



Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Fundusz Spójności



## Raport końcowy Final report

Prace studialne  
Research study

---

# ROZSZERZENIE BADANIA AKTYWNOŚCI EKONOMICZNEJ LUDNOŚCI EXTENSION OF THE LABOUR FORCE SURVEY

---

Główny Urząd Statystyczny



Warszawa 2018



Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Fundusz Spójności



### **Jednostka opracowująca raport**

#### **The unit responsible for preparing the report**

Centrum Badań i Edukacji Statystycznej GUS

Jachranka 81 k/Warszawy, 05-140 Serock

Jachranka@stat.gov.pl

cbies.stat.gov.pl

### **Kierownik Projektu**

#### **Project manager**

Hanna Strzelecka

### **Koordynator Merytoryczny w zakresie Modułu II Subject matter expert responsible for Module II**

Marcin Szymkowiak

### **Zespół autorski**

#### **Research team**

Maciej Beręsewicz, Iwona Biały, Katarzyna Derucka, Grzegorz Grygiel, Piotr Jastrzębski, Tomasz Józefowski, Tomasz Klimanek, Jacek Kowalewski, Jan Kubacki, Magdalena Łączyńska, Andrzej Młodak, Dorota Malicka, Tomasz Piasecki, Michał Pietrzak, Waldemar Popiński, Małgorzata Saroska, Hanna Strzelecka, Marcin Szymkowiak, Ewa Wieczorek, Kamil Wilak

**Raport dostępny na stronie [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)**

**The report is available at [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl)**

**ISSN**

**ISBN**

**Przy publikowaniu danych GUS prosimy o podanie źródła**

**When publishing the CSO data – please indicate the source**

Druk publikacji współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach projektu „Statystyka dla polityki spójności. Wsparcie systemu monitorowania polityki spójności w perspektywie finansowej 2014–2020 oraz programowania i monitorowania polityki spójności po 2020 roku.

Print of the publication is co-financed by the European Union within the framework of the project „Statistics for cohesion policy. Support for the system of monitoring cohesion policy within the financial perspective 2014–2020 and developing and monitoring cohesion policy beyond 2020”

# Przedmowa

Monitorowanie i analiza wskaźników na poziomie regionalnym jest niezbędnym elementem oceny efektywności wdrażania przyjętych strategii i programów rozwoju. Skutkuje to rosnącym zapotrzebowaniem użytkowników danych statystycznych na wiarygodne, powtarzalne i adekwatne wskaźniki na jak najniższym poziomie agregacji terytorialnej. Jednym z badań opisujących faktyczną sytuację na rynku pracy jest szeroko wykorzystywane, także do oceny prowadzonych polityk spójności, Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL). Dużym atutem tego badania jest jego ciągły charakter, bardzo szeroki zakres pozyskiwanych informacji, jak również porównywalność wyników na poziomie międzynarodowym. Ma ono jednak dość duże ograniczenia w prezentowaniu wskaźników na szczeblu regionalnym z uwagi na swój reprezentacyjny charakter. Dotychczas najniższym poziomem, na którym prezentowano dane z BAEL był poziom województwa.

Projekt badawczy pt. „Rozszerzenie Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności” jest kontynuacją pracy badawczej przeprowadzonej w latach 2014–2015 pt. „Rozszerzenie Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności - wybrane wskaźniki „Europa 2020” oraz wskaźnik NEET na poziomie województw (NTS 2); podstawowe agregacje z zakresu rynku pracy na podregiony (NTS 3), miasta wojewódzkie, grupy podregionów”. Obecny projekt objął dwa niezależne moduły. Celem pierwszego było opracowanie wskaźników z zakresu rynku pracy i edukacji na poziomie miast wojewódzkich i obszarów województw z wyłączeniem miast wojewódzkich (z uwzględnieniem nowego podziału statystycznego województwa mazowieckiego w ramach rewizji NUTS 2016) w oparciu o wyniki BAEL. W module drugim jako cel przyjęto opracowanie podstawowych agregacji z zakresu rynku pracy na poziomie podregionów NUTS 3 na podstawie wyników BAEL z wykorzystaniem estymatorów statystyki małych obszarów. Zatem głównym celem niniejszej pracy badawczej było rozszerzenie zestawu wskaźników z rynku pracy i edukacji na niższym poziomie agregacji terytorialnej, bez kosztownego zwiększania próby do badania BAEL.

Zawarte w niniejszym raporcie wyniki oraz rekomendacje powinny umożliwić w przyszłości wzbogacenie zakresu wynikowych informacji statystycznych prezentowanych m.in. w Banku Danych Lokalnych oraz w systemie monitorowania rozwoju STRATEG dla potrzeb prowadzenia analiz na poziomie niższym niż województwo. W zestawie wskaźników objętych zakresem pracy badawczej znalazły się podstawowe wskaźniki pozwalające na ocenę faktycznej sytuacji na rynku pracy. Przekazując w Państwa ręce niniejszy raport będziemy wdzięczni za wszelkie uwagi i sugestie, które pozwolą w większym stopniu wychodzić naprzeciw Państwa oczekiwaniom.

# Preface

The effectiveness of implementing development strategies and programmes can only be evaluated by monitoring and analysing indicators at the regional level. Consequently, there is a growing demand from users of statistical data for reliable, periodical and adequate indicators at the lowest possible level of territorial aggregation. One of the surveys describing the current situation of the labour market is the widely used Labour Force Survey (LFS), which is also used to assess the implementation of cohesion policies. One key feature of this survey is its continuous character, a very wide range of collected data and comparability of the results at the international level. However, the survey is strongly limited as regards indicators at a regional level owing to its representative character. The lowest level at which the LFS data have been presented so far is that of the province.

The research project „Extension of the Labour Force Survey” is a continuation of the research study carried out in the years 2014–2015 entitled “Extension of the Labour Force Survey - selected “Europe 2020” indicators and the NEET indicator at province level (NTS 2); basic aggregations for the labour market at the level of subregions (NTS 3), province capital cities, groups of subregions”. The project consisted of two separate modules. The purpose of the first one was to estimate indicators of the labour market and education for province capital cities and remaining parts of provinces (excluding capital cities), taking into account the new statistical division of Mazowieckie Province (NUTS 2016 revision) based on the Labour Force Survey. The goal of the second module was to produce basic aggregates of the labour market for NUTS 3 subregions on the basis of LFS results using small areas estimation. Therefore, the main objective of the following research study was to extend the set of indicators about the labour market and education at a lower level of territorial aggregation without increasing the LFS sample. The results included in the report together with the recommendations should enable the future extension of the range of statistical information available, among other things, in the Local Data Bank and in the STRATEG system for monitoring development to facilitate analyses below the province. The set of indicators estimated in the study included basic characteristics used for assessing the current situation of the labour market.

We are happy to release this report and welcome any comments and suggestions from our readers that can help us to improve our future publications.

# Spis treści

## Table of Contents

Przedmowa . . . . .	3
Preface . . . . .	4
Spis treści	
Table of Contents . . . . .	5
Objaśnienia skrótów	
Abberviations . . . . .	8
Spis rysunków	
List of Figures . . . . .	9
Spis tabel	
List of Tables . . . . .	11
Wstęp . . . . .	12
Introduction . . . . .	17
Synteza . . . . .	21
Synthesis . . . . .	23
<b>1 Kalibracja wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności</b>	
<i>Weight calibration in the Labour Force Survey . . . . .</i>	<b>25</b>
1.1 Teoretyczne podstawy kalibracji	
<i>Theoretical basis of calibration . . . . .</i>	25
1.2 Jedno - i dwukrokowe podejście w procesie kalibracji wag	
<i>One- and two-step approach in the process of weight calibration . . . . .</i>	30
1.3 Opis zastosowanego podejścia kalibracyjnego w BAEL	
<i>Description of the calibration approach in the LFS . . . . .</i>	32
1.4 Analiza wag kalibracyjnych	
<i>Analysis of calibration weights . . . . .</i>	35
<b>2 Modele klasy SMO w estymacji charakterystyk rynku pracy</b>	
<i>SAE models in the estimation of labour market indicators . . . . .</i>	<b>41</b>
2.1 Konstrukcja modeli - przyjęte założenia	
<i>Model construction - the assumptions . . . . .</i>	41

2.1.1	Wykorzystane modele i zmienne <i>Models and variables used</i> . . . . .	41
2.1.2	Uwzględnienie schematu losowania <i>The inclusion of the sampling design</i> . . . . .	42
2.2	Modele klasy SMO - ujęcie roczne <i>SAE models for annual estimates</i> . . . . .	45
2.2.1	Efektywna liczebność próby - ujęcie roczne <i>Effective sample size for annual estimates</i> . . . . .	45
2.2.2	Analiza zmiennych pomocniczych - ujęcie roczne <i>Analysis of auxiliary variables for annual estimates</i> . . . . .	45
2.3	Modele klasy SMO - ujęcie kwartalne <i>SAE models for quarterly estimates</i> . . . . .	49
2.3.1	Efektywna liczebność próby - ujęcie kwartalne <i>Effective sample size for quarterly estimates</i> . . . . .	49
2.3.2	Analiza zmiennych pomocniczych - ujęcie kwartalne <i>Analysis of auxiliary variables for quarterly estimates</i> . . . . .	49
2.3.3	Analiza parametrów modeli - ujęcie kwartalne <i>Analysis of model parameters for quarterly estimates</i> . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Estymacja pośrednia charakterystyk rynku pracy</b> . . . . .	<b>54</b>
3.1	Wyniki estymacji - ujęcie roczne <i>Yearly estimation results</i> . . . . .	54
3.1.1	Oszacowania punktowe - ujęcie roczne <i>Yearly point estimates</i> . . . . .	55
3.1.2	Ocena jakości oszacowań - ujęcie roczne <i>Quality assessment of yearly estimation results</i> . . . . .	59
3.2	Wyniki estymacji - ujęcie kwartalne <i>Quarterly estimation results</i> . . . . .	64
3.2.1	Oszacowania punktowe - ujęcie kwartalne <i>Quarterly point estimates</i> . . . . .	64
3.2.2	Ocena jakości oszacowań - ujęcie kwartalne <i>Quality assessment of quarterly estimation results</i> . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Wytyczne, wnioski i rekomendacje z zakresu stosowania estymacji pośredniej w obszarze rynku pracy</b> <i>Guidelines, conclusions and recommendations for the use of indirect estimation of labour market indicators</i> . . . . .	<b>72</b>
4.1	Dobór zmiennych i modeli <i>Variable and model selection</i> . . . . .	72
4.2	Miary jakości estymacji <i>Measures of estimation quality</i> . . . . .	74
4.3	Zalecenia i praktyczne wdrażanie <i>Recommendations and implementation</i> . . . . .	76
	<b>Podsumowanie</b> . . . . .	<b>79</b>
	<b>Summary</b> . . . . .	<b>79</b>

<b>Literatura</b>	
<b>Literature</b> . . . . .	<b>82</b>
<b>A Załącznik</b>	
<b>Annex</b> . . . . .	<b>83</b>
A.1 Oszacowania modeli	
<i>Model-based estimates</i> . . . . .	83
A.1.1 Dane roczne	
<i>Annual estimates</i> . . . . .	83
A.2 Szczegółowe wyniki dla oszacowań rocznych	
<i>Detailed results for annual estimates</i> . . . . .	95
A.3 Szczegółowe wyniki dla oszacowań kwartalnych	
<i>Detailed results for quarterly estimates</i> . . . . .	192

# Objaśnienia skrótów

## Abberviations

<b>Skrót</b> <i>Abbreviation</i>	<b>Znaczenie</b> <i>Meaning</i>
ANOVA	Analiza wariancji <i>Analysis of variance</i>
BAEL	Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności <i>Labour Force Survey</i>
CV	Względny średni błąd szacunku <i>Coefficient of variation</i>
GUS	Główny Urząd Statystyczny <i>Statistics Poland</i>
MSE	Błąd średniokwadratowy <i>Mean Squared Error</i>
NEET	Osoby młode, w wieku 15-34 lata, niepracujące, nieuczące się i niedokształcające się <i>Young People neither in employment nor in education or training - NEET aged 15-34</i>
NTS	Klasyfikacja Jednostek Terytorialnych do Celów Statystycznych <i>Nomenclature of territorial units for statistics</i>
NUTS	Klasyfikacja jednostek terytorialnych wprowadzona w 2000 roku rozporządzeniem Rady Ministrów i funkcjonująca do końca 2017 roku. Odpowiadała ona Klasyfikacji Jednostek Terytorialnych do Celów Statystycznych (NUTS) <i>Nomenclature of territorial units for statistics</i>
ONS	Urząd Statystyczny w Wielkiej Brytanii <i>Office for National Statistics in UK</i>
SMO	Statystyka małych obszarów <i>Small area estimation</i>
STRATEG	System Monitorowania Rozwoju <i>Development monitoring system</i>



# Spis rysunków

## List of Figures

1	Porównanie rozkładów mnożników kalibracyjnych ( $g_k$ ) w zastosowanych podejściach kalibracyjnych (lata 2010–2015) . . . . .	37
2	Porównanie wag pierwotnych $d_k$ i finalnych z BAEL oraz wag kalibracyjnych $w_k$ otrzymanych dla drugiego zestawu zmiennych pomocniczych i podejścia kalibracyjnego typu twostep B wraz z funkcją odległości sinh (lata 2010–2015) . . . . .	40
3	Porównanie obserwowanej i efektywnej liczebności próby według statusu na rynku pracy w domenach w latach 2006–2015 . . . . .	46
4	Zależność między logarytmem relacji liczby pracujących do liczby biernych zawodowo a udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem w podregionach według badanych domen w latach 2006–2015 . . . . .	47
5	Zależność między logarytmem relacji liczby bezrobotnych do liczby biernych zawodowo a udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem w podregionach według badanych domen w latach 2006–2015 . . . . .	48
6	Zależność między udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem a relacją liczby pracujących i biernych zawodowo (górny wykres) oraz rzeczonym udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem a relacją liczby bezrobotnych do liczby biernych zawodowo (dolny wykres) według podregionów w latach 2010–2015 . . . . .	51
7	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla pracujących . . . . .	55
8	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla bezrobotnych . . . . .	56
9	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla biernych . . . . .	56
10	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla aktywnych zawodowo . . . . .	57
11	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla stopy bezrobocia . . . . .	57

12	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla wskaźnika zatrudnienia . . . . .	58
13	Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla wskaźnika aktywności zawodowej . . . . .	58
14	Porównanie względnych błędów średniokwadratowych estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego i pośredniego dla wszystkich domen w latach 2010–2015 . . . . .	60
15	Porównanie zysku na precyzji między estymatorami w podziale na charakterystyki rynku pracy (w %) . . . . .	61
16	Porównanie zysku na precyzji między estymatorami w podziale na charakterystyki rynku pracy oraz domeny (w %) . . . . .	63
17	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla pracujących . . . . .	64
18	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla bezrobotnych . . . . .	65
19	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla biernych . . . . .	65
20	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla aktywnych zawodowo . . . . .	66
21	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla stopy bezrobocia . . . . .	66
22	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla wskaźnika zatrudnienia . . . . .	67
23	Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla wskaźnika aktywności . . . . .	67
24	Porównanie względnych błędów średniokwadratowych estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego i pośredniego dla wszystkich domen w kwartałach 2010–2015 . . . . .	69
25	Porównanie zysku na precyzji między estymatorami w podziale na wskaźniki (w %) dla danych kwartalnych . . . . .	70

# Spis tabel

## List of Tables

1	Zestawienie funkcji $G(x)$ , kalibracyjnych $F(u)$ oraz ograniczeń na wagi . . .	29
2	Charakterystyki mnożników kalibracyjnych ( $g_k$ ) (lata 2010–2015) . . . . .	38
3	Charakterystyki wag kalibracyjnych $w_k$ (lata 2010–2015) . . . . .	39
4	Statystyki opisowe obserwowanej i efektywnej wielkości próby oraz efektu schematu losowania w domenach w latach 2006–2015 . . . . .	45
5	Porównanie obserwowanej, efektywnej liczebności próby oraz efektu schematu losowania i kalibracji według kwartałów oraz domen w latach 2010–2015 . . .	49
6	Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2) dla wszystkich domen za lata 2010–2015 (w %) . . . . .	59
7	Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2) dla wszystkich domen za lata 2010–2015 według charakterystyk rynku pracy (w %) . . . . .	62
8	Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2 i model 3) dla wszystkich domen za kwartały 2010-2015 (w %) . . . . .	68
9	Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2) dla wszystkich domen za lata 2010–2015 według wskaźników (w %) . . . . .	71

# Wstęp

Misją europejskiej polityki spójności w latach 2014–2020 jest wdrożenie strategii Europa 2020 i jej skuteczne przeniesienie na poziomy regionalne, tj. NTS 2 i NTS 3. Polska, przyjmując strategię Europa 2020, zobowiązała się do realizacji jej celów i prowadzenia działań rozwojowych pozwalających na ich osiągnięcie na określonym poziomie. Dotyczy to w szczególności rynku pracy, w ramach którego ma mieć miejsce promowanie trwałego i wysokiej jakości zatrudnienia oraz wspieranie mobilności siły roboczej.

Zróżnicowanie sytuacji na rynku pracy można ocenić analizując to zjawisko przestrzenne, dlatego ważne jest posiadanie kompletnego zestawu wskaźników opisujących sytuację, między innymi, w dużych ośrodkach (miastach wojewódzkich) skupiających znaczną część ludności i miejsc pracy oraz poza nimi (obszar województwa bez miast wojewódzkich). Zastosowanie metody estymacji małych obszarów stwarza ponadto szansę rozszerzenia tych analiz na poziom podregionów NTS 3, co jest odpowiedzią na zgłaszane przez użytkowników potrzeby dotyczące publikowania danych statystycznych na możliwie najniższych poziomach agregacji przestrzennej. Działania te mogą być realizowane przy założeniu otrzymania podstawowego, ale spójnego (opartego na jednakowych źródłach i metodach) oraz w założonym zakresie - kompletnego zestawu wskaźników, obejmującego m.in. poziom zatrudnienia i bezrobocia.

Jednocześnie, z uwagi na trudną sytuację osób młodych na rynku pracy, w Polsce od 2014 r. jest wdrażana unijna Inicjatywa na rzecz zatrudnienia osób młodych (Youth Employment Initiative/YEI). Jednym z kluczowych wskaźników do oceny sytuacji osób młodych na rynku pracy jest stopa bezrobocia. W projekcie podjęte zostały działania mające na celu uzyskanie danych pozwalających na dokonywanie rzetelnych ocen dotyczących m.in. poziomu zatrudnienia i bezrobocia osób młodych na poziomie podregionów NTS 3 oraz miast wojewódzkich i obszarów województw z wyłączeniem miast wojewódzkich.

W ramach projektu dokonana została również analiza możliwości włączenia wyników badania do statystyki publicznej w ramach programu badań statystycznych realizowanego przez GUS.

Projekt obejmował dwa niezależne moduły. Celem pierwszego było opracowanie wskaźników z zakresu rynku pracy i edukacji według nowego podziału statystycznego województwa mazowieckiego (w ramach rewizji NTS 2016), a także dodatkowych wskaźników na poziomie miast wojewódzkich i obszaru województwa z wyłączeniem miast wojewódzkich w oparciu o badanie gospodarstw domowych i ich członków (Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności – BAEL).

