia	0,444	Estonia	0,135	Portugalia	0,627	Łotwa	-0,164
Irlandia	0,427	Wielka Brytania	0,097	Irlandia	0,596	Serbia	-0,255
Rumunia	0,407	Dania	-0,037	Malta	0,560	Grecja	-0,357
Malta	0,371	Serbia	-0,172	Norwegia	0,555	Litwa	-0,373
Serbia	0,272	Szwecja	-0,192	Macedonia	0,540	Szwajcaria	-0,396
Macedonia	0,246	Macedonia	-0,257	Rumunia	0,473	Rumunia	-0,561
Grecja	0,016	Węgry	-0,338	Grecja	-0,371	Islandia	-0,754
Średnia	0,605	Średnia	0,412	Średnia	0,762	Średnia	0,362

Źródło: jak przy tabl. 1.

Wyniki analizy, niezależnie od zastosowanego filtru, jednoznacznie wskazują, że synchronizacja cyklu Polski z innymi krajami Europy była najniższa w początkowym okresie i znacznie wzrosła w czasie kryzysu finansowego. W ostatnim okresie stopień tej synchronizacji zmniejszył się, jednak był wyższy niż początkowo. Można zatem mówić o postępującej synchronizacji cyklu koniunkturalnego Polski z innymi krajami Europy, przy czym znaczny jej wzrost od IV kwartału 2006 r. do II kwartału 2011 r. należy tłumaczyć globalnym charakterem kryzysu. Znacznym zmianom w badanych okresach uległa także kompozycja rankingu. W pierwszym (I kwartał 2002 r.—III kwartał 2006 r.) czołówka była bardzo zróżnicowana i składała się zarówno z krajów ze strefy euro, jak i spoza niej, a nawet spoza UE. W następnych okresach czołówkę stanowiły w większości kraje strefy euro oraz Czechy. Jest to kolejny dowód na postępującą synchronizację polskiego cyklu koniunkturalnego z krajami Unii Gospodarczej i Walutowej oraz rosnącą gotowość Polski do przyjęcia wspólnej waluty. Powyższe wnioski znajdują potwierdzenie w szczególności w wynikach uzyskanych poprzez ekstrakcję komponentu cyklicznego z wykorzystaniem filtru CF.

W ostatnim etapie analizy obliczono wartości współczynnika korelacji w rozbięciu na próby w siedmiu okresach składających się z ośmiu kwartałów⁵. Miary obliczono dla par ze strefą euro, UE, krajami Grupy Wyszehradzkiej, wybranymi krajami strefy euro oraz Wielką Brytanią. Wyniki uzyskane z zastosowaniem filtru CF przedstawiono w tabl. 6.

**TABL. 6. MIARY SYNCHRONIZACJI CYKLU KONIUNKTURALNEGO POLSKI
UZYSKANE Z WYKORZYSTANIEM FILTRU CF**

Okresy	UE	Strefa euro	Czechy	Francja	Grecja	Niemcy	Słowacja	Węgry	Wielka Brytania
I kw. 2002—IV kw. 2003	0,204	0,304	0,267	0,803	-0,374	0,559	-0,083	0,767	-0,889
I kw. 2004—IV kw. 2005	0,735	0,837	-0,829	0,684	0,993	0,655	0,903	-0,692	-0,297
I kw. 2006—IV kw. 2007	0,968	0,973	0,909	0,978	0,958	0,956	0,939	0,211	0,927
I kw. 2008—IV kw. 2009	0,984	0,981	0,968	0,983	-0,042	0,975	0,980	0,964	0,963
I kw. 2010—IV kw. 2011	0,906	0,900	0,935	0,956	-0,933	0,929	0,899	0,947	0,916
I kw. 2012—IV kw. 2013	0,843	0,919	0,999	0,771	-0,660	0,956	0,954	0,365	0,497
I kw. 2014—IV kw. 2015	0,678	0,758	0,849	0,488	0,060	0,821	0,843	-0,088	0,023

Źródło: jak przy tabl. 1.

W przypadku UE, strefy euro, Francji, Niemiec i Słowacji można zaobserwować znaczący wzrost stopnia synchronizacji cykli koniunkturalnych z Polską, a następnie jego obniżenie w ostatnich dwóch analizowanych latach. Podobna tendencja jest widoczna w przypadku pozostałych krajów strefy euro z wyjątkiem Grecji oraz krajów najmocniej dotkniętych kryzysem gospodarczym⁶. Znaczącą poprawę można zaobserwować szczególnie od momentu akcesji Polski do UE. Lata 2006—2011 można określić mianem okresu bardzo wysokiej synchronizacji cyklu koniunkturalnego Polski z krajami strefy euro, z wyłączeniem Grecji. Jest to też okres, w którym zanotowano najwyższe wyniki dla wszystkich 595 analizowanych par.