Głównym celem modułu drugiego było zbadanie możliwości i opracowanie metodologii szacowania podstawowych wskaźników z zakresu rynku pracy (stopa bezrobocia, wskaźnik zatrudnienia, liczba bezrobotnych, liczba pracujących, liczba biernych oraz aktywnych zawodowo) na podregiony NTS 3 z wykorzystaniem metod statystyki małych

obszarów (SMO) przy wykorzystaniu dostępnych danych administracyjnych i wyników badań reprezentacyjnych. Dotychczas wykorzystywane estymatory bezpośrednie (estymator Horvitz-Thompsona), ze względu na niewielkie liczebności próby, uniemożliwiają estymację z zadowalającą precyzją na tak niskim poziomie agregacji przestrzennej. Zwiększenie precyzji estymacji wybranych wskaźników rynku pracy na poziomie podregionów NTS 3 w ujęciu rocznym i kwartalnym może być możliwe dzięki zastosowaniu metod SMO, bazujących na estymacji pośredniej. Takie szacunki w znacznym stopniu poszerzyłyby funkcjonalność i użyteczność uzyskiwanych w wyniku realizacji badania BAEL informacji dotyczących aktywności ekonomicznej (także na poziomie europejskim), poprzez zwiększenie zakresu informacyjnego o dodatkowe przekroje dla wskaźników z zakresu rynku pracy do tej pory niepublikowane przez statystykę publiczną. Wybór sześciu lat (2010-2015) ma na celu weryfikację stabilności testowanych modeli SMO w czasie, między innymi w kontekście zmian wielkości próby w poszczególnych podregionach oraz cyklicznego dostępu do odpowiedniej jakości zmiennych pomocniczych, głównie ze źródeł administracyjnych. W efekcie zrealizowanych w projekcie prac zaproponowany został trwały produkt rozumiany jako kompleksowy zestaw metod umożliwiających pozyskiwanie i prezentowanie wybranych wskaźników z obszaru rynku pracy na poziomie podregionów i według dodatkowych przekrojów.

Niniejszy dokument stanowi podsumowanie wszystkich zrealizowanych w projekcie prac w ramach modułu II. Obejmuje on wyniki estymacji wybranych wskaźników rynku pracy zarówno w cyklu kwartalnym jak i rocznym.

Jak to zostało wspomniane, w projekcie realizowane były dwa główne moduły badawcze. Drugi moduł, stanowiący przedmiot rozważań w niniejszym raporcie, dotyczył możliwości zbadania i opracowania metod (z wykorzystaniem dostępnych danych administracyjnych, poprzednich edycji badania oraz wyników badań reprezentacyjnych, a także pozostałych źródeł zmiennych pomocniczych) szacowania podstawowych wskaźników z zakresu rynku pracy na podregiony NTS 3 i dodatkowe przekroje z wykorzystaniem estymatorów statystyki małych obszarów w ujęciu kwartalnym i rocznym.

W projekcie, w każdym z dwóch modułów, prace prowadzone były w dwóch etapach. W pierwszym etapie drugiego modułu stworzono raport pośredni, który obejmował następujące działania:

- kwerendę zastosowań metodologii estymacji pośredniej w obszarze rynku pracy,
- rozpoznanie potencjalnych źródeł zmiennych pomocniczych możliwych do wykorzystania podczas procesu estymacji wybranych charakterystyk rynku pracy,
- wybór estymatorów pośrednich, które zostaną wykorzystane w procesie estymacji,
- przeprowadzenie estymacji wybranych wskaźników z obszaru rynku pracy w ujęciu rocznym w latach 2010–2015 w wybranych przekrojach,
- przeprowadzenie statystycznej oceny jakości uzyskanych wyników estymacji.

Należy wyraźnie podkreślić, że raport pośredni będący wynikiem prac w pierwszym etapie drugiego modułu przedstawiał wstępne wyniki przeprowadzonego procesu estymacji najważniejszych wskaźników rynku pracy w ujęciu rocznym. Stanowił ponadto punkt wyjścia do etapu II, w którym głównym celem było uzyskanie zarówno końcowych rocznych jak i kwartalnych oszacowań wybranych wskaźników z obszaru rynku pracy dla lat 2010–2015.

Dopiero wyniki uzyskane w drugim etapie prac modułu drugiego, które stanowią przedmiot rozważań niniejszego końcowego raportu, pozwoliły na sformułowanie wytycznych, wniosków i rekomendacji z zakresu stosowania estymacji pośredniej dla oszacowanych wskaźników i zmiennych, w tym analizę możliwości włączenia wyników badania do statystyki publicznej w ramach programu badań statystycznych realizowanego przez Główny Urząd Statystyczny. Wyniki prezentowane w niniejszym raporcie należy zatem traktować jako ostateczne.

Jednocześnie należy zaznaczyć, że oszacowania roczne i kwartalne wybranych wskaźników rynku pracy nie są tożsame. Wynika to z faktu, że w przypadku oszacowań kwartalnych dysponuje się mniejszą efektywną liczebnością próby przez co proces estymacji pośredniej jest trudniejszy do przeprowadzenia. Dlatego w odniesieniu do rocznych wskaźników, w raporcie prezentujemy znacznie szerszy ich zakres. Pełen wykaz charakterystyk rynku pracy, które stanowiły przedmiot estymacji pośredniej w projekcie w drugim module, a prezentowanych w raporcie końcowym, z uwzględnieniem rocznych jak i kwartalnych oszacowań, obejmuje<sup>1</sup>:

- liczbę pracujących, liczbę bezrobotnych, liczbę biernych zawodowo, liczbę aktywnych zawodowo, wskaźnik zatrudnienia oraz stopę bezrobocia ogółem (w ujęciu rocznym i kwartalnym),
- liczbę pracujących, liczbę bezrobotnych, liczbę biernych zawodowo, liczbę aktywnych zawodowo, wskaźnik zatrudnienia oraz stopę bezrobocia (w ujęciu rocznym) w domenach:
  - płeć (mężczyźni, kobiety),
  - miejsce zamieszkania (miasto, wieś),
  - grupy wieku (15–24, 25–54, 55–64, 20–64).

Prezentowany raport końcowy składa się z czterech zasadniczych części. W rozdziale 1 syntetycznie omówiono teorię kalibracji oraz opisano sposób wyznaczania wag kalibracyjnych w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności z uwzględnieniem poziomu NTS 3. Rozpatrzono w tym celu cztery najważniejsze funkcje odległości: liniową (ang. *linear*), logitową (ang. *logit*), raking<sup>2</sup> oraz w wersji sinusa hiperbolicznego, a także dwa zestawy zmiennych pomocniczych. Kalibrację przeprowadzono także z uwzględnieniem podejścia jednokrokowego (ang. *onestep approach*) oraz dwukrokowego (ang. *twostep approach*). Dyskusji poddano również własności uzyskanych wag kalibracyjnych oraz dokonano rekomendacji odpowiedniej metody kalibracji. Kalibracja wag stanowiła punkt wyjścia do budowanych modeli klasy SMO, które wykorzystano w procesie estymacji wymienionych powyżej charakterystyk rynku pracy w ujęciu rocznym i kwartalnym.

W tym miejscu należy podkreślić, że na kalibrację wag zdecydowano się dopiero w drugim etapie prac badawczych. Wynikało to z faktu, że w pierwszym etapie (raport pośredni) modele klasy SMO budowano bez uwzględnienia korekty nałożonej na wagi co powodowało, że uzyskane wyniki budziły pewne wątpliwości zespołu badawczego. Uwzględnienie kalibracji w drugim etapie poprawiło proces estymacji wszystkich rozpatrywanych w projekcie charakterystyk. Z tego względu sam opis estymatorów kalibracyjnych, procesu kalibracji jak i ocenę wag kalibracyjnych umieszczono jedynie w prezentowanym raporcie końcowym.

<sup>1</sup>W nawiasach podano częstotliwość dla jakiej podjęto w projekcie próbę oszacowania rozważanych wskaźników.

<sup>2</sup>Brak jest polskiego odpowiednika tej metody dlatego w raporcie stosowane jest oryginalne brzmienie tej techniki w języku angielskim.

W rozdziale 2 opisano sposób konstrukcji i estymacji parametrów modeli klasy SMO, które stanowiły kluczowy element w projekcie badawczym w kontekście oszacowania rozważanych wskaźników.

Rozdział 3 zawiera z kolei rezultaty estymacji wskaźników rynku pracy w ujęciu rocznym jak i kwartalnym. Przedstawiono w nim najważniejsze wyniki wraz z dyskusją poświęconą precyzji uzyskanych oszacowań na poziomie NTS 3 w odpowiednio zdefiniowanych domenach. W rozdziale tym dokonano porównania wyników uzyskanych z wykorzystaniem estymatorów kalibracyjnych oraz modelowych klasy SMO. Jak wykazano, już same estymatory kalibracyjne charakteryzują się akceptowalnymi błędami szacunku w porównaniu do estymatora Horvitz-Thompsona dla wielu parametrów (na przykład liczba pracujących czy biernych zawodowo). Uwzględnienie jednak podejścia modelowego poprawia dodatkowo proces estymacji w stosunku do estymacji kalibracyjnej. Dotyczy to w zasadzie wszystkich rozpatrywanych w projekcie charakterystyk rynku pracy.

W ostatnim - 4 rozdziale sformułowano wytyczne, wnioski i rekomendacje z zakresu stosowania estymacji pośredniej dla oszacowanych wskaźników i zmiennych, w tym podjęto analizę możliwości włączenia wyników badania do statystyki publicznej w ramach programu badań statystycznych realizowanego przez GUS.

Całość raportu kończy załącznik, w którym ze względu na kompleksowość ujęcia omawianych w projekcie zagadnień, jak i dużą liczbę szacowanych charakterystyk rynku pracy, zamieszczono wszystkie wyniki obliczeń. Dołączono również wykaz bibliograficzny, w którym zawarto najważniejsze pozycje literatury wykorzystywanej podczas przygotowywania raportu końcowego.

Należy również podkreślić, że w prezentowany raport końcowy odwołuje się do raportu pośredniego, w którym m.in.:

- przedstawiono kwerendę najważniejszych źródeł danych, które mogą być wykorzystane w kontekście estymacji wybranych charakterystyk rynku pracy na poziomie NTS 3 i w dodatkowych przekrojach,
- opisano potencjalne zmienne pomocnicze, które mogą odegrać kluczową rolę w zagadnieniu modelowania i prezentacji wybranych wskaźników rynku pracy na poziomie NTS 3 i w dodatkowych przekrojach,
- przedstawiono kwerendę zastosowań metodologii estymacji pośredniej w obszarze rynku pracy,
- przedstawiono teoretyczny opis estymatorów klasy SMO wykorzystanych w projekcie (z wyjątkiem kalibracji, którą zrealizowano w drugim etapie),
- opisano najważniejsze programy statystyczne, które mogą zostać wykorzystane na potrzeby estymacji wybranych wskaźników rynku pracy na poziomie NTS 3 i w dodatkowych przekrojach.

Z tego względu w raporcie końcowym zrezygnowano m.in. z opisu teoretycznego rozważanych modeli klasy SMO, który znajduje się w raporcie pośrednim, który został wypracowany w pierwszym etapie prac badawczych. Wyjątek stanowią tutaj estymatory kalibracyjne, które po dyskusji wyników uzyskanych w pierwszym etapie, zdecydowano się włączyć do etapu drugiego jak i prezentowanego raportu końcowego. Należy przy tym podkreślić, że roczne oszacowania rozważanych charakterystyk rynku pracy przedstawione w raporcie

pośrednim należy traktować tylko i wyłącznie jako wstępne wyniki oszacowań, które stanowiły punkt wyjścia do dalszych prac badawczych. Dopiero roczne jak i kwartalne wyniki estymacji opisane w niniejszym raporcie końcowym można uznać za finalne. Nie zmienia to faktu, że raport pośredni, do którego odwołuje się raport końcowy, stanowi jego integralną część.



# Introduction

The mission of the European cohesion policy in the period 2014-2020 is to implement the Europe 2020 strategy and ensure its effective transfer to regional levels, i.e. NTS 2 and NTS 3. In accepting the Europe 2020 strategy, Poland has agreed to pursue its goals and conduct development activities that contribute to their accomplishment at a certain level. With respect to the labour market, the objectives involve promoting sustainable and high quality employment and fostering workforce mobility.

The conditions of the labour market can be assessed by analyzing the situation taking into account its spatial variation, which is why it is essential to have access to a complete set of indicators that describe the situation, both in large urban centres (provincial capital cities), which attract large groups of population and offer many jobs, and outside them (the rest part of the province, excluding provincial capital cities). In addition, small area estimation methods offer a possibility of extending these analyses to the level of NTS 3, which meets the needs of users who look for information at the lowest possible levels of territorial aggregation. These tasks can be accomplished given a basic but coherent (i.e. based on the same sources and methods) and complete set of indicators, including the level of employment and unemployment.

At the same, to improve the difficult situation of young people in the labour market, since 2014 Poland has been implementing the UE Youth Employment Initiative. One of the key indicators used to assess the situation of young people in the labour market is the unemployment rate. Actions undertaken in the project were aimed at obtaining data enabling reliable estimation of the level of employment and unemployment among young people at the level of subregions (NTS 3) and for provincial capital cities and the remaining parts of provinces (excluding provincial capitals). The project was also used as an opportunity to analyse the possibility of including obtained estimates in the regular output of official statistics under the programme of statistical surveys conducted by Statistics Poland.

The project consisted of two separate modules. The objective of the first module was to estimate indicators of the labour market and education according to the new statistical division of the province of mazowieckie (as part of NTS 2016 revision), and additional indicators for provincial capital cities and the remaining parts of provinces (excluding provincial capitals) based on household data from the Labour Force Survey.

The main purpose of the second module was to examine the possibility and develop a methodology of estimating basic labour market indicators (unemployment rate, employment index, number of unemployed, number of employed, number of economically active and inactive) for subregions (NTS 3) by applying small area estimation (SAE) methods and using available administrative data and survey-based results. Owing to small sample sizes, estimators used so far (the Horvitz-Thompson estimator) cannot be used to produce

estimates of acceptable precision at such a low level of aggregation. One possible way of increasing the precision of selected indicators of the labour market at the level of NTS 3 subregions for annual and quarterly estimates is to use SAE methods which involve the use of indirect estimation. Such estimates could considerably improve the comparability and usefulness of LFS-based information about economic activity (also at the European level) by including additional cross-classification domains for labour market indicators, not previously published by official statistics. The 6-year reference period (2010-2015) was selected to test the stability of the models considered in the study over time, especially as regards changes in sample size across subregions and periodical access to reliable auxiliary variables, mainly from administrative registers. The main output of the project consists of a set of methods which can be used to obtain and produce selected labour market indicators at the level of subregions and for additional domains.

The following report is a summary of all works conducted as part of Module II. It includes results in the form of annual and quarterly estimates of selected labour market indicators. As already mentioned, the project consisted of two modules. The purpose of the second one, which is described in this report, was to study and develop methods of producing annual and quarterly estimates of basic labour market indicators at the level of NTS 3 subregions by applying small area estimation methods and using available administrative data, previous LFS editions, other survey-based results as well as other sources of auxiliary data.

Works planned in each module were conducted in two stages. The first stage of the second module was concluded with the preparation of an interim report covering the following works:

- review of applications of indirect estimation methods to the study of the labour market,
- assessment of potential sources auxiliary variables, which could be used for purposes of statistical modelling and estimating selected indicators of the labour market,
- selection of indirect estimators to be used in the estimation process,
- estimation of selected annual indicators of the labour market for the period 2010-2015 for selected domains,
- statistical evaluation of the quality of estimation results.

It should be emphasized that the interim report produced during the first stage of the second module contains preliminary estimates of selected annual indicators of the labour market for the period 2010-2015. It is only on the basis of results obtained during the second stage, which are described in this report, that the final guidelines, conclusions and recommendations concerning the use of indirect estimation could be formulated. Some of these recommendations address the possibility of including obtained estimates in the regular output of official statistics under the programme of statistical surveys conducted by Statistics Poland. The results presented in this report should therefore be regarded as final.

At the same time it should be noted that there are difference between the annual and quarterly estimates of the selected labour market indicators. This is because quarterly estimates are based on smaller sample sizes, which makes the process of indirect estimation more difficult. As a result, the thematic scope of annual estimates presented in the report is

much broader. The complete list of labour market indicators for which annual and quarterly indirect estimates were produced during the second stage of Module II includes<sup>3</sup>:

- the number of employed, the number of unemployed, the number of economically inactive, the number of economically active, employment index and unemployment rate (quarterly and annually) for the whole population,
- the number of employed, the number of unemployed, the number of economically inactive, the number of economically active, employment index and unemployment rate (annually) for the following domains:
  - sex (male, female)
  - place of residence (urban, rural)
  - age group (15–24, 25–54, 55–64, 20–64).

The final report consists of four chapters. Chapter 1 contains a synthetic description of the calibration theory and the method of calculating calibration weights in the Labour Force Survey, taking into account NTS 3 level. Four main distance functions were considered – linear, logit, raking, and a version of a hyperbolic sine - and two sets of auxiliary variables. The calibration was performed using a one-step and two-step approach. The most optimal calibration method was selected after analysing the properties of obtained weights. The calibration of weights was the starting point for the construction of SAE models, which were used to estimate quarterly and annual values of the selected indicators of the labour market.

It should be noted that weight calibration was only applied during the second stage of the study; SAE models constructed during the first stage (described in the interim report) were not based on adjusted weights and produced results that raised some concerns. The application of calibration improved the results of estimation. For this reason, the description of calibration estimators, the calibration process and the assessment of calibration weights is only included in the final report.

Chapter 2 describes the method of constructing and estimating parameters of SAE models, which were the key element in the estimation of the target indicators. Chapter 3 presents annual and quarterly estimates of the labour market indicators. It includes the most important estimation results together with a discussion of the precision of estimates at the level of NTS 3 for the target domains. There is a comparison between results obtained by means of calibration estimators and those based on SAE models. As already indicated, compared to the Horvitz-Thompson estimator, even calibration estimators are characterised by acceptable estimation errors (RRMSE) for some parameters (e.g. the number of employed or economically active). However, the use of the model-based approach provides a further gain in precision, compared to calibration estimation. This is true for virtually all indicators considered in the project.

Chapter 4 contains guidelines, conclusions and recommendations about the use of indirect estimation to estimate indicators as well as the analysis of the possibility of including obtained estimates in the regular output of official statistics under the programme of statistical surveys conducted by Statistics Poland. The report is supplemented by an annex containing all the calculation results that were not included in the report. Finally,

---

<sup>3</sup>Frequencies in which the target indicators were estimated are specified in brackets.

there is a list of references containing the key bibliographical sources used in the preparation of the final report.

It should be noted that the report refers to some sections included in the interim report, such as:

- a review of the most important data sources which could be used for estimating selected characteristics of the labour market at the level of NTS3 and for additional domains
- a description of possible auxiliary variables, which could be used for purposes of statistical modelling and estimating selected indicators of the labour market at the level of NTS3 and for additional domains,
- a review of applications of indirect estimation methods to the study of the labour market,
- a theoretical description of SAE estimators which could be useful for estimating labour market indicators (except for calibration, which was performed during the second stage),
- a description of the most important statistical packages that can be used for estimating labour market indicators at the level of NTS3 and for additional domains.

For this reason, the final report does not contain a theoretical discussion of SAE models, which was conducted during the first stage of Module II and is summarised in the interim report. The only exception are the calibration estimators, which the research team, after analysing the results obtained during the first stage, decided to include in the second stage and describe in the final report. It should also be noted that annual estimates of the indicators presented in the interim report should be treated exclusively as preliminary estimates, which were used as the starting point for works performed in the second stage. Only the annual and quarterly estimates included in the final report can be regarded as the final results. This does not change the fact that the interim report, referred to in the final report, is its integral part.

# Synteza

Głównym założeniem projektu badawczego pt. „Rozszerzenie Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności” – moduł II było oszacowanie najważniejszych charakterystyk rynku pracy na poziomie podregionów i z uwzględnieniem dodatkowych przekrojów w ujęciu rocznym i kwartalnym oraz z wykorzystaniem metod jakie oferuje statystyka małych obszarów.

W tym celu w ramach prac projektowych zostały zaplanowane do realizacji następujące działania w obszarze modułu II:

1. Kwerenda najważniejszych źródeł danych, które mogą być wykorzystane w kontekście estymacji wybranych charakterystyk rynku pracy na poziomie NTS 3 i dodatkowych przekrojach.
2. Ocena potencjalnych - kluczowych oraz dodatkowych zmiennych pomocniczych, które mogą posłużyć w zagadnieniu modelowania i prezentacji wybranych wskaźników rynku pracy na poziomie NTS 3 i dodatkowych przekrojach.
3. Kwerenda zastosowań metodologii estymacji pośredniej w obszarze rynku pracy – polskie i zagraniczne doświadczenia.
4. Opis potencjalnych estymatorów jakie oferuje statystyka małych obszarów, w kontekście estymacji wskaźników związanych z rynkiem pracy.
5. Opis narzędzi informatycznych wykorzystanych na potrzeby estymacji pośredniej wskaźników związanych z rynkiem pracy.
6. Opracowanie wyników estymacji pośredniej dla wybranych wskaźników związanych z rynkiem pracy na poziomie NTS 3 i dodatkowych przekrojach w ujęciu rocznym.
7. Statystyczna ewaluacja jakości zastosowanych estymatorów pośrednich z punktu widzenia precyzji szacunku.
8. Zbadanie możliwości estymacji wybranych wskaźników rynku pracy wraz z ich statystyczną oceną, w ujęciu kwartalnym w latach 2010–2015.
9. Ocena możliwości włączenia wyników badania do statystyki publicznej w ramach programu badań statystycznych realizowanego przez GUS.
10. Opracowanie wytycznych, wniosków i rekomendacji z zakresu stosowania estymacji pośredniej dla wskaźników związanych z rynkiem pracy na poziomie NTS 3 i dodatkowych przekrojach w kontekście przyszłego cyklicznego wykorzystania rozpatrywanej metodologii.

Zadania (1)–(7) zrealizowane zostały w pierwszym etapie prac badawczych i opisane szczegółowo w raporcie pośrednim. Z kolei zadania (8)–(10) były przedmiotem rozważań w drugim etapie modułu II. Warto przy tym podkreślić, że zespół badawczy również w drugim etapie modułu II podjął ponowne prace w obszarze punktów (6)–(7). Wynikało to z faktu, że zastosowanie kalibracji powinno przyczynić się do poprawy jakości uzyskanych szacunków charakterystyk rynku pracy, tak w ujęciu rocznym jak i kwartalnym. Jak pokazały przeprowadzone prace analityczne w drugim etapie, proces kalibracji wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności z uwzględnieniem podregionów, rzeczywiście przyczynił się do znacznego ulepszenia wyników estymacji pośredniej. Z tego względu wyniki prezentowane w niniejszym raporcie końcowym należy uznać za końcowe.

Jak pokazano w projekcie, wykorzystanie metod jakie oferuje statystyka małych obszarów, przyczyniło się do poprawy procesu estymacji rozważanych charakterystyk rynku pracy na poziomie podregionów i bardziej szczegółowo zdefiniowanych domen, zarówno w ujęciu rocznym jak i kwartalnym. Zwiększył się dzięki temu zakres informacyjny w obszarze rynku pracy, gdyż do tej pory wyniki na tak niskim poziomie agregacji przestrzennej (podregion i dodatkowe przekroje) nie były publikowane przez Główny Urząd Statystyczny z wykorzystaniem danych pochodzących z BAEL-a.

Zrealizowane w projekcie prace powinny stanowić istotny przyczynek do podjęcia dyskusji nad włączeniem metod estymacji pośredniej w obszarze rynku pracy na potrzeby cyklicznego raportowania. Wyniki wskazują bowiem, że jednoczesne zastosowanie kalibracji jak i podejścia modelowego, które w statystyce małych obszarów pełni kluczową rolę, umożliwia estymację ważnych charakterystyk rynku pracy z akceptowalną precyzją. Wdrożenie rozpatrywanej metodologii do programu badań statystycznych wymagać będzie jednak spełnienia pewnych postulatów, do których można zaliczyć m.in. dostępność do jednostkowych danych z rejestrów administracyjnych, stworzenie odpowiedniego środowiska informatycznego wspieranego programem R, współpraca ekspertów z zakresu metody reprezentacyjnej i statystyki małych obszarów ze specjalistami z zakresu rynku pracy jak i większego zaufania końcowych odbiorców do wyników uzyskanych w oparciu o odpowiednio zbudowane modele.

# Synthesis

The main objective of the research project „Extension of the Labour Force Survey – Module II” was to produce annual and quarterly estimates of the key characteristics of the labour market at the level of subregions and for additional domains using methods of small area estimation. To achieve this objective, the following tasks were conducted in the course of Module II:

1. review of the most important data sources which could be used for estimating selected characteristics of the labour market at the level of NTS3 and for additional domains,
2. assessment of possible key and additional auxiliary variables, which could be used for purposes of statistical modelling and estimating selected indicators of the labour market at the level of NTS3 and for additional domains,
3. review of applications of indirect estimation methods to the study of the labour market, including Polish and foreign experiences,
4. theoretical description of SAE estimators which could be useful for estimating labour market indicators,
5. description of IT tools which could be used to support indirect estimation of labour market indicators,
6. elaboration of indirect estimation results for selected labour market indicators at the level of NTS3 and for additional domains,
7. statistical evaluation of the quality of indirect estimators used in terms of estimation precision,
8. estimation and statistical evaluation of selected quarterly labour market indicators for 2010-2015
9. evaluation of the possibility of including obtained estimates in the regular output of official statistics under the programme of statistical surveys conducted by Statistics Poland,
10. preparation of guidelines, conclusions and recommendations for the use of indirect estimation of labour market indicators at the level of NTS 3 and for additional domains with the goal of including this methodology in the regular production of statistical outputs.

Tasks (1)–(7) were conducted during the first stage of the project and are described in detail in the interim report. Tasks (8)–(10) were performed during the second stage

of Module II and are presented in the final report. The second stage of Module II also involved work related to Tasks (6)–(7), to check if the use of calibration would improve the quality of estimates of both annual and quarterly labour market indicators. Analyses conducted during the second stage showed that the calibration of LFS survey weights to account for subregions did improve results of indirect estimation. For this reason, the results presented in this report should be regarded as final.

The study indicates that the use of small area estimation methods improves estimation precision of labour market characteristics at the level of subregions and for more detailed domains, both for annual and quarterly estimates. As a result, the scope of available information about the labour market has been extended, given that LFS-based information at such a low level of aggregation (subregions cross-classified by additional demographic variables) has never before been published by Statistics Poland.

The works performed during the project provide an important contribution that can be used to initiate a discussion about the possibility of applying methods of indirect estimation to the study of the labour market as part of regular statistical production. The results indicate that the use of calibration and the model-based estimation, which plays the key role in small area estimation, make it possible to estimate the main characteristics of the labour market with acceptable precision. However, before this methodology can be put into practice, it is first necessary to satisfy some conditions, including, among other things, access to unit-level data from administrative registers, the creation of an IT environment supporting the use of R, cooperation between subject matter experts in survey sampling and small area estimation and those specialising in the labour market, and, finally, a greater willingness on the part of end users to trust model-based results.



## Część 1

# Kalibracja wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności

### 1.1 Teoretyczne podstawy kalibracji

Niech celem badania będzie oszacowanie wartości globalnej pewnej zmiennej  $y$  w populacji  $U$ , która wyraża się wzorem:

$$Y = \sum_{k=1}^N y_k. \quad (1)$$

Niech punktem zainteresowania będzie przykładowo oszacowanie liczby osób pracujących, biernych czy aktywnych zawodowo. Z populacji tej pobrano  $n$  elementową próbę  $s$  zgodnie z określonym planem jej losowania. W dalszym ciągu zakłada się, że  $d_k = \frac{1}{\pi_k}$ ,  $k = 1, \dots, N$  jest odpowiednią wagą, gdzie  $\pi_k$  oznacza prawdopodobieństwo inkluzji pierwszego rzędu. W praktyce krajowych urzędów statystycznych w procesie estymacji wartości globalnej (1) wykorzystuje się bardzo często estymator Horvitz-Thompsona, który wyraża się wzorem

$$\hat{Y}_{HT} = \sum_{k=1}^n d_k y_k. \quad (2)$$

Zdarza się jednak, że wagi  $d_k$  wynikające z planu losowania próby nie odtwarzają znanych wartości globalnych w odniesieniu do niektórych kluczowych zmiennych. Przyjmując, że:

$$\sum_{k \in U} \mathbf{x}_k = \left( \sum_{k \in U} x_{k1}, \dots, \sum_{k \in U} x_{kJ} \right)^T \quad (3)$$

stanowi wektor wartości globalnych wszystkich zmiennych pomocniczych oznacza to, że co najmniej dla jednej zmiennej  $j = 1, \dots, J$  nie jest spełniony poniższy warunek:

$$\sum_{k \in s} d_k x_{kj} = \sum_{k \in U} x_{kj}, \quad (4)$$

gdzie  $x_{kj}$  oznacza wartość  $j$ -tej zmiennej pomocniczej dla  $k$ -tej jednostki badania oraz  $\sum_{k \in U} x_{kj}$  jest wartością globalną tej zmiennej. Wartości globalne takich zmiennych są

znane zazwyczaj ze spisów powszechnych czy rejestrów administracyjnych. Przykład takich wartości globalnych stanowią mogą informacje na temat liczby ludności w przekroju płci, klasy miejsca zamieszkania czy odpowiednich grup wieku. Wartości globalne zmiennych pomocniczych wykorzystywane są w procesie kalibracji wag  $d_k$ . Po jej zastosowaniu do wszystkich zmiennych pomocniczych nowe wagi tzw. wagi kalibracyjne  $w_k$  odtwarzają znane ich wartości globalne (3) dokładnie. Kalibracja wag jest zatem niezbędna celem spełnienia często postulowanego w badaniach statystycznych wymogu zgodności. Oznacza to, że oszacowania tych samych zmiennych w różnych badaniach powinny dawać te same rezultaty. Co więcej, można oczekiwać, że jeśli zmienna  $y$  jest skorelowana ze zmiennymi pomocniczymi, to również warunek ten w pewnym przybliżeniu powinien być spełniony i dla tej zmiennej.

Poniżej opisano skrótowo proces kalibracji oraz sposób konstrukcji wag dla estymatora kalibracyjnego wartości globalnej zmiennej  $y$ , tak aby dla każdej zmiennej pomocniczej  $j = 1, \dots, J$  odtwarzane były znane wartości globalne (3). Niech  $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_n)^T$  będzie wektorem wag wynikającym z planu losowania próby, a  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_n)^T$  poszukiwanym wektorem końcowych wag - tzw. wag kalibracyjnych. Zgodnie z ideą, którą zaproponowali Deville i Särndal (1992), estymator kalibracyjny wartości globalnej (1) jest postaci:

$$\hat{Y}_{CAL} = \sum_{k \in s} w_k y_k, \quad (5)$$

gdzie wagi kalibracyjne  $w_k$  są rozwiązaniem następującego zadania optymalizacyjnego:

- (W1) minimalizacja funkcji odległości:

$$D(\mathbf{d}, \mathbf{w}) = \sum_{k \in s} \frac{d_k}{q_k} G\left(\frac{w_k}{d_k}\right) \rightarrow \min, \quad (6)$$

- (W2) równania kalibracyjne:

$$\sum_{k \in s} w_k \mathbf{x}_k = \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k, \quad (7)$$

- (W3) warunki ograniczające:

$$L \leq \frac{w_k}{d_k} \leq U, \text{ gdzie: } 0 \leq L \leq 1 \leq U, k = 1, \dots, n. \quad (8)$$

Pierwszy z warunków (W1) orzeka, że wagi kalibracyjne  $w_k$  powinny być w taki sposób wyznaczone, aby były możliwie bliskie – w sensie przyjętej funkcji odległości  $D(\cdot)$  – wagom  $d_k$  wynikającym z planu losowania próby. Funkcja  $G(\cdot)$ , mierzy odległość między ilorazem wag  $w_k/d_k$ , a 1 i jest wykorzystywana w konstrukcji funkcji odległości  $D(\cdot)$ , dla której szuka się lokalnego minimum warunkowego. Czynniki  $q_k$  stanowią dodatkową wagę, która w zależności od jej postaci, może prowadzić do uzyskania różnych estymatorów kalibracyjnych. Często przyjmuje się, że  $q_k = 1$ , a w przypadku jednej zmiennej objaśniającej  $x_k$  można przykładowo założyć, że  $q_k = \frac{1}{x_k}$ .

Z kolei warunek (W2) stanowi istotę teorii kalibracji i orzeka, że wagi powinny być tak dobrane, aby po ich zastosowaniu do wszystkich zmiennych pomocniczych można było odtworzyć ich znane wartości globalne. Jeśli ten warunek zostanie spełniony, to wykorzystanie wag kalibracyjnych  $w_k$  do innych zmiennych  $y$  w badaniu powinno przyczynić się do lepszego oszacowania wartości globalnych tych zmiennych w populacji.

Dla niektórych funkcji odległości  $D(\cdot)$  może zdarzyć się, że wyznaczone wagi kalibracyjne  $w_k$  będą przyjmowały wartości ujemne. Jest to sprzeczne z samą definicją wagi, która stanowi odwrotność prawdopodobieństwa inkluzji pierwszego rzędu i powinna przyjmować wartość  $w_k \geq 1$  dla każdego  $k$ . Może się również zdarzyć sytuacja, że wagi są dodatnie i większe od 1 ale przyjmują wartości ekstremalne tj. znacznie odbiegają od wag  $d_k$  wynikających z planu losowania próby. Taki przypadek jest szczególnie niebezpieczny gdy estymatory kalibracyjne wykorzystywane są do szacowania wartości globalnych w domenach. W przypadku małej liczby jednostek w próbie reprezentujących daną domenę oszacowana wartość globalna ze względu na znaczne zniekształcenie wagi oryginalnej wpływa na istotne przeszacowanie nieznannej wartości prawdziwej. Z tego powodu w procesie wyznaczania wag kalibracyjnych w niektórych przypadkach wprowadza się dodatkowy warunek ograniczający na wagi, a dokładniej na iloraz wag  $w_k$  i  $d_k$  - warunek (W3).

Przy wyborze funkcji  $G(\cdot)$  w procesie wyznaczania wag kalibracyjnych  $w_k$  istnieje pewna dowolność. Funkcja  $G(\cdot)$  powinna jednak spełniać pewne własności matematyczne, do których należy zaliczyć:  $G(\cdot)$  jest ściśle wypukła i dwukrotnie różniczkowalna,  $G(\cdot) \geq 0$ ,  $G(1) = 0$ ,  $G'(1) = 0$  oraz  $G''(1) = 1$ . Do wyznaczania wag kalibracyjnych  $w_k$  szczególnie przydatna jest przy tym znajomość funkcji  $F(\cdot)$  odwrotnej do pierwszej pochodnej funkcji  $G(\cdot)$  tj.:

$$F(\cdot) = G'^{-1}(\cdot), \quad (9)$$

przy czym  $F(0) = 1$ . Jest to tzw. funkcja kalibracyjna (ang. *calibration function*). Znajomość postaci funkcji  $F(\cdot)$  pozwala bowiem przedstawić wagi kalibracyjne  $w_k$  w następującej postaci:

$$w_k = d_k F(q_k \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\lambda}) = d_k g_k, \quad (10)$$

gdzie  $g_k = F(q_k \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\lambda})$  to tzw. mnożniki wagowe (kalibracyjne). Do wyznaczenia wag kalibracyjnych (10) w dalszym ciągu niezbędna jest znajomość wektora mnożników Lagrange'a  $\boldsymbol{\lambda}$ , który można znaleźć rozwiązując odpowiednie równanie kalibracyjne – por. (7):

$$\sum_{k \in s} d_k F(q_k \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{x}_k = \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k. \quad (11)$$

Finalnie estymator kalibracyjny wartości globalnej można przedstawić w postaci:

$$\hat{Y}_{CAL} = \sum_{k \in s} d_k F(q_k \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\lambda}) y_k. \quad (12)$$

Wyznaczenie wektora  $\boldsymbol{\lambda}$  mnożników Lagrange'a, a w konsekwencji wag kalibracyjnych (10), zależy od postaci funkcji  $G(\cdot)$ . W przypadku niektórych funkcji istnieje możliwość jawnego przedstawienia wag kalibracyjnych w postaci odpowiedniego wzoru. W innych przypadkach wymagane jest z kolei zastosowanie podejścia iteracyjnego. Szczególnie ważna jest funkcja  $G(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ , dla której wektor wag kalibracyjnych można wyznaczyć wprost ze wzoru. Mówi o tym poniższe twierdzenie.

**Twierdzenie 1.1** (*Deville i Särndal (1992)*) *Rozwiązaniem zadania minimalizacji (6) przy warunku (7) dla funkcji  $G(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$  jest wektor wag kalibracyjnych  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_n)^T$ , którego składowe dla  $k = 1, \dots, n$  wyrażają się wzorem:*

$$w_k = d_k + d_k q_k \left( \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k - \sum_{k \in s} d_k \mathbf{x}_k \right)^T \left( \sum_{k \in s} q_k d_k \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T \right)^{-1} \mathbf{x}_k. \quad (13)$$

W literaturze przedmiotu metoda ta określana jest jako liniowa (ang. *linear method*) z racji tego, że odpowiednia funkcja kalibracyjna  $F(\cdot)$  ma postać funkcji liniowej. Warto podkreślić, że dla tak określonej funkcji  $G(\cdot)$  odpowiadająca jej funkcja odległości  $D(\cdot)$  wyraża się wzorem:

$$D(\mathbf{d}, \mathbf{w}) = \frac{1}{2} \sum_{k \in s} \frac{(w_k - d_k)^2}{d_k q_k} \quad (14)$$

i ze względu na podobieństwo do statystyki testowej w teście  $\chi^2$  zgodności czy niezależności określana jest mianem funkcji odległości  $\chi^2$ .