Podsumowanie

Zastosowanie filtrów HP i CF do analizy cykli koniunkturalnych prowadzi do bardzo podobnych wniosków odnośnie do określenia czasu i długości fazy załamania w gospodarkach krajów europejskich. Wyniki uzyskane za pomocą obu filtrów pokazały, że w Chorwacji, na Cyprze, w Finlandii, Grecji, Włoszech, Portugalii, Słowenii i Hiszpanii kryzys był na tyle silny, że doprowadził do tendencji spadkowych w trendzie realnego PKB. Pozwoliły też wyróżnić dwa najdotkliwsze okresy kryzysu — pomiędzy I kwartałem 2009 r. a III kwartałem 2010 r. i pomiędzy (mniej więcej) II kwartałem 2012 r. a przełomem 2014 i 2015 r. Ten drugi okres charakteryzował się dużo większym rozproszeniem

⁵ Z pominięciem I kwartału 2016 r. dla zachowania równej długości podokresów.

⁶ Wyniki tej części analizy, ze względu na znaczną objętość, nie zostały tu przedstawione, ale są dostępne na życzenie Czytelnika.

w czasie w analizowanych krajach. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że większość krajów europejskich zdołała wyjść z kryzysu i charakteryzuje się realnym PKB przekraczającym poziom naturalny.

Miary cykli koniunkturalnych, obliczone z wykorzystaniem komponentów cyklicznych uzyskanych za pomocą różnych filtrów, wykazywały znaczne różnice co do wartości absolutnej, ale obrazowały bardzo podobną tendencję — trwały, choć dość powolny wzrost stopnia synchronizacji cyklu Polski z krajami strefy euro. W okresie kryzysu nastąpiła znaczna jej intensyfikacja, choć nadal jej poziom jest niższy niż pomiędzy krajami strefy euro. Z drugiej strony, w grupie najlepszych partnerów dla Polski do utworzenia unii walutowej zaczynają dominować kraje Unii Gospodarczej i Walutowej.

dr Krzysztof Beck — *Uczelnia Łazarskiego*

LITERATURA

- Beck, K. (2013). Structural Similarity as a Determinant of Business Cycle Synchronization in the European Union. *Research in Economics and Business: Central and Easter Europe*, 5(2), 31—54.
- Burns, A., Mitchell, W. (1946). *Measuring business cycles*. New York: NBER.
- Christiano, L., Fitzgerald, T. (1998). The Business Cycle: It's Still a Puzzle. *Federal Reserve Bank of Chicago Economic Perspectives*, 22(4), 56—83.
- Christiano, L., Fitzgerald, T. (2003). The Band Pass Filter. *International Economic Review*, 44(2), 453—456.
- Gradzewicz, M., Growiec, J., Hagemeyer, J., Popowski, P. (2010). Cykl koniunkturalny w Polsce — wnioski z analizy spektralnej. *Bank i Kredyt*, 41(5), 41—76.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
- Hodrick, R., Prescott, E. (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1), 1—16.
- Kotliński, K., Warząła, R. (2013). Synchronizacja cykli koniunkturalnych jako kryterium członkostwa w strefie euro. *Ekonomia*, (34), 49—64.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P., Schmidt, P., Shin, Y. (1992). Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics*, 54(1—3), 159—178.
- Lenart, Ł., Mazur, B., Pipień, M. (2016). Statistical Analysis of Business Cycle Fluctuations in Poland Before and After the Crisis. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*, 11(4), 769—783.
- Lucas, R. (1977). Understanding business cycle. W: K. Brunner, A. Meltzer (red.), *Stabilization of the domestic and international economy. Carnegie-Rochester conference Series on Public Policy*, 5(7—29). Amsterdam: North-Holland.
- Nelson, C., Plosser, C. (1989). Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series. Some Evidence and Implications. *Journal of Monetary Economics*, 10, 139—162.
- Pietrzak, M. (2014). Opisy cykli koniunkturalnych w wybranych krajach Europy Środkowo-Wschodniej i ich synchronizacja ze strefą euro. *Bank i Kredyt*, 45(2).
- Said, E., Dickey, D. (1984). Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order. *Biometrika*, 71(3), 133—162.
- Sargent, T. (1987). *Macroeconomic Theory*. London: Academic Press.

- Skrzypczyńska, M. (2014). Cyclical Processes in the Polish Economy. *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, 6(3), 153—192.
- Skrzypczyński, P. (2006). Analiza synchronizacji cykli koniunkturalnych w strefie euro. *Materiały i Studia*, (210), 1—48.
- Skrzypczyński, P. (2010). Metody spektralne w analizie cyklu koniunkturalnego. *Materiały i Studia*, (252).
- Stadnytska, T. (2010). Deterministic or Stochastic Trend. Decision on the Basis of the Augmented Dickey-Fuller Test. *Methodology*, 6(2), 82—92.
- Talaga, L., Zieliński, Z. (1986). *Analiza spektralna w modelowaniu ekonometrycznym*. Warszawa: PWN.

Summary. *The aim of this paper is to present the importance of business cycle synchronization between Poland and other European countries. The Hodrick-Prescott and Christiano-Fitzgerald filters were used in the research. They were applied to extract cyclical components from quarterly time series of real GDP of 33 European countries basing on the Eurostat's quarterly data on nominal GDP and price level in the years 2002—2016. The application of filters proved that, in case of some countries (e.g. Greece), the economic crisis led not only to a drop of GDP but also to a break in the trend. Moreover, the results indicate that most European countries overcame the crisis at the end of 2015. The business cycle synchronization of Poland with euro area countries is slowly increasing.*

Keywords: business cycle, stochastic trend, deterministic trend, spectral analysis, Hodrick-Prescott filter, Christiano-Fitzgerald filter, GDP.