Warto przy tym zaznaczyć, że funkcja  $G(\cdot)$  może mieć inną postać matematyczną aniżeli w Twierdzeniu 1.1. W Tabeli 1 dokonano podsumowania najważniejszych funkcji  $G(\cdot)$  wraz z odpowiadającymi im funkcjami kalibracyjnymi  $F(\cdot)$  oraz ewentualnymi ograniczeniami na wagi kalibracyjne. W tabeli tej w pierwszym wierszu przedstawiono omówioną już funkcję  $G(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ , dla której wagi kalibracyjne  $w_k$  można uzyskać wprost ze wzoru. Druga z wymienionych funkcji prowadzi do tzw. metody raking. Zaletą wyznaczonych wag kalibracyjnych  $w_k$  w metodzie raking jest to, że są one zawsze dodatnie. Wadą jest natomiast to, że dla niektórych jednostek wylosowanych do próby  $s$  wagi mogą przyjmować wartości ekstremalne a odpowiadający im estymator kalibracyjny dawać może zawyżone oszacowania wartości globalnej (1), zwłaszcza w sytuacji gdy zmienne pomocnicze są słabo skorelowane ze zmienną  $y$ . Również końcowe rozwiązanie (11) może nie istnieć a poszukiwanie wag kalibracyjnych ze względu na nieliniowy układ równań kalibracyjnych wymaga zastosowania metod numerycznych. Ze względu na postać funkcji  $F(\cdot)$  metodę tę określa się również mianem wykładniczej (ang. *exponential method*). Trzecia z wymienionych funkcji to tzw. metoda logitowa. Z kolei w czwartym wierszu przedstawiono postać funkcji  $G(\cdot)$ , która wykorzystuje w swojej konstrukcji funkcję sinusa hiperbolicznego. W obydwu wspomnianych metodach nakłada się na iloraz wag kalibracyjnych  $w_k$  i  $d_k$  odpowiednie ograniczenia przez co końcowe wagi znajdują się w z góry określonym przedziale. Zapobiega to występowaniu wag ujemnych oraz ekstremalnych. Nie zawsze jednak możliwe jest uzyskanie wag, które dokładnie odtwarzają znane wartości globalne zmiennych pomocniczych. Ostatnia z wymienionych funkcji różni się od pierwszej tylko tym, że na iloraz wag  $w_k$  i  $d_k$  nałożono odpowiednie ograniczenia. Jest ona określana mianem metody liniowej z ograniczeniami (ang. *truncated linear method*).

Na potrzeby kalibracji wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności, która była niezbędna celem zastosowania estymatorów klasy SMO, wykorzystano ostatecznie cztery z pięciu omówionych powyżej funkcji  $G(\cdot)$ . Odpowiadają one czterem pierwszym metodom wyszczególnionym w Tabeli 1. Ze względu na często wykorzystywane angielskie określenia tych metod, które prowadzą do różnych zestawów wag kalibracyjnych w dalszej części raportu określone one będą jako: linear, raking, logit i sinh.

Tabela 1. Zestawienie funkcji  $G(x)$ , kalibracyjnych  $F(u)$  oraz ograniczeń na wagi

L.p.	$G(x)$	$F(u)$	Ograniczenia
1	$\frac{(x-1)^2}{2}, \quad x \in \mathbb{R}$	$1+u, \quad u \in \mathbb{R}$	Brak
2	$x \ln(x) - x + 1, \quad x \in \mathbb{R}^+$ $-x + 1, \quad x = 0$	$e^u, \quad u \in \mathbb{R}$	Brak
3	$\left[ (x-L) \ln \frac{x-L}{1-L} + (U-x) \ln \frac{U-x}{U-1} \right] A^{-1}, \quad x \in (L, U)$ $\left[ (U-L) \ln \frac{U-L}{U-1} \right] A^{-1}, \quad x \leq L$ $\left[ (U-L) \ln \frac{U-L}{1-L} \right] A^{-1}, \quad x \geq U$	$\frac{L(U-1) + U(1-L)e^{Au}}{(U-1) + (1-L)e^{Au}},$ gdzie $u \in \mathbb{R}$ oraz $A = \frac{U-L}{(U-1)(1-L)}$	$0 \leq L < 1 < U$
4	$\frac{1}{2\alpha} \int_1^x \sinh \left[ \alpha \left( t - \frac{1}{t} \right) \right] dt, \quad \alpha > 0$	$\frac{\operatorname{arsinh}(2\alpha u) + \sqrt{\operatorname{arsinh}^2(2\alpha u) + 4\alpha^2}}{2\alpha}, \quad u \in \mathbb{R}$	$0 \leq L < 1 < U$
5	$\frac{(x-1)^2}{2}, \quad x \in \mathbb{R}$	$1+u, \quad u \in [L-1, U-1]$ $L, \quad u = L-1$ $U, \quad u = U-1$	$x \in [L, U]$ oraz $0 \leq L \leq 1 \leq U$

Źródło: opracowanie własne

## 1.2 Jedno - i dwukrokowe podejście w procesie kalibracji wag

Kalibracja wag opisana w poprzednim punkcie odnosi się do przypadku, w którym w badaniu nie występują braki odpowiedzi. W badaniach statystycznych prowadzonych przez krajowe urzędy statystyczne taka sytuacja na ogół nie występuje. Dotyczy to zarówno badań pełnych, takich jak spisy, czy badań częściowych wykorzystujących losowy dobór jednostek do próby. W szczególności problem braku odpowiedzi odnosi się również do Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności realizowanego przez Główny Urząd Statystyczny, w którym występują mieszkania wylosowane do próby, a niezbadane z powodu odmowy, czy też braku możliwości wzięcia udziału w badaniu przez mieszkańców. Przyczyną takiego stanu rzeczy mogła być choroba, podeszły wiek, bariera językowa, nieobecność mieszkańców czy niemożność dotarcia do mieszkania (na przykład mieszkanie znajdujące się w strefie ochronnej).

W dalszym ciągu załóżmy, że  $r$  oznacza zbiór respondentów tj. jednostek, które wzięły udział w badaniu. Oznacza to, że  $r \subset s$ . Niech ponadto  $m$  oznacza liczebność zbioru respondentów. Zachodzi przy tym nierówność  $m \leq n$ , gdzie  $n$  oznacza liczebność próby  $s$ . W szczególnym przypadku, gdy wszystkie jednostki wylosowane do próby biorą udział w badaniu zachodzi równość tj.  $m = n$ . Przypadek taki w praktyce zdarza się jednak bardzo rzadko.

Również w sytuacji występowania braków odpowiedzi można przeprowadzić proces kalibracji wag. Wagi kalibracyjne wyznacza się w podobny sposób do procedury opisanej w poprzednim punkcie tego rozdziału tj. jako rozwiązanie poniższego zadania optymalizacyjnego.

- (W1') minimalizacja funkcji odległości:

$$D(\mathbf{d}, \mathbf{w}) = \sum_{k \in r} \frac{d_k}{q_k} G\left(\frac{w_k}{d_k}\right) \rightarrow \min, \quad (15)$$

- (W2') równania kalibracyjne:

$$\sum_{k \in r} w_k \mathbf{x}_k = \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k, \quad (16)$$

- (W3') warunki ograniczające:

$$L \leq \frac{w_k}{d_k} \leq U, \text{ gdzie: } 0 \leq L \leq 1 \leq U, k = 1, \dots, m. \quad (17)$$

Zasadnicza różnica polega więc na tym, że wagi kalibracyjne poszukuje się w zbiorze respondentów. Kluczowy w takim przypadku jest dostęp do odpowiedniej jakości zmiennych pomocniczych. Kalibrację wag można przy tym przeprowadzić w różny sposób w zależności od poziomu na jakim wykorzystywane są zmienne pomocnicze. Poniżej rozpatrzono dwie takie sytuacje, które określane są mianem jednokrokowej (ang. *single-step calibration* lub *one-step calibration*) oraz dwukrokowej procedury kalibracyjnej (ang. *two-step calibration*). W kontekście dwukrokowej metody rozważa się przy tym dwa przypadki tzw. dwukrokowych estymatorów kalibracyjnych typu  $A$  i  $B$ . W dalszej części, w syntetyczny sposób opisano omawiane techniki konstrukcji wag kalibracyjnych (Särndal i Lundström, 2005).

Niech  $\mathbf{x}_k^*$  będzie wektorem, dla którego wektor wartości globalnych  $\sum_U \mathbf{x}_k^*$  jest znany (na przykład ze spisu bądź rejestru administracyjnego) i dla każdej jednostki  $k \in r$  wartości

wektora  $\mathbf{x}_k^*$  są również znane. Niech ponadto  $\mathbf{x}_i^\circ$  oznacza wektor, w którym dla każdego  $k \in s$  wektor wartości  $\mathbf{x}_k^\circ$  jest znany, podczas gdy wektor wartości globalnych  $\sum_U \mathbf{x}_k^\circ$  pozostaje nieznan. Oznacza to zatem, że dla  $k \in r$  wektor wartości  $\mathbf{x}_k^\circ$  jest również znany. Särndal i Lundström (2005) określają wektor  $\mathbf{x}_k^\circ$  mianem „księżycowego” (ang. *moon vector*) a wektor  $\mathbf{x}_k^*$  jako „gwiazdny” (ang. *star vector*).

W jednokrokowej procedurze wyznaczania wag kalibracyjnych wektor zmiennych pomocniczych  $\mathbf{x}_k$  można przedstawić w następujący sposób:

$$\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k^* \\ \mathbf{x}_k^\circ \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Odpowiadający mu wektor wartości globalnych  $\mathbf{X}$  można zapisać jako:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^* \\ \hat{\mathbf{X}}^\circ \end{pmatrix}, \quad (19)$$

gdzie  $\mathbf{X}^* = \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k^*$  i  $\hat{\mathbf{X}}^\circ = \sum_{k \in s} d_k \mathbf{x}_k^\circ$ . Wówczas estymator kalibracyjny wartości globalnej (1) można wyrazić w postaci  $\hat{Y}_{cal} = \sum_{k \in r} w_k y_k$ . Warto przy tym nadmienić, że równanie kalibracyjne (16) przyjmuje w takiej sytuacji postać:

$$\begin{pmatrix} \sum_{k \in r} w_k \mathbf{x}_k^* \\ \sum_{k \in r} w_k \mathbf{x}_k^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k^* \\ \sum_{k \in s} d_k \mathbf{x}_k^\circ \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Wektor wag kalibracyjnych  $w_k$  w procedurze jednokrokowej wyznaczany jest więc w taki sposób, aby odtwarzać znane wartości globalne dla tych zmiennych pomocniczych, dla których wartości globalne znane są na poziomie populacji oraz odtwarzać oszacowane wartości globalne, dla tych zmiennych, dla których takie wartości globalne w populacji nie są znane i szacuje się je na podstawie informacji zawartych w próbie  $s$ . W szczególnym przypadku, gdy wykorzystywane są tylko wartości globalne zmiennych pomocniczych znanych na poziomie całej populacji, poszukiwanie wag kalibracyjnych  $w_k$  w podejściu jednokrokowym sprowadza się do rozwiązania zadania optymalizacyjnego (W1')–(W3'), przy czym  $\sum_{k \in U} \mathbf{x}_k = \mathbf{X} = \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k^*$ , tj. wektor  $\mathbf{X}$  redukuje się do  $\sum_{k \in U} \mathbf{x}_k^*$ .

W dwukrokowej procedurze wyznaczania wag kalibracyjnych kalibrację przeprowadza się z poziomu zbioru respondentów  $r$  na poziom próby  $s$  wykorzystując wartości wektora  $\mathbf{x}_i^\circ$  celem uzyskania wag pośrednich, które następnie wykorzystywane są jako wagi wejściowe w drugim kroku kalibracji z poziomu zbioru respondentów  $r$  na poziom populacji  $U$  z wykorzystaniem wektorów  $\mathbf{x}_k^*$  i  $\mathbf{x}_k^\circ$ . Należy tutaj rozróżnić dwa przypadki określane mianem dwukrokowego podejścia kalibracyjnego typu  $A$  i  $B$ .

W dwukrokowym podejściu typu  $A$ , w pierwszym kroku wykorzystywane są wagi  $d_k = \frac{1}{\pi_k}$  jako wagi wejściowe i kalibrowane są celem uzyskania wag kalibracyjnych pośrednich  $w_k^\circ$ , tak aby spełnione było następujące równanie kalibracyjne:

$$\sum_{k \in r} w_k^\circ \mathbf{x}_k^\circ = \sum_s d_k \mathbf{x}_k^\circ. \quad (21)$$

W drugim kroku wykorzystuje się pośrednie wagi kalibracyjne  $w_k^\circ$  jako wagi wejściowe w procesie kalibracji i otrzymuje się końcowe wagi kalibracyjne  $w_k$  kalibrując ze zbioru respondentów  $r$  na poziom populacji  $U$  tj. tak aby spełnione było równanie kalibracyjne:

$$\sum_{k \in r} w_k \mathbf{x}_k = \mathbf{X}, \quad (22)$$

gdzie  $\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k^* \\ \mathbf{x}_k^\circ \end{pmatrix}$  oraz  $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^* \\ \hat{\mathbf{X}}^\circ \end{pmatrix}$ . Końcowy dwukrokowy estymator kalibracyjny typu  $A$  wartości globalnej (1) jest postaci  $\hat{Y}_{cal2A} = \sum_{k \in r} w_{2Ak} y_k$ , gdzie  $w_{2Ak} = w_k^\circ g_k$  i  $g_k$  to mnożnik kalibracyjny, przez który należy przemnożyć pośrednie wagi  $w_k^\circ$  celem uzyskania nowych wag kalibracyjnych dla każdej jednostki  $k$ . Wyznaczone wagi kalibracyjne spełniają zatem dwa zestawy równań kalibracyjnych:

$$\sum_{k \in r} w_{2Ak} \mathbf{x}_k^* = \sum_{k \in U} \mathbf{x}_k^* \quad (23)$$

oraz

$$\sum_{k \in r} w_{2Ak} \mathbf{x}_k^\circ = \sum_{k \in s} d_k \mathbf{x}_k^\circ. \quad (24)$$

W dwukrokowej procedurze kalibracyjnej typu  $B$ , pierwszy krok jest dokładnie taki sam jak w dwukrokowej procedurze typu  $A$ . Również drugi krok w podejściu kalibracyjnym typu  $B$  jest bardzo zbliżony do drugiego kroku w podejściu kalibracyjnym typu  $A$  z tym wyjątkiem tego, że wektory  $\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k^* \\ \mathbf{x}_k^\circ \end{pmatrix}$  oraz  $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^* \\ \hat{\mathbf{X}}^\circ \end{pmatrix}$  są zastępowane przez  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^*$  i  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^*$ . Końcowy – dwukrokowy estymator kalibracyjny typu  $B$  wartości globalnej (1) jest postaci  $\hat{Y}_{cal2B} = \sum_{k \in r} w_{2Bk} y_k$ .

Wyniki uzyskane w podejściu jednokrokowym, dwukrokowym typu  $A$  oraz dwukrokowym typu  $B$  prowadzą zazwyczaj do odmiennych zestawów wag kalibracyjnych. W konsekwencji uzyskuje się na ogół odmienne wartości oszacowanych wartości globalnych (1).

W kolejnych punktach tego rozdziału opisano szczegółowo zastosowaną w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności procedurę kalibracji wag wykorzystując informacje o zmiennych pomocniczych na poziomie podregionów. Dyskusji zostanie poddana postać wag dla czterech różnych funkcji odległości oraz trzech sposobów wyznaczania wag tj. z uwzględnieniem podejścia jednokrokowego oraz dwukrokowego typu  $A$  i  $B$ . Zastosowane podejście stanowi istotne novum w stosunku do obecnie stosowanego w BAEL przez GUS podejścia kalibracyjnego. Odtwarzane są bowiem dodatkowo wartości globalne na poziomie podregionów z uwzględnieniem dodatkowych przekrojów. Zabieg ten, jak pokazano w rozdziale 2 niniejszego raportu końcowego, wpływa na poprawę estymacji typu SMO rozważanych w projekcie charakterystyk rynku pracy.

### 1.3 Opis zastosowanego podejścia kalibracyjnego w BAEL

W punkcie tym opisano w syntetyczny sposób obecnie stosowaną metodę wyznaczania wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności przez Główny Urząd Statystyczny. Następnie dokonano opisu modyfikacji wag na potrzeby projektu, tak aby uwzględnione zostały informacje o zmiennych pomocniczych na poziomie podregionów tj. na poziomie dla którego dokonywano w projekcie szacunków wybranych charakterystyk rynku pracy (z uwzględnieniem dodatkowych przekrojów).

W latach 2010–2015 procedura kalibracji wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej ludności przebiegała według następującej procedury:

1. Obliczenie tzw. współczynników realizacji  $R$  według wzoru:

$$R = (K - N)/K, \quad (25)$$



gdzie  $K$  jest oszacowaniem (według wag pierwotnych) liczby mieszkań kwalifikujących się do badania, zaś  $N$  oszacowaniem liczby mieszkań kwalifikujących się do badania, lecz nie dających się zbadać z jakiegokolwiek powodu. Współczynniki realizacji wyznacza się dla każdego z 16 województw w sześciu grupach wyróżnionych ze względu na klasę miejscowości.

2. Obliczenie wag wtórnych, w drodze dzielenia wag pierwotnych przez  $R$ , przy czym współczynnik  $R$  bierze się w zależności od województwa i klasy miejscowości, w której znajduje się dane mieszkanie.
3. Wyznaczenie wag finalnych dla danych ludnościowych. Wyliczenia te przeprowadza się tak, aby dostosować wyniki BAEL do bieżących szacunków demograficznych. Dokonuje się tego przez wyliczenie tzw. modyfikatorów, które oblicza się osobno dla każdej z 48 kategorii zdefiniowanych przez miejsce zamieszkania (miasto/wieś)  $\times$  płeć  $\times$  12 grup wieku (15–17, 18–19, 20–24, 25–29, 30–34, 35–39, 40–44, 45–49, 50–54, 55–59, 60–64, 65+), w drodze dzielenia liczby osób w danej kategorii według skorygowanych szacunków demograficznych przez liczbę osób w tejże kategorii wyliczoną z danych BAEL przy zastosowaniu wag wtórnych z etapu drugiego. Wagi finalne otrzymuje się w wyniku mnożenia wag wtórnych przez odpowiednie modyfikatory.

Jak można zauważyć, w powyżej opisanym sposobie konstrukcji wag przez Główny Urząd Statystyczny w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności, nie uwzględnia się w charakterze zmiennych pomocniczych informacji o liczbie ludności w przekroju podregionów. Ze względu na fakt, że celem projektu było oszacowanie wybranych charakterystyk rynku pracy na poziomie podregionów, z dodatkowo określonymi przekrojami, podjęto próbę kalibracji wag, tak aby odtwarzane były również wartości globalne odnoszące się do liczby ludności na tym poziomie agregacji przestrzennej. Oznacza to zatem, że w projekcie zdecydowano się rozszerzyć liczbę warstw zdefiniowanych w kroku trzecim powyższej procedury o 73 podregiony. Zabieg ten był podyktowany dwoma zasadniczymi względami. Po pierwsze w kwartałach rozpatrywanych lat tj. 2010–2015 obserwowano duże zróżnicowanie oszacowanych wartości globalnych liczby ludności na podstawie wag finalnych w BAEL na poziomie podregionów. Zmienność ta odzwierciedlała się także dużym zróżnicowaniem szacunków wartości globalnych rozpatrywanych charakterystyk rynku pracy na poziomie podregionów z uwzględnieniem dodatkowych przekrojów (na przykład liczby pracujących czy biernych zawodowo). W związku z powyższym przyjęto, że przeprowadzony zostanie proces kalibracji wag, tak aby odtwarzać znane kwartalne struktury ludnościowe w przekroju podregionów i dodatkowych przekrojów.

W projekcie nie dysponowano niestety wartościami globalnymi liczby ludności w podregionach zgodnymi z definicją populacji stosowanej w BAEL. W celu wyprowadzenia tych wartości wykorzystano dane ludnościowe opracowane w oparciu o wyniki Narodowych Spisów Powszechnych 2002 i 2011 z uwzględnieniem zmian spowodowanych ruchem naturalnym (urodzenia, zgony), migracjami ludności (na pobyt stały i czasowy) oraz przemieszczeniami związanymi ze zmianami administracyjnymi. Dane dla okresów międzyspisowych sporządzane są poprzez przyjęcie wyników spisu powszechnego za bazę wyjściową dla gminy, a następnie następuje naliczanie danych metodą bilansową według następującego schematu: stan ludności na końcu roku w gminie = stan ludności na początek roku w gminie + urodzenia żywe - zgony + zameldowania na pobyt stały (z innych gmin i z zagranicy) - wymeldowania z pobytu stałego (do innych gmin i za granicę) + przesunięcia ludności z ty-

tułu zmian administracyjnych. Dane te zaczerpnięto z Banku Danych Lokalnych. Wartości globalne dla podregionów wykorzystane w kalibracji wag otrzymano poprzez rozszacowanie wartości globalnej dla całej Polski na podregiony zgodnie ze strukturą według podregionów, która została wyznaczona na podstawie danych bilansowych ludności. Szacunek liczebności populacji zgodnej z definicją przyjętą w BAEL w podregionie  $p$  w kwartale  $k$  wyznaczony został zgodnie ze wzorem:

$$N_{p,k}^{BAEL} = N_k^{BAEL} \frac{N_{p,r(k)}^{bil}}{N_{r(k)}^{bil}} \quad (26)$$

gdzie  $N_k^{BAEL}$  to wielkość populacji badanej w BAEL w kwartale  $k$ ,  $N_{p,r(k)}^{bil}$  to liczba ludności według danych bilansowych w podregionie  $p$  według stanu na koniec roku  $r(k)$ , gdzie  $r(k)$  oznacza rok, w którym występował kwartał  $k$ ,  $N_{r(k)}^{bil}$  oznacza liczbę ludności w Polsce według danych bilansowych – stan na koniec roku  $r(k)$ .

Powyższa propozycja wyznaczenia wartości globalnych dla podregionów ma charakter wyłącznie eksperymentalny i służy celom testowym. W przypadku wykorzystania liczby ludności w podregionach w procesie wyznaczania wag kalibracyjnych należałoby zastosować dane ludnościowe zgodne z definicją populacji badanej w BAEL.

W projekcie na etapie konstrukcji wag kalibracyjnych zastosowano cztery funkcje odległości (linear, raking, logit, sinh) oraz trzy metody ich wyznaczania (jednokrokowe, dwukrokowe typu A oraz dwukrokowe typu B) w połączeniu z dwoma zestawami („gwiazdnych”) zmiennych pomocniczych  $\mathbf{x}_k^*$ :

- **Zestaw 1.** (48 wariantów): płeć (2 warianty: mężczyzna, kobieta)  $\times$  miejsce zamieszkania (2 warianty: miasto, wieś)  $\times$  grupy wieku (12 wariantów: 15–17, 18–19, 20–24, 25–29, 30–34, 35–39, 40–44, 45–49, 50–54, 55–59, 60–64, 65+),
- **Zestaw 2.** (121 wariantów): Zestaw 1. (48) + podregiony (73).

Zestaw 1 jest analogiczny do tego, który jest stosowany w BAEL w latach 2010–2015. Nie brano w nim jednak pod uwagę informacji o wartościach globalnych liczby ludności w podregionach. W przeciwieństwie do Zestawu 1, w Zestawie 2 wykorzystano informacje o podregionach, a dokładniej o wyznaczonej liczbie osób na takim poziomie agregacji przestrzennej. Zabieg taki miał służyć sprawdzeniu na ile uwzględnienie informacji o liczbie ludności w przekroju podregionów w postaci wartości globalnych wpłynie na postać wag kalibracyjnych tj. na ich zróżnicowanie, występowanie wag ujemnych czy ekstremalnych.

Jako „księżycowy” wektor zmiennych pomocniczych przyjęto zmienne pomocnicze określające przynależność badanego mieszkania do klasy miejscowości w danym województwie (16 województw  $\times$  6 klas miejscowości), o których mowa w pierwszym punkcie opisu konstrukcji wag w BAEL. Łącznie uzyskano  $2 \times 4 \times 3 = 24$  zestawy wag kalibracyjnych<sup>1</sup>.

Obliczenia przeprowadzono za pomocą statystycznego programu R (R Core Team, 2017). Do kalibracji wag wykorzystano zmodyfikowaną funkcję `calibWeights` z pakietu `laeken` (Alfons i Templ, 2013). Modyfikacja polega na zastosowaniu pakietu `Matrix` (Bates i Maechler, 2017), dzięki któremu uwzględniono występowanie w procesie kalibracji macierzy rzadkich, co znacznie przyspieszyło obliczenia.

<sup>1</sup>2 zestawy zmiennych pomocniczych, 4 funkcje odległości i 3 metody wyznaczania wag kalibracyjnych.

## 1.4 Analiza wag kalibracyjnych

W niniejszym podrozdziale zaprezentowano wyniki procesu kalibracji zgodnie z założeniami opisanymi we wcześniejszym punkcie. Uwaga skupiona będzie przy tym tylko i wyłącznie na analizie wag kalibracyjnych. W tym miejscu nie będzie dokonywana ocena własności estymatorów kalibracyjnych (precyzja), które również wykorzystano do szacowania najważniejszych charakterystyk rynku pracy. Będzie to przedmiotem dyskusji w kolejnych rozdziałach raportu końcowego.

Analizie podlegać będą przede wszystkim wagi kalibracyjne  $w_k$  oraz mnożniki kalibracyjne  $g_k$  otrzymane za pomocą 24 podejść: 2 zestawy zmiennych pomocniczych  $\times$  4 funkcje odległości (linear, raking, logit, sinh)  $\times$  3 podejścia kalibracji (jednokrokowe, dwukrokowe typu A, dwukrokowe typu B). Dodatkowo ocenie poddane zostaną rozkłady wag pierwotnych  $d_k$ , oryginalnych wag finalnych wykorzystywanych w BAEL do uogólniania wyników i wag kalibracyjnych  $w_k$  utworzonych na potrzeby prac projektowych. Dyskusji poddane zostaną również korelacyjne diagramy rozrzutu analizowanych wag (pierwotnych, finalnych i kalibracyjnych).

Wagi otrzymane na podstawie podejścia dwukrokowego typu B z funkcją liniową i z pierwszym zestawem zmiennych pomocniczych są równe wagom finalnym w BAEL wykorzystywanym do produkcji oficjalnych szacunków. To podejście będzie służyć jako punkt odniesienia do pozostałych podejść i określane będzie w dalszej części pracy jako bazowe. Szczególna uwaga poświęcona zostanie podejściom z drugim zestawem zmiennych pomocniczych. Wynika to z faktu, że w tym przypadku odtworzone będą znane wartości populacyjne ludności w przekroju podregionów. Spośród nich zostanie wybrane podejście, za pomocą którego otrzymane wagi zostaną wykorzystane w niniejszym projekcie, do szacowania rozważanych charakterystyk rynku pracy.

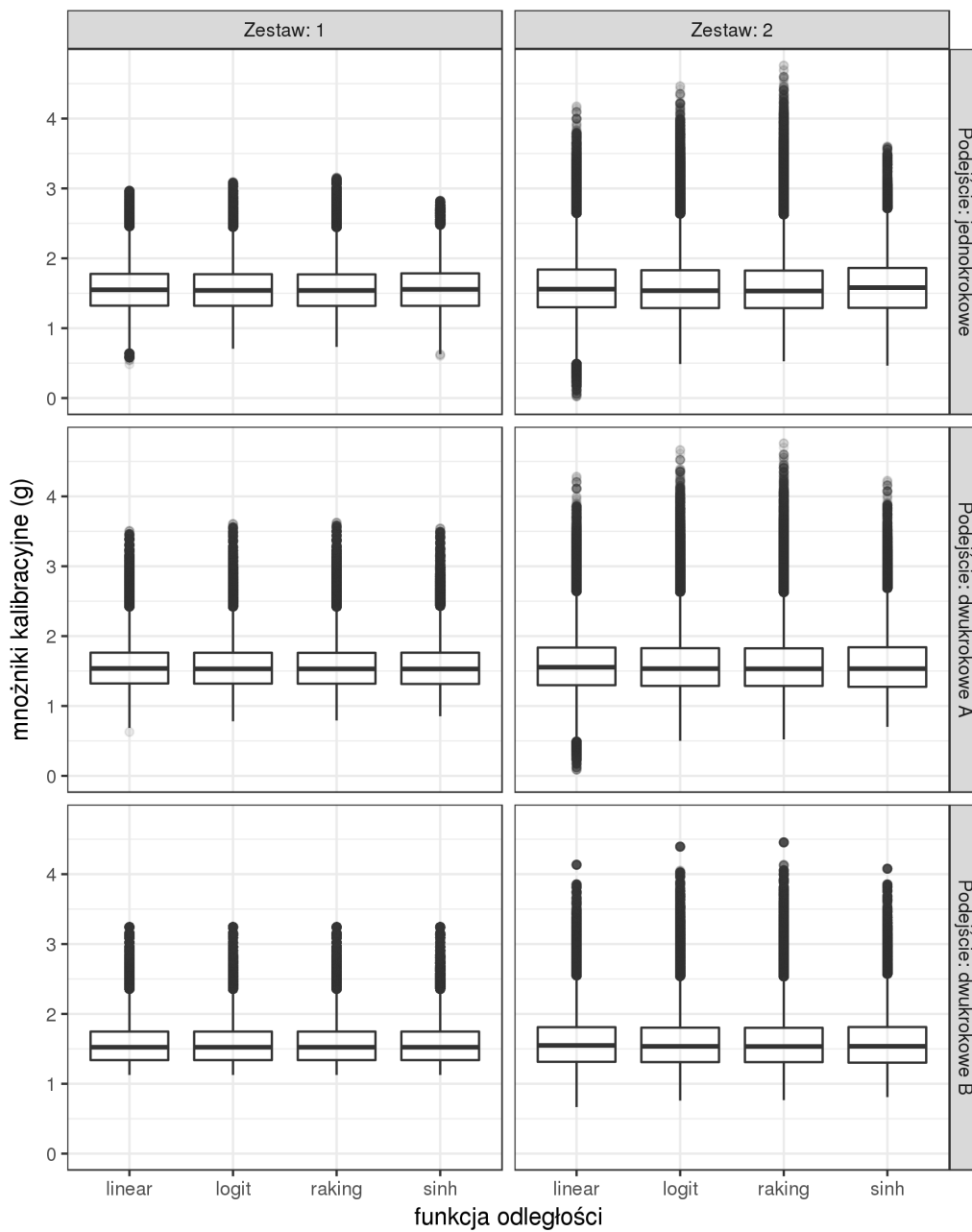
Analiza mnożników kalibracyjnych  $g_k$  przedstawionych na Rysunku 1 oraz w Tabeli 2 pozwala zauważyć, że uwzględnienie informacji o podregionie w procesie kalibracji (Zestaw 2) zwiększa ich zmienność. Dotyczy to w zasadzie każdej z czterech przyjętych funkcji odległości oraz trzech metod ich wyznaczania (jednokrokowa, dwukrokowa typu A i B). W przypadku drugiego zestawu zmiennych pomocniczych najmniej zróżnicowane są mnożniki kalibracyjne  $g_k$  dla funkcji odległości w wersji sinusa hiperbolicznego. Dotyczy to każdej z trzech metod konstrukcji wag kalibracyjnych. W przypadku podejścia jednokrokowego i drugiego zestawu zmiennych pomocniczych najbardziej zróżnicowane mnożniki kalibracyjne daje liniowa funkcja odległości oraz raking. Podobna sytuacja jest zauważalna w przypadku dwukrokowego podejścia typu A. Warto zauważyć, że najmniej zróżnicowane wartości mnożników kalibracyjnych otrzymano dla pierwszego zestawu zmiennych pomocniczych oraz podejścia jednokrokowego i dwukrokowego typu B (bez względu na przyjętą funkcję odległości). Uwzględnienie w charakterze wartości globalnych informacji o liczbie ludności w przekroju podregionów zwiększa zatem nieco zmienność mnożników kalibracyjnych, umożliwia jednak zachowanie zgodności struktur ludnościowych w badaniu BAEL na poziomie podregionów z wartościami spisowymi skorygowanymi o ruch naturalny, migracje i przemieszczenia związane ze zmianami administracyjnymi.

Analizie poddano również wagi kalibracyjne  $w_k$  dla obydwu zestawów zmiennych pomocniczych, wszystkich omówionych funkcji odległości i trzech metod ich konstrukcji (por. Tabela 3). Można zauważyć, że średnia wartość wag kalibracyjnych  $w_k$  w każdym z rozpatrywanych przypadków jest na tym samym poziomie i wynosi 385,8. Zbliżony jest również poziom odchylenia standardowego wag kalibracyjnych, który wskazuje na poziom

ich zmienności. W podejściu, w którym wykorzystywany był drugi zestaw zmiennych pomocniczych, odchylenie standardowe wag kalibracyjnych jest nieco większe niż dla pierwszego zestawu zmiennych pomocniczych. Oznacza to, że przy tym samym średnim poziomie wag kalibracyjnych zaobserwowano nieco większą ich zmienność dla drugiego zestawu zmiennych pomocniczych. Jest to zgodne z analizą mnożników kalibracyjnych  $g_k$ , gdzie większą ich zmienność zaobserwowano dla drugiego zestawu zmiennych pomocniczych.

W kontekście zmienności można jednak zauważyć, że zmienność wag kalibracyjnych  $w_k$  we wszystkich rozważanych 12 podejściach z drugim zestawem zmiennych pomocniczych jest na podobnym poziomie jak w przypadku kluczowego podejścia bazowego. Brak jest również wartości ujemnych wag kalibracyjnych, a wartości maksymalne nie odbiegają znacząco od tej w podejściu bazowym. Warto jednak podkreślić, że najmniejszą zmiennością cechują się wagi otrzymane za pomocą kalibracji dwukrokowej typu B, a spośród nich podejście z funkcją odległości sinh. Podobnie wśród mnożników kalibracyjnych ( $g_k$ ) najlepszymi własnościami dla rozpatrywanych 12 podejść cechują się mnożniki uzyskane w przypadku kalibracji dwukrokowej typu B z funkcją odległości sinh.

W związku z przeprowadzoną analizą wag kalibracyjnych  $w_k$  i mnożników kalibracyjnych  $g_k$ , uwzględniającą ich zmienność, występowanie wag ujemnych czy ekstremalnych, w dalszej części pracy zespołu badawczego do wyznaczenia ocen estymatorów kalibracyjnych wykorzystane zostały wagi kalibracyjne otrzymane za pomocą kalibracji dwukrokowej typu B z funkcją odległości sinh i z drugim zestawem zmiennych pomocniczych. Jak można zauważyć (por. Rysunek 2) wagi te są silnie dodatnio skorelowane zarówno z wagami pierwotnymi  $d_k$  oraz wagami finalnymi wykorzystywanymi w BAEL do uogólniania wyników.



Rysunek 1. Porównanie rozkładów mnożników kalibracyjnych ( $g_k$ ) w zastosowanych podejściach kalibracyjnych (lata 2010–2015)

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Charakterystyki mnożników kalibracyjnych ( $g_k$ ) (lata 2010–2015)

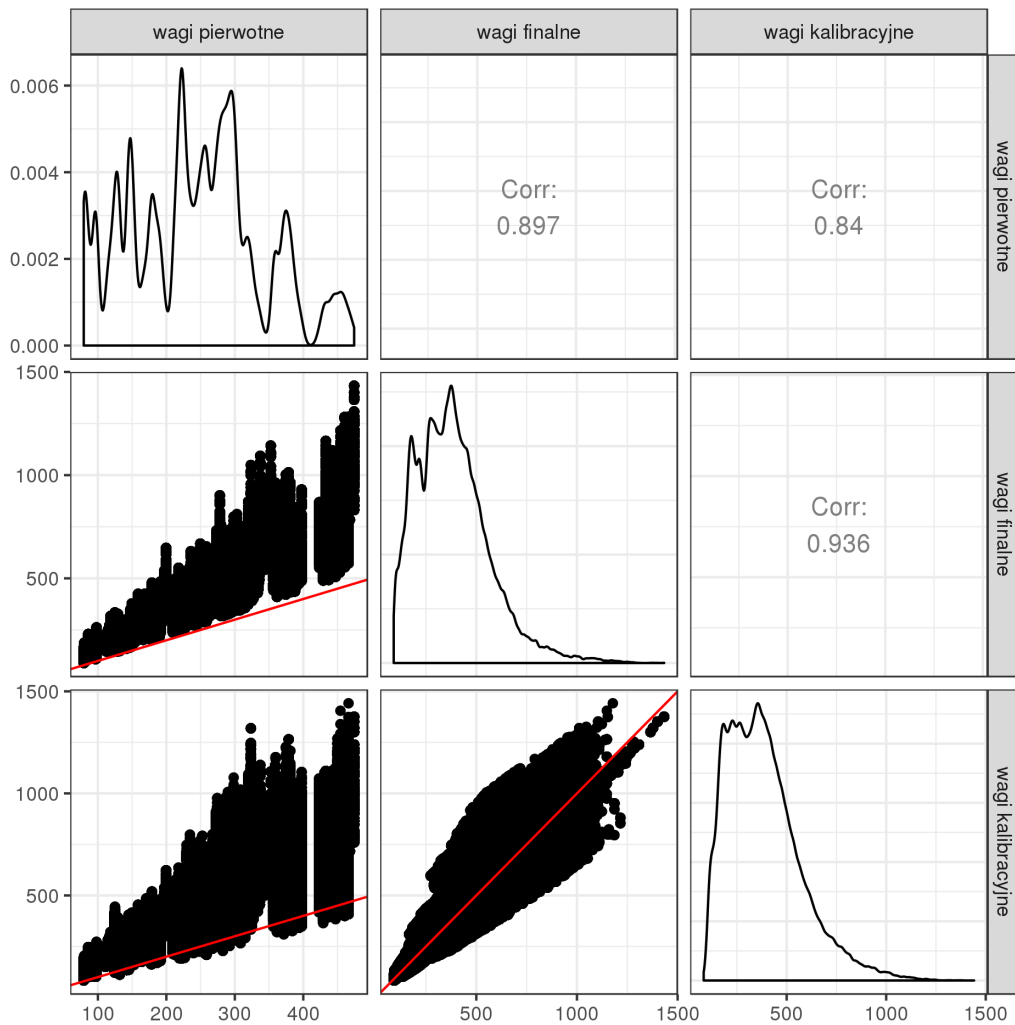
Podójście kalibracyjne	Funkcja odległójci	Min	Q1	Q2	Q3	Max	Mean	Sd
<b>Zestaw: 1</b>								
jednokrokowe	linear	0.48	1.32	1.55	1.78	2.97	1.57	0.31
jednokrokowe	logit	0.71	1.32	1.54	1.77	3.09	1.57	0.31
jednokrokowe	raking	0.73	1.32	1.54	1.77	3.15	1.57	0.31
jednokrokowe	sinh	0.60	1.32	1.56	1.78	2.82	1.57	0.31
dwukrokowe A	linear	0.63	1.32	1.54	1.76	3.50	1.57	0.31
dwukrokowe A	logit	0.78	1.32	1.53	1.76	3.60	1.57	0.31
dwukrokowe A	raking	0.79	1.32	1.53	1.76	3.62	1.57	0.31
dwukrokowe A	sinh	0.85	1.32	1.53	1.76	3.54	1.57	0.31
dwukrokowe B	linear	1.13	1.34	1.52	1.75	3.24	1.57	0.29
dwukrokowe B	logit	1.13	1.34	1.52	1.75	3.24	1.57	0.29
dwukrokowe B	raking	1.13	1.34	1.52	1.75	3.24	1.57	0.29
dwukrokowe B	sinh	1.13	1.34	1.52	1.75	3.24	1.57	0.29
<b>Zestaw: 2</b>								
jednokrokowe	linear	0.03	1.30	1.56	1.84	4.17	1.58	0.40
jednokrokowe	logit	0.49	1.29	1.54	1.83	4.46	1.58	0.40
jednokrokowe	raking	0.53	1.29	1.53	1.82	4.76	1.58	0.40
jednokrokowe	sinh	0.46	1.29	1.58	1.86	3.60	1.58	0.40
dwukrokowe A	linear	0.09	1.30	1.55	1.84	4.28	1.58	0.40
dwukrokowe A	logit	0.50	1.29	1.53	1.83	4.66	1.58	0.40
dwukrokowe A	raking	0.52	1.29	1.53	1.82	4.76	1.58	0.40
dwukrokowe A	sinh	0.70	1.27	1.53	1.84	4.22	1.58	0.40
dwukrokowe B	linear	0.67	1.31	1.55	1.81	4.13	1.58	0.37
dwukrokowe B	logit	0.76	1.31	1.54	1.80	4.39	1.58	0.37
dwukrokowe B	raking	0.77	1.31	1.53	1.80	4.45	1.58	0.37
dwukrokowe B	sinh	0.81	1.30	1.54	1.81	4.08	1.58	0.37

Źródło: opracowanie własne

Tabela 3. Charakterystyki wag kalibracyjnych  $w_k$  (lata 2010–2015)

<b>Podejście kalibracji</b>	<b>Funkcja odległości</b>	<b>Min</b>	<b>Q1</b>	<b>Q2</b>	<b>Q3</b>	<b>Max</b>	<b>Mean</b>	<b>Sd</b>
<b>Zestaw: 1</b>								
jednokrokowe	linear	46.3	251.7	365.2	489.3	1370.6	385.8	181.5
jednokrokowe	logit	60.0	252.2	365.0	488.4	1419.5	385.8	181.8
jednokrokowe	raking	61.8	252.3	365.0	488.2	1442.2	385.8	181.9
jednokrokowe	sinh	51.3	251.3	365.0	490.2	1306.9	385.8	181.4
dwukrokowe A	linear	57.2	251.4	364.7	486.4	1524.2	385.8	184.0
dwukrokowe A	logit	65.9	251.8	364.6	486.0	1559.8	385.8	184.1
dwukrokowe A	raking	66.6	251.8	364.6	486.0	1567.8	385.8	184.1
dwukrokowe A	sinh	70.2	251.9	364.4	486.0	1538.8	385.8	184.1
dwukrokowe B	linear	89.7	254.3	366.8	484.9	1432.9	385.8	181.7
dwukrokowe B	logit	89.7	254.3	366.8	484.9	1432.9	385.8	181.7
dwukrokowe B	raking	89.7	254.3	366.8	484.9	1432.9	385.8	181.7
dwukrokowe B	sinh	89.7	254.3	366.8	484.9	1432.9	385.8	181.7
<b>Zestaw: 2</b>								
jednokrokowe	linear	6.0	240.0	358.8	490.3	1495.1	385.8	189.3
jednokrokowe	logit	66.5	241.7	357.7	487.4	1606.2	385.8	189.6
jednokrokowe	raking	68.2	242.1	357.5	486.5	1664.5	385.8	189.7
jednokrokowe	sinh	53.7	238.3	358.6	493.5	1353.4	385.8	189.7
dwukrokowe A	linear	19.6	240.3	358.6	489.6	1490.9	385.8	189.5
dwukrokowe A	logit	67.3	241.8	357.5	486.7	1626.4	385.8	189.7
dwukrokowe A	raking	68.3	241.9	357.4	486.2	1656.8	385.8	189.8
dwukrokowe A	sinh	69.9	242.2	356.7	487.3	1504.6	385.8	189.8
dwukrokowe B	linear	81.4	243.0	359.8	487.6	1456.8	385.8	185.3
dwukrokowe B	logit	83.0	243.8	359.8	485.8	1535.3	385.8	185.3
dwukrokowe B	raking	83.2	243.9	359.8	485.6	1553.1	385.8	185.4
dwukrokowe B	sinh	83.3	243.9	359.6	486.3	1441.5	385.8	185.3

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 2. Porównanie wag pierwotnych  $d_k$  i finalnych z BAEL oraz wag kalibracyjnych  $w_k$  otrzymanych dla drugiego zestawu zmiennych pomocniczych i podejścia kalibracyjnego typu twostep B wraz z funkcją odległości sinh (lata 2010–2015)

Źródło: opracowanie własne



## Część 2

# Modele klasy SMO w estymacji charakterystyk rynku pracy

W rozdziale tym w syntetyczny sposób opisane zostaną modele klasy SMO, które wykorzystane zostały w projekcie na potrzeby estymacji charakterystyk rynku pracy na poziomie podregionów i dodatkowo zdefiniowanych przekrojów. Wskazane zostaną zmienne pomocnicze, które uwzględniono w procesie modelowania, a także opisany zostanie sposób uwzględnienia w konstruowanych modelach wyników podejścia kalibracyjnego oraz schematu losowania próby w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności.

## 2.1 Konstrukcja modeli - przyjęte założenia

### 2.1.1 Wykorzystane modele i zmienne

Na potrzeby estymacji pośredniej rozważanych w projekcie charakterystyk rynku pracy wykorzystano trzy modele klasy SMO, które szczegółowo zostały opisane od strony teoretycznej w raporcie pośrednim w rozdziale 3.3.4 oraz 5.2.2. W raporcie końcowym nie zaprezentowano postaci matematycznych tych modeli. Zainteresowanego Czytelnika odsyła się do wspomnianego raportu pośredniego/

W pracy badawczej skupiono się na wykorzystaniu wielomianowych modeli mieszanych opisanych w następujących artykułach naukowych:

- **Model 1** – dla każdego okresu budowany był oddzielny model. Model ten został szczegółowo opisany w pracy [Molina i in. \(2007\)](#).
- **Model 2** – jeden model budowany był dla całego okresu. Model ten został kompleksowo opisany w pracy [López-Vizcaíno i in. \(2013\)](#).
- **Model 3** – jeden model budowany był dla całego okresu z uwzględnieniem autokorelacji w czasie. Model ten został opisany w pracy [López-Vizcaíno i in. \(2015\)](#).

W przypadku wyżej wymienionych modeli jako zmienne pomocnicze wykorzystano udział bezrobotnych zarejestrowanych w urzędach pracy do populacji w danej domenie oraz informację czy dany podregion jest jednocześnie miastem na prawach powiatu. W przypadku szacunków dla kwartałów wykorzystano dodatkowo zmienną określającą kwartał, aby uwzględnić addytywny efekt sezonowości.

Zgodnie z sugestią autorów parametry budowanych modeli powinny być szacowane na podstawie długich szeregów czasowych. Dlatego, w przypadku danych rocznych wykorzystano okres od 2006 do 2015 roku. Natomiast w przypadku danych kwartalnych nie zachodziła potrzeba rozszerzania okresu i skupiono się na danych od 2010 do 2015 roku. W raporcie, zgodnie z wymogami projektu, prezentowane wyniki dotyczą jednak wyłącznie okresu 2010–2015.

## 2.1.2 Uwzględnienie schematu losowania

W pierwszym etapie projektu, w przypadku oszacowań rocznych, nie uwzględniono schematu losowania jaki występuje w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności, przez co oszacowania charakterystyk rynku pracy uzyskanych z modeli klasy SMO i estymatora Horvitz-Thompsona znacząco się różniły. W związku z powyższym postanowiono uaktualnić wyniki z pierwszego etapu prac uwzględniając schemat losowania oraz kalibrację wag, zarówno w przypadku oszacowań rocznych, jak i kwartalnych.

Podejście uwzględnione w raporcie końcowym składało się z następujących kroków:

1. dokonanie kalibracji wag w Badaniu Aktywności Ekonomicznej Ludności w celu odtworzenia wartości globalnych dla populacji w przekroju podregionów oraz wyznaczenie ocen estymatorów kalibracyjnych rozważanych charakterystyk rynku pracy, które następnie zostaną wykorzystane jako podstawa w konstruowanych modelach<sup>1</sup>,
2. uwzględnienie schematu losowania oraz kalibracji wag w konstruowanych modelach poprzez wykorzystanie tzw. efektywnej wielkości próby,
3. oszacowanie charakterystyk rynku pracy z wykorzystaniem rozważanych modeli wraz z oceną precyzji.

Metodę wyznaczania efektywnej wielkości próby opisano poniżej na przykładzie rozkładu dwumianowego, a następnie przedstawiono podejście dla przypadku rozkładu wielomianowego. Wykorzystanie efektywnej wielkości próby nie jest rzeczą nową i zostało opisane m.in. w pracach Cornfield (1951), Kish (1965) czy ostatnio w Raghunathan i in. (2007).

### 2.1.2.1 Efektywna wielkość próby dla rozkładu dwumianowego

Chen i in. (2014) uwzględnili schemat losowania oraz post-stratyfikację w estymacji opartej na hierarchicznym modelu regresji logistycznej z wykorzystaniem podejścia INLA (Rue i in., 2009; Lindgren i Rue, 2015), które można podsumować następująco:

1. Dla domeny  $i$  należy wyznaczyć ocenę estymatora bezpośredniego (lub kalibracyjnego) odsetka występowania cechy  $Y$  w populacji danej domeny według następującego wzoru

$$\hat{P}_i = \frac{\sum_{k \in s_i} d_{ik} y_{ik}}{\sum_{k \in s_i} d_{ik}}, \quad (27)$$

---

<sup>1</sup>Proces kalibracji wag opisany został w rozdziale 1 niniejszego raportu końcowego. W konstrukcji modeli przyjęto zatem oszacowania uzyskane z wykorzystaniem estymatorów kalibracyjnych dla funkcji odległości sinh i dwukrokowej metody typu  $B$ .

gdzie  $d_{ik} = \pi_{ik}^{-1}$  to waga wynikająca ze schematu losowania dla jednostki  $k$  w domenie  $i$  (próba  $s_i$ ), a  $y_{ik}$  to zmienna celu przyjmująca dwa warianty  $\{0, 1\}$ . Jeżeli wykorzystywana jest kalibracja, wagę  $d_{ik}$  należy zastąpić odpowiednią wagą kalibracyjną  $w_{ik}$ .

2. Dla domeny  $i$  należy wyznaczyć wariancję estymatora:  $\hat{V}_i = \widehat{\text{var}}(\hat{P}_i)$  uwzględniając schemat losowania. W tym celu można wykorzystać na przykład technikę bootstrap.
3. Następnie należy wyznaczyć efektywną wielkość próby oznaczoną przez  $m_i^*$ . Przy założeniu losowania prostego i rozkładu dwumianowego można ją wyznaczyć zgodnie z następującym wzorem:

$$m_i^* = \frac{\hat{P}_i(1 - \hat{P}_i)}{\hat{V}_i}. \quad (28)$$

4. Następnie, dla każdej domeny należy wyznaczyć  $y_i^* = m_i^* \times \hat{P}_i$  i parę  $(m_i^*, y_i^*)$  wykorzystuje się do modelu regresji logistycznej zakładając rozkład dwumianowy w modelach statystyki małych obszarów.

W przypadku założenia rozkładu wielomianowego powyższe podejście będzie skutkowało w  $l$  efektywnych wielkościach próby ponieważ wariancję wyznaczono dla każdego poziomu, gdzie  $l = 1, \dots, L$  oznacza liczbę poziomów cechy  $Y$ .

### 2.1.2.2 Efektywna wielkość próby dla rozkładu wielomianowego

Na potrzeby pracy badawczej zastosowano podejście opisane w pracy [Ghitza i Gelman \(2013, s. 765\)](#) składające się z następujących kroków:

1. Dla domeny  $i$  należy wyznaczyć ocenę estymatora bezpośredniego (lub kalibracyjnego) odsetka występowania cechy  $Y_l$  mającej  $l$  poziomów,  $l = 1, \dots, L$  w populacji danej domeny według następującego wzoru:

$$\hat{P}_{il} = \frac{\sum_{k \in s_i} d_{ik} y_{ilk}}{\sum_{k \in s_i} d_{ik}}, \quad (29)$$

gdzie  $d_{ilk} = \pi_{ilk}^{-1}$  to waga wynikająca ze schematu losowania próby dla jednostki  $k$  w domenie  $i$  dla  $l$ -tego poziomu cechy  $y$ , a  $y_{ilk}$  to zmienna celu przyjmująca dwa warianty  $\{0, 1\}$ . Jeżeli wykorzystywana jest kalibracja, wówczas wagę  $d_{ik}$  należy zastąpić wagą kalibracyjną  $w_{ik}$ .

2. Dla każdej domeny należy wyznaczyć efekt schematu losowania zgodnie z danym wzorem:

$$\text{deff}_i = 1 + \left( \frac{\text{sd}(d_{ik})}{\text{mean}(d_{ik})} \right)^2 = 1 + \text{CV}_i^2, \quad (30)$$

gdzie  $\text{sd}(d_{ik})$  to odchylenie standardowe wag przypisanych poszczególnym jednostkom w danej domenie, a  $\text{mean}(d_{ik})$  to średnia arytmetyczna tych wag. Jeżeli wykorzystywana jest kalibracja, wówczas wagę  $d_{ik}$  należy zastąpić przez  $w_{ik}$ . Należy zauważyć, że iloraz w nawiasie oznacza współczynnik zmienności wag w danej domenie ( $\text{CV}_i$ ).

3. Ostatecznie należy wyznaczyć efektywną wielkość próby:

$$m_i^* = n_i / \text{deff}_i \quad (31)$$

oraz  $y_{il}^* = m_i^* \times \hat{P}_{il}$ . Następnie zestaw wartości  $(m_i^*, y_{i1}^*, \dots, y_{il}^*)$ , gdzie  $l = 1, \dots, L$  wykorzystuje się do budowy modeli wielomianowych klasy SMO. W szczególności wykorzystano je na potrzeby konstrukcji rozważanych modeli w projekcie badawczym.

## 2.2 Modele klasy SMO - ujęcie roczne

W niniejszym podrozdziale przedstawiono wyniki związane z estymacją modeli dla szacunków rocznych. Zaprezentowano charakterystyki rozkładu efektywnej liczebności próby oraz dokonano analizy wykorzystanych w modelu zmiennych pomocniczych. Ze względu na dużą liczbę szacowanych modeli, wyniki estymacji parametrów zostały zaprezentowane w załączniku (A.1.1).

### 2.2.1 Efektywna liczebność próby - ujęcie roczne

Tabela 4 przedstawia podstawowe statystyki opisowe dotyczące obserwowanej i efektywnej liczebności próby oraz efekt schematu losowania w domenach, natomiast Rysunek 3 pokazuje zależność między tymi wielkościami.

Tabela 4. Statystyki opisowe obserwowanej i efektywnej wielkości próby oraz efektu schematu losowania w domenach w latach 2006–2015

	Min	Q1	Med.	Średnia	Q3	Max
Obserwowana	58.00	742.25	1418.00	1794.01	2314.00	14675.00
Efektywna	57.00	718.00	1378.00	1737.48	2246.75	14202.00
Efekt schematu	1.00	1.02	1.03	1.03	1.04	1.34

Źródło: opracowanie własne

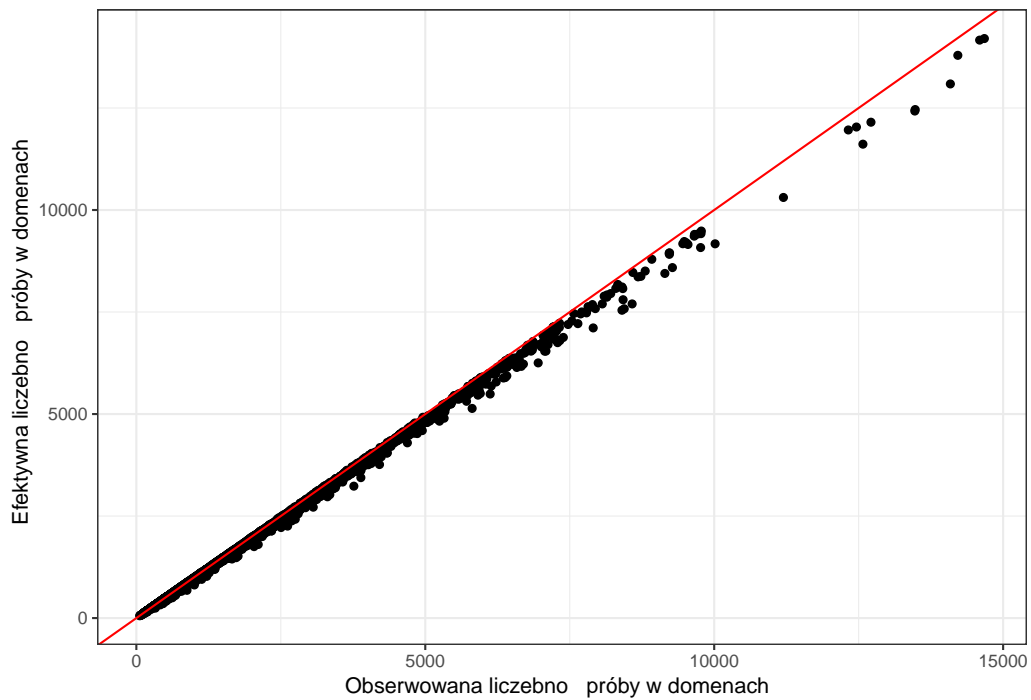
Przeciętna wielkość obserwowanej próby wynosiła 1565,56, a efektywna 1515,69 co sugeruje, że zróżnicowanie wag w domenach nie jest duże. Potwierdza to również trzeci wiersz Tabeli 4 gdzie efekt schematu losowania był między 1,00, a 1,34 ze średnią 1,03 oraz niewielkie odchylenia od przekątnej na Rysunku 3.

### 2.2.2 Analiza zmiennych pomocniczych - ujęcie roczne

W kolejnym kroku skupiono się na analizie zależności między badanymi zmiennymi, a zmienną pomocniczą określoną jako stosunek liczby bezrobotnych do liczby ludności ogółem w domenie. Rysunki 4 oraz 5 przedstawiają zależność pomiędzy udziałem bezrobotnych zarejestrowanych w powiatowych urzędach pracy w liczbie ludności ogółem a odpowiednio logarytmem ilorazu liczby pracujących do liczby biernych zawodowo oraz logarytmem ilorazu liczby bezrobotnych do liczby biernych zawodowo w określonej domenie.

Do porównań użyto odniesienia do biernych zawodowo, ponieważ w przypadku modeli wielomianowych trzeba określić kategorię referencyjną (bierni zawodowo), a estymowane są modele określające prawdopodobieństwo przejścia między kategorią referencyjną a pozostałymi poziomami (pracujący i bezrobotni). W modelu regresji logistycznej wielomianowej wykorzystano funkcję logit, dlatego też na wykresach wykorzystano transformację logarytmiczną.

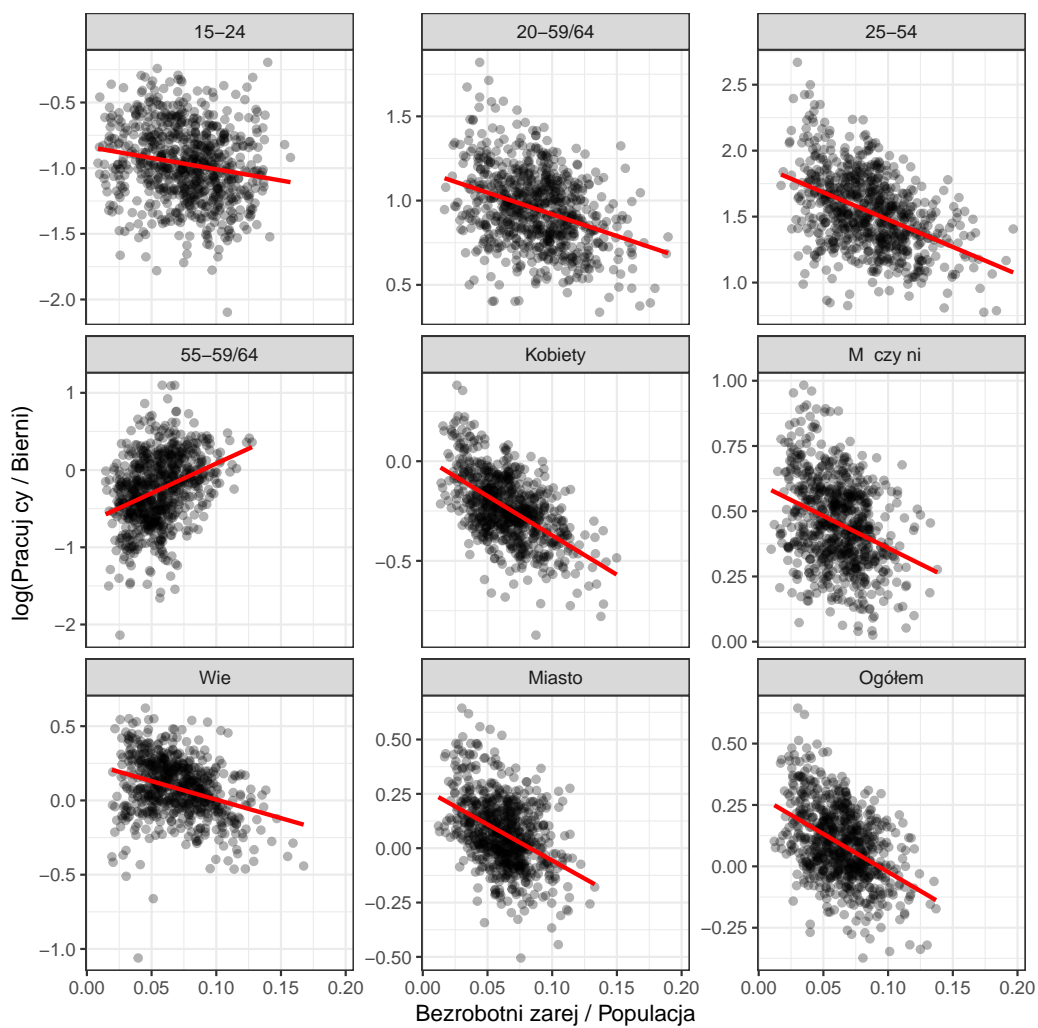
W przypadku zależności dotyczącej pracujących powinno spodziewać się ujemnej zależności, która jest widoczna w prawie wszystkich domenach. Najsilniejsza zależność jest widoczna w domenie kobiet, a najsłabsza w przypadku grupy najmłodszej (15–24 lat). Natomiast w przypadku grupy 55–59/64 lat obserwuje się zależność dodatnią, co można tłumaczyć dezaktywizacją zawodową osób w tej grupie wieku, która dotyczy zarówno pracujących jak i bezrobotnych.



Rysunek 3. Porównanie obserwowanej i efektywnej liczebności próby według statusu na rynku pracy w domenach w latach 2006–2015

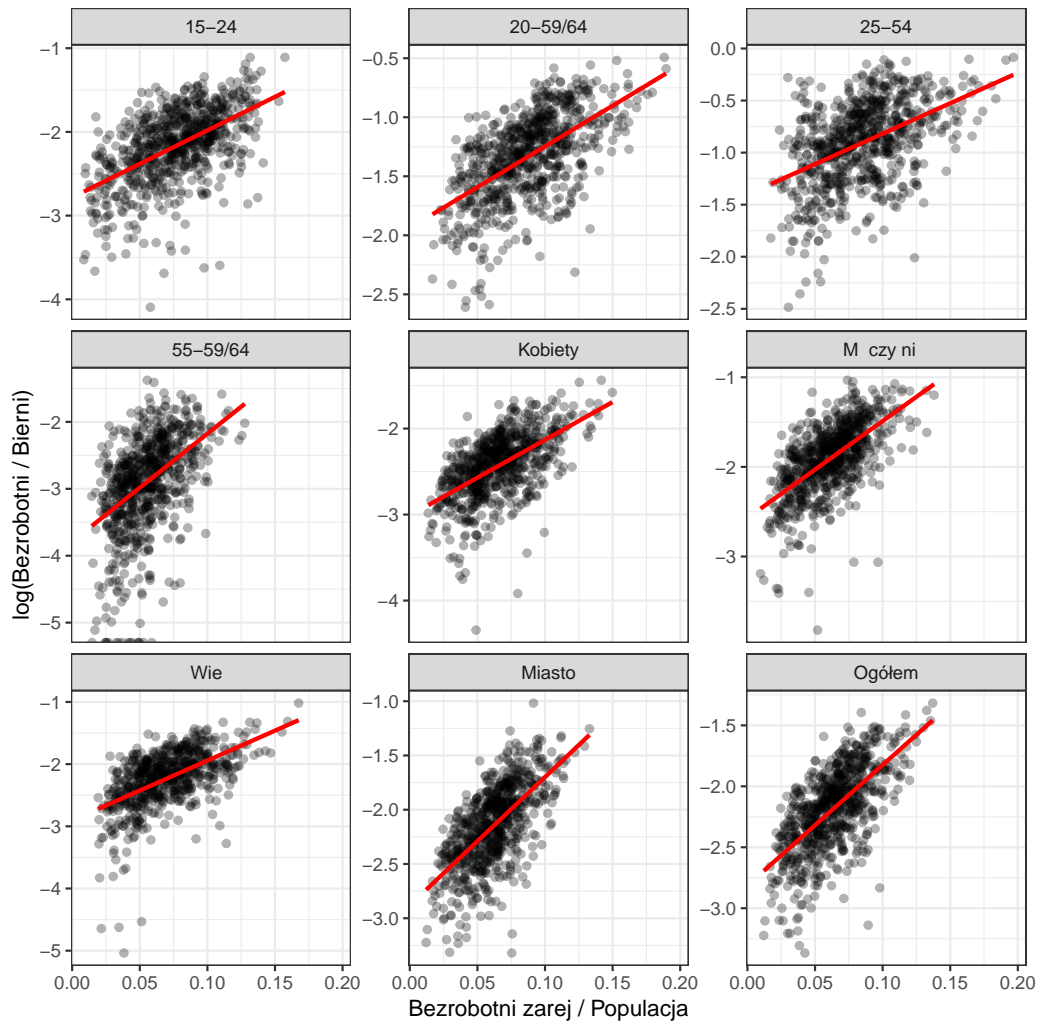
Źródło: opracowanie własne

Rysunek 5 wskazuje na silną dodatnią zależność między stosunkiem liczby bezrobotnych do liczby biernych zawodowo a udziałem bezrobotnych zarejestrowanych w powiatowych urzędach pracy w liczbie ludności ogółem. W przypadku wsi oraz kobiet i mężczyzn zaobserwowano domeny wpływowe, które w umiarkowanym stopniu zmieniają nachylenie krzywej regresji oznaczonej kolorem czerwonym. Niemniej, po analizie powyższych wykresów można spodziewać się poprawy estymacji bezpośredniej poprzez wykorzystanie bezrobocia rejestrowanego jako zmiennej pomocniczej.



Rysunek 4. Zależność między logarytmem relacji liczby pracujących do liczby biernych zawodowo a udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem w podregionach według badanych domen w latach 2006–2015

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 5. Zależność między logarytmem relacji liczby bezrobotnych do liczby biernych zawodowo a udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem w podregionach według badanych domen w latach 2006–2015

Źródło: opracowanie własne



## 2.3 Modele klasy SMO - ujęcie kwartalne

W związku z tym, że dane są w postaci szeregu czasowego zdecydowano się na wykorzystanie modelu 2 oraz modelu 3 na potrzeby estymacji charakterystyk rynku pracy w przekroju podregionów w ujęciu kwartalnym. W przeciwieństwie do modelu dla oszacowań rocznych obydwa modele zostały oszacowane w ujęciu kwartalnym bez problemów. Do estymacji precyzji wykorzystano metodę bootstrap, która z racji wymagających obliczeń trwała około jednego dnia na jeden model.

### 2.3.1 Efektywna liczebność próby - ujęcie kwartalne

Tabela 5 przedstawia porównanie obserwowanej i efektywnej liczebności próby oraz efektu schematu losowania według kwartałów oraz podregionów w latach 2010–2015. Efekt schematu losowania oraz kalibracji nie jest silny ponieważ przeciętne deff wynosi 1,03. Najwyższą wartość deff wynosiła 1,14 dla podregionu Opolskiego w 4 kwartale 2008 roku, a najniższą dla Chojnickiego w 4 kwartale 2009 roku i wynosiła 1.

Tabela 5. Porównanie obserwowanej, efektywnej liczebności próby oraz efektu schematu losowania i kalibracji według kwartałów oraz domen w latach 2010–2015

Podsumowanie	Min	Q1	Mediana	Średnia	Q3	Max
Obserwowana	89.00	525.00	779.00	899.15	1091.50	3860.00
Efektywna	88.00	508.75	760.50	874.17	1057.75	3754.00
Deff	1.00	1.02	1.02	1.03	1.03	1.14

Źródło: opracowanie własne

W rezultacie różnica między efektywną a obserwowaną wielkością próby jest niewielka. Mediana wielkości próby przed transformacją wynosiła 779, a po transformacji 760,5. Najmniejsza i największa efektywna wielkość próby pokrywa się z najmniejszą i największą wartością deff.

### 2.3.2 Analiza zmiennych pomocniczych - ujęcie kwartalne

W modelu dla kwartałów wykorzystano następujące zmienne pomocnicze:

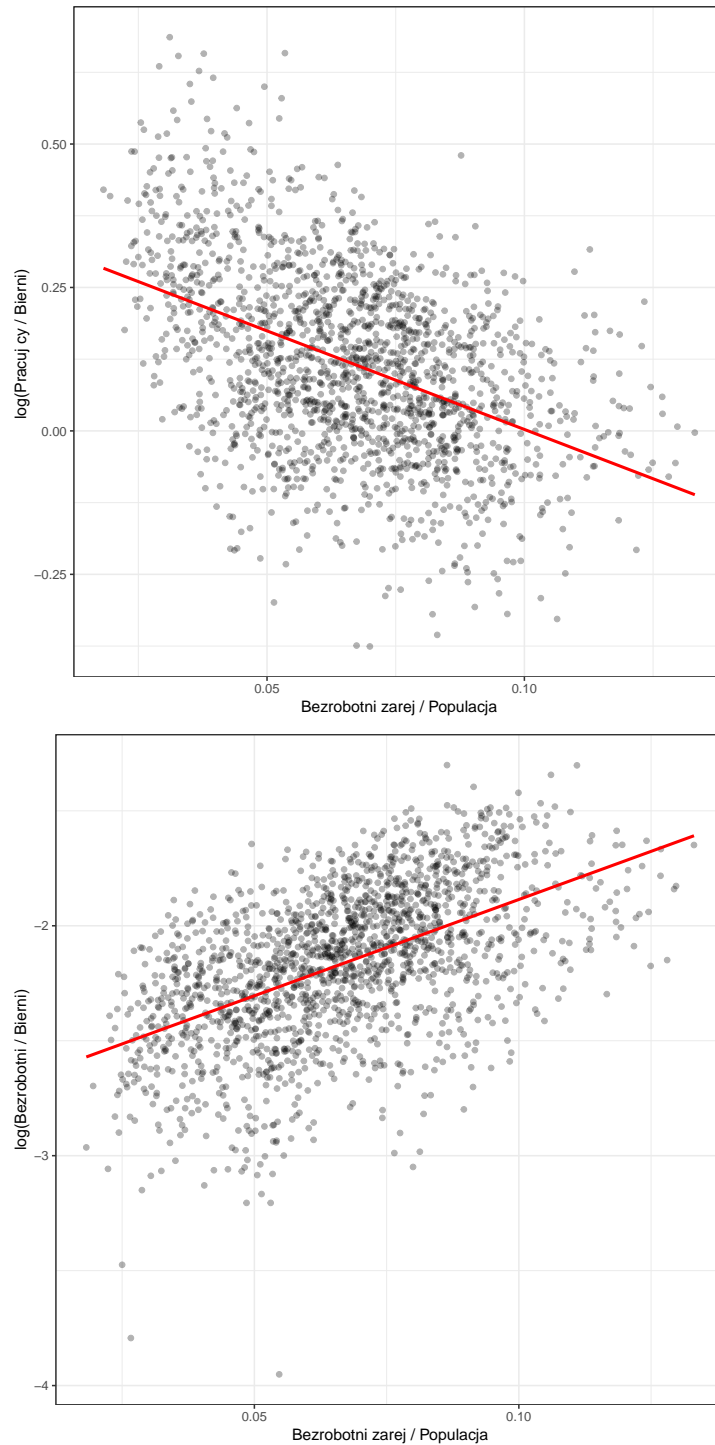
- udział bezrobotnych zarejestrowanych w urzędach pracy w liczbie ludności w danym podregionie (`bezr_reg_udz`),
- czy dany podregion jest miastem wojewódzkim (`miasto`),
- numer kwartału (`kw1`, `kw2` i `kw3`). Kwartał 4 został potraktowany jako referencyjny.

Dobór zmiennych podyktowany był dostępnością źródeł danych. W pracy wykorzystano również liczbę zgłoszonych do ubezpieczenia zdrowotnego według kwartałów na poziomie podregionów. Niestety, zmienna ta nie poprawiała znacząco modelu i w związku z tym skupiono się jedynie na stopie bezrobocia rejestrowanego.

Rysunek 6 przedstawia relację między udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem a logarytmem relacji liczby pracujących do liczby biernych zawodowo oraz logarytmem relacji liczby bezrobotnych do biernych zawodowo. W obydwu przypadkach można zaobserwować zależność zgodną z oczekiwaniami, tj. ujemną korelację między udziałem

bezrobotnych do relacji pracujących oraz dodatnią korelację w przypadku relacji z bezrobotnymi. W tym drugim przypadku zależność ta jest silniejsza i – mierzona liniowym współczynnikiem korelacji Pearsona – wynosi 0,53, w porównaniu do -0,46 w przypadku pracujących.

W przypadku zmiennych jakościowych – tj. miasta oraz kwartałów – zależność mierzona testem t-Studenta oraz testem ANOVA wskazała na istotne różnice między grupami dla obydwu zmiennych. Należy jednak zaznaczyć, że zastosowanie tych testów nie do końca jest poprawne ponieważ obserwacje są skorelowane w czasie. Jednakże taka informacja może wstępnie pomóc zidentyfikować potencjalne zmienne, które mogą zostać wykorzystane w modelu.



Rysunek 6. Zależność między udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem a relacją liczby pracujących i biernych zawodowo (górny wykres) oraz rzeczywistym udziałem bezrobotnych w liczbie ludności ogółem a relacją liczby bezrobotnych do liczby biernych zawodowo (dolny wykres) według podregionów w latach 2010–2015

Źródło: opracowanie własne

### 2.3.3 Analiza parametrów modeli - ujęcie kwartalne

Na poniższych wydrukach przedstawiono dwa modele oszacowane w ramach projektu. Wydruki składają się z trzech części. W pierwszej znajdują się oszacowania współczynników modelu raportowane oddzielnie dla relacji pracujących i biernych oraz bezrobotnych i biernych. W drugiej znajdują się informacje o szacunkach parametrów części losowej modelu (wariancja i autokorelacja).

W obydwu przypadkach istotnie różniącą się od zera jest zmienna `bezr_reg_udz`, która w przypadku modelu dla pracujących ma znak ujemny, a w przypadku równania dla bezrobotnych – dodatni. To co różni obydwa równania to istotności w odniesieniu do zmiennych określających tak miasto, jak i kwartał.

Model 2: Multinomial mixed effects model

```
Współczynniki -- model dla pracujących
              Estimate Std.Error p.value
Wyraz wolny   0.22014   0.02565  0.0000
bezr_reg_udz -1.47329   0.29252  0.0000
miasto        0.10965   0.05818  0.0595
kw1           -0.02294   0.00590  0.0001
kw2           -0.01212   0.00541  0.0251
kw3           0.00509   0.00539  0.3445
```

```
Współczynniki -- model dla bezrobotnych
              Estimate Std.Error p.value
Wyraz wolny  -3.06599   0.05150  0.0000
bezr_reg_udz 13.86127   0.65533  0.0000
miasto        0.15379   0.09347  0.0999
kw1           -0.00219   0.01384  0.8745
kw2           -0.00539   0.01291  0.6766
kw3           0.01046   0.01296  0.4195
```

```
Efekty losowe
              Estimate Std.Error p.value
[1,]  0.01799  2.90e-03    0
[2,]  0.04444  1.46e-05    0
[3,]  0.00198  1.46e-05    0
[4,]  0.01367  1.15e-03    0
```

W przypadku pracujących kwartały są istotne, co jest zgodne z sytuacją makroekonomiczną, ponieważ zatrudnienie w ciągu roku się zmienia. W przypadku bezrobotnych kwartały nie są istotne co sugeruje stałą zależność między bezrobotnymi, a biernymi.

Model 3: Multinomial mixed effects model

```
Współczynniki -- model dla pracujących
              Estimate Std.Error p.value
Intercept    0.22938   0.02848  0.000000
bezr_reg_udz -1.63621   0.35880  0.000005
```

miasto	0.11112	0.05666	0.049853
kw1	-0.02023	0.00537	0.000168
kw2	-0.01118	0.00465	0.016240
kw3	0.00583	0.00453	0.198923

Współczynniki -- model dla bezrobotnych

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-2.89881	0.05344	0.000000
bezr_reg_udz	11.29995	0.74558	0.000000
miasto	0.07583	0.07501	0.312053
kw1	0.00847	0.01208	0.483339
kw2	-0.00670	0.01088	0.537965
kw3	0.00261	0.01064	0.806345

Efekty losowe

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.016121	0.002764	5.00e-09
[2,]	0.021958	0.004809	4.97e-06
[3,]	0.000747	0.000134	2.50e-08
[4,]	0.006637	0.000857	0.00e+00

Korelacja efektów losowych

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.829	0.0453	0
[2,]	0.797	0.0384	0

W obydwu modelach efekty losowe są istotnie różne od zera, co wskazuje na różnice w poziomach badanych cech według podregionów oraz podregionów i kwartałów. Ta zależność jest widoczna zwłaszcza w kontekście autokorelacji efektów losowych w czasie. w przypadku równania dla pracujących ten współczynnik wynosi 0,829, a dla bezrobotnych 0,797.

## Część 3

# Estymacja pośrednia charakterystyk rynku pracy

W rozdziale tym przedstawione zostaną wyniki estymacji rozważanych w projekcie charakterystyk rynku pracy, zarówno w ujęciu rocznym jak i kwartalnym na poziomie podregionów jak i dla dodatkowo zdefiniowanych przekrojów<sup>1</sup>. Ze względu na bardzo dużą liczbę szacowanych parametrów, w tej części raportu uwaga skupiona została na dyskusji najważniejszych wyników estymacji z wykorzystaniem podejścia modelowego i estymatorów kalibracyjnych. Szczegółowe wyniki w postaci odpowiednich wykresów zamieszczono w załączniku do raportu. W formie tabelarycznej wyniki przedstawiono również w dwóch plikach Excela: *Oszacowania\_kwartalne.xlsx* oraz *Oszacowania\_roczne.xlsx*. Budowa samych modeli wykorzystanych w procesie estymacji przedstawiona została z kolei w rozdziale 2.

### 3.1 Wyniki estymacji - ujęcie roczne

W tym podrozdziale zostaną opisane wyniki estymacji pośredniej dla danych rocznych. W przypadku domeny osób w wieku 25–54 lat zastosowano model 1, ponieważ modele 2 i 3 nie osiągały zbieżności. W związku z powyższym analizie podlegają wyniki modelu, który został oszacowany osobno dla każdego roku.

W przypadku pozostałych domen skupiono się na modelu 2. Ze względu na niestabilny trend w liczbie pracujących, bezrobotnych i biernych według BAEL oraz krótki okres (10 lat), model 3 nie osiągał zbieżności. Dlatego w raporcie skupiono się na wynikach dla modelu 2, natomiast wyniki dla modelu 1 prezentowane są w załączniku do raportu. W sekcji ?? znajduje się podsumowanie wszystkich modeli wielomianowych oszacowanych z pakietem *mme*.

Natomiast z racji ograniczonego miejsca, dużej liczby domen oraz przekrojów, porównanie oszacowań poszczególnych wskaźników znajduje się w sekcji ?? w załączniku do raportu.

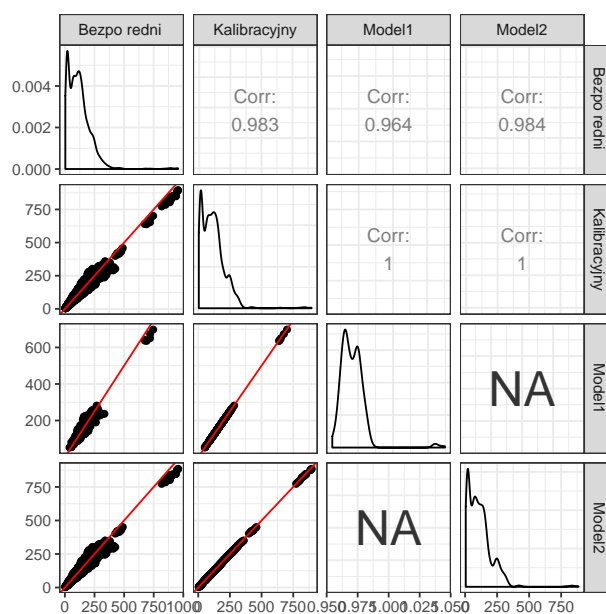
W kolejnych sekcjach skupiono się na syntetycznym opisie wyników tak, aby wskazać najważniejsze wnioski z analizy.

---

<sup>1</sup>Wykaz charakterystyk rynku pracy, które podlegały procesowi estymacji w projekcie wraz z określeniem poziomu na jakim był on szacowany oraz częstotliwości został zamieszczony we Wstępie raportu końcowego.

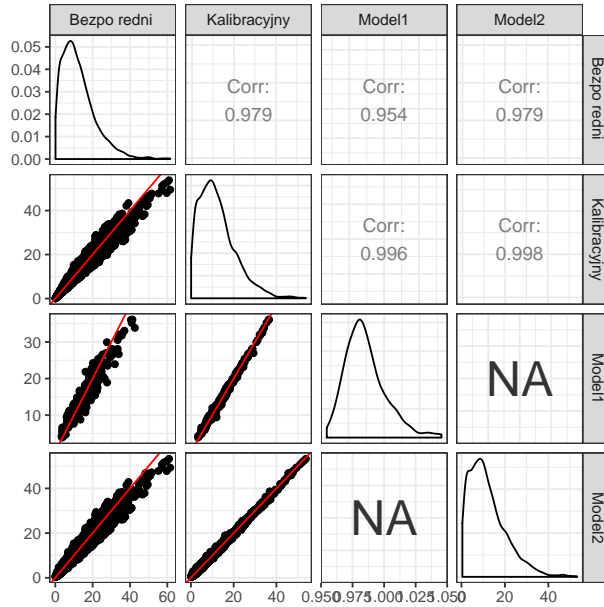
### 3.1.1 Oszacowania punktowe - ujęcie roczne

Na kolejnych rysunkach przedstawiono porównanie oszacowań punktowych otrzymanych w wyniku zastosowania estymatora bezpośredniego (traktowanego jako estymator referencyjny), kalibracyjnego oraz pośredniego (modelu 2) dla pracujących (Rysunek 7), bezrobotnych (Rysunek 8), biernych (Rysunek 9), aktywnych zawodowo (Rysunek 10), stopy bezrobocia (Rysunek 11), wskaźnika zatrudnienia (Rysunek 12) oraz wskaźnika aktywności zawodowej (Rysunek 13).



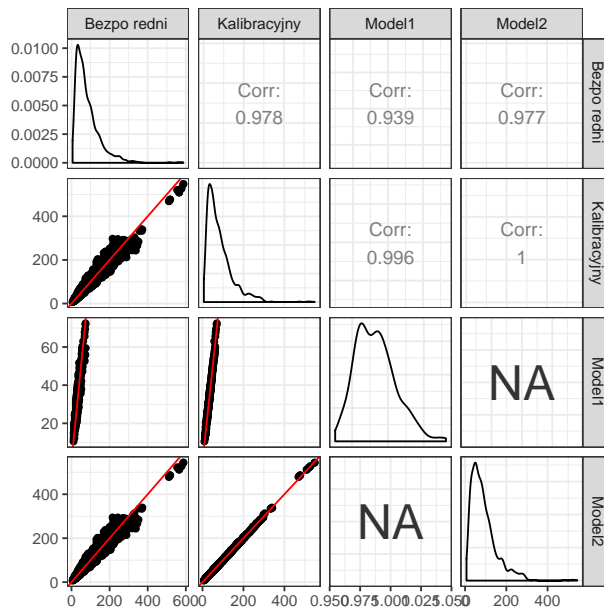
Rysunek 7. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla pracujących

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 8. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla bezrobotnych

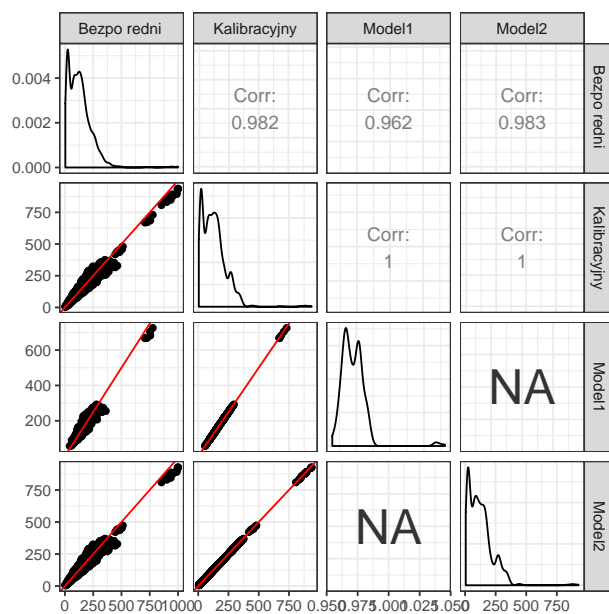
Źródło: opracowanie własne



Rysunek 9. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla biernych

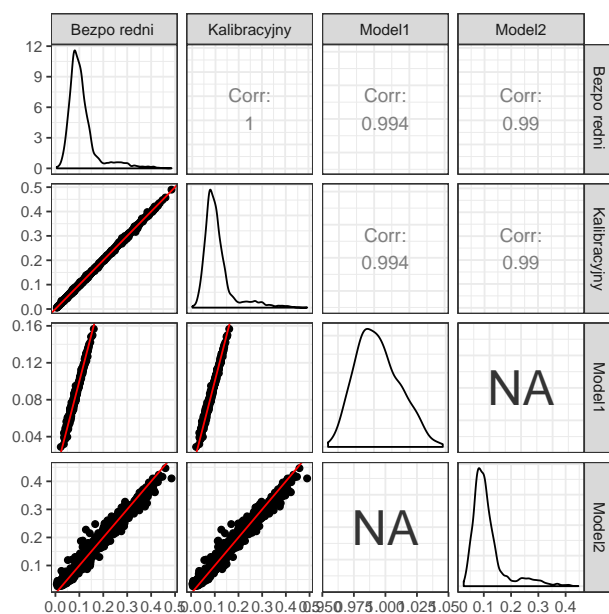
Źródło: opracowanie własne





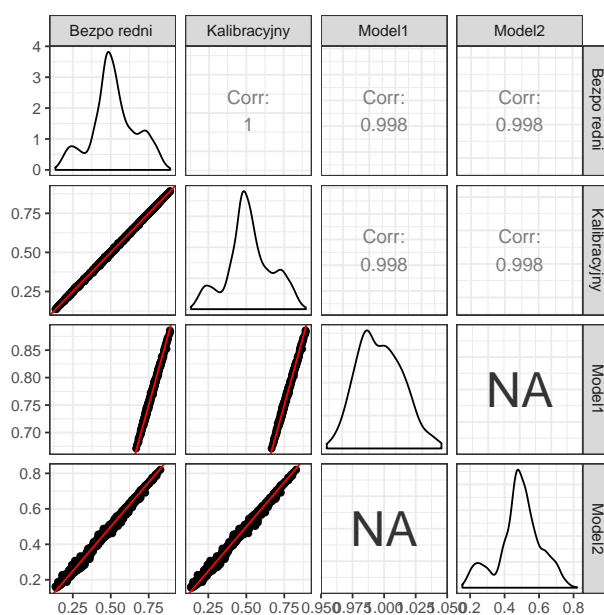
Rysunek 10. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla aktywnych zawodowo

Źródło: opracowanie własne



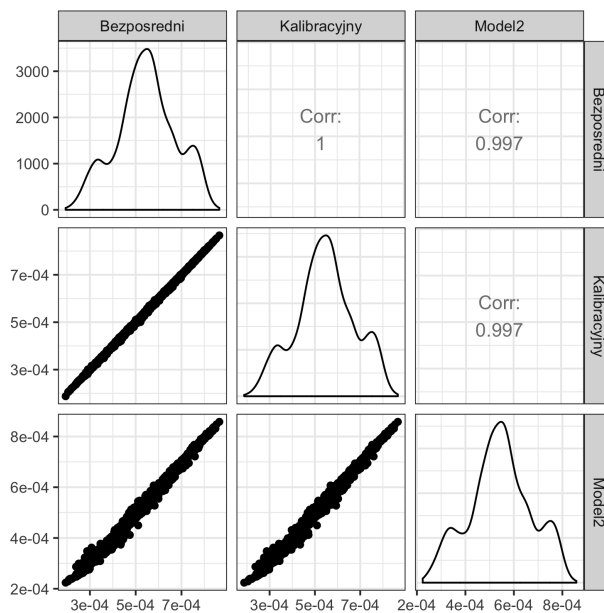
Rysunek 11. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla stopy bezrobocia

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 12. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla wskaźnika zatrudnienia

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 13. Porównanie oszacowań punktowych dla estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz modelowego (model 2) według domen w latach 2010–2015 dla wskaźnika aktywności zawodowej

Źródło: opracowanie własne

Duże różnice w oszacowaniach liczby pracujących, bezrobotnych, biernych i aktywnych zawodowo widoczne są pomiędzy estymatorem bezpośrednim a kalibracyjnym, a także pomiędzy estymatorem bezpośrednim oraz pośrednim (model 2). Wynika to z faktu, że estymator pośredni bazował na estymatorze kalibracyjnym. Dlatego we wszystkich przypadkach rozkład oszacowań estymatora pośredniego i kalibracyjnego się pokrywa.

Największe różnice widoczne są natomiast w przypadku wskaźników tj. stopy bezrobocia, wskaźnika zatrudnienia i wskaźnika aktywności ekonomicznej. Wynika to głównie z różnic między estymowanymi liczbami osób według statusu na rynku pracy. Pomimo tych różnic korelacje między oszacowaniami są nie mniejsze niż 0,975 co wskazuje, na asymptotyczne niewielkie obciążenie estymatora pośredniego bazującego na estymatorze kalibracyjnym. Porównanie relacji między estymatorami w czasie można znaleźć w załączniku w sekcji A.2.

### 3.1.2 Ocena jakości oszacowań - ujęcie roczne

Ocena jakości oszacowań oparta jest na podstawie względnych błędów szacunku, które są ilorazem pierwiastka błędu średniokwadratowego (MSE) oraz oszacowania punktowego dla danego przekroju. Tabela 6 przedstawia statystyki opisowe dla trzech estymatorów (bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego).

Tabela 6. Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2) dla wszystkich domen za lata 2010–2015 (w %)

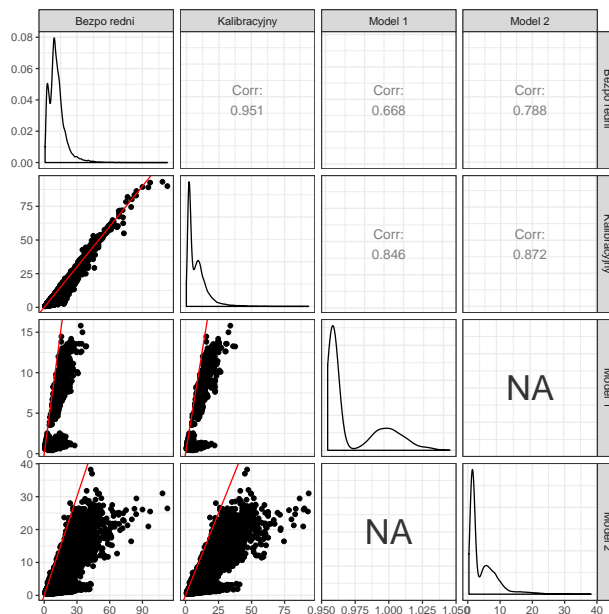
Estymator	Min	Q1	Mediana	Średnia	Q3	Max	N/A
Bezpośredni	0.8	5.4	9.9	11.3	14.6	112.9	10.0
Kalibracyjny	0.8	3.5	7.6	9.5	12.6	93.2	10.0
Model 1	0.4	0.9	1.3	3.5	6.8	15.8	
Model 2	0.4	1.4	2.3	4.5	6.7	38.2	

Źródło: opracowanie własne

Kolumna N/A oznacza, że dla 10 wskaźników (2 domen) nie było możliwości wyznaczenia miary CV dlatego, że w danej domenie nie było reprezentantów albo był tylko jeden. Rysunek 14 przedstawia podsumowanie ale w odniesieniu do poszczególnych domen (jeden punkt to jedna domena). W przypadku estymatorów pośrednich zastosowano procedurę bootstrap ze 100 replikacjami (ze względu na czasochłonność obliczeń). W przypadku estymatora bezpośredniego i kalibracyjnego na potrzeby oszacowania względnych błędów szacunku również wykorzystano metodę bootstrap uwzględniając jednak schemat losowania próby w BAEL i metodę konstrukcji wag kalibracyjnych (500 replikacji).

Zgodnie z oczekiwaniami, zastosowanie estymatora kalibracyjnego skutkuje zwiększeniem precyzji szacunków w stosunku do estymatora bezpośredniego. Przeciętnie estymator bezpośredni charakteryzował się precyzją na poziomie 11,3%, a kalibracyjny 9,5%. W przypadku obydwu tych estymatorów dla niektórych domen i wskaźników precyzja szacunku była nieakceptowalna, na przykład dla liczby bezrobotnych czy stopy bezrobocia. Szacunki dla niektórych domen charakteryzowały się błędem precyzji na poziomie ponad 100%. Szczegółowe zestawienie znajduje się w Tabeli 7.

Zastosowanie estymatora pośredniego (model 2) spowodowało kolejne zwiększenie precyzji szacunków do przeciętnego poziomu 4,6%. Dodatkowo, zastosowanie modelu 2 pozwoliło na zmniejszenie błędów w przypadku domen oraz wskaźników, które teraz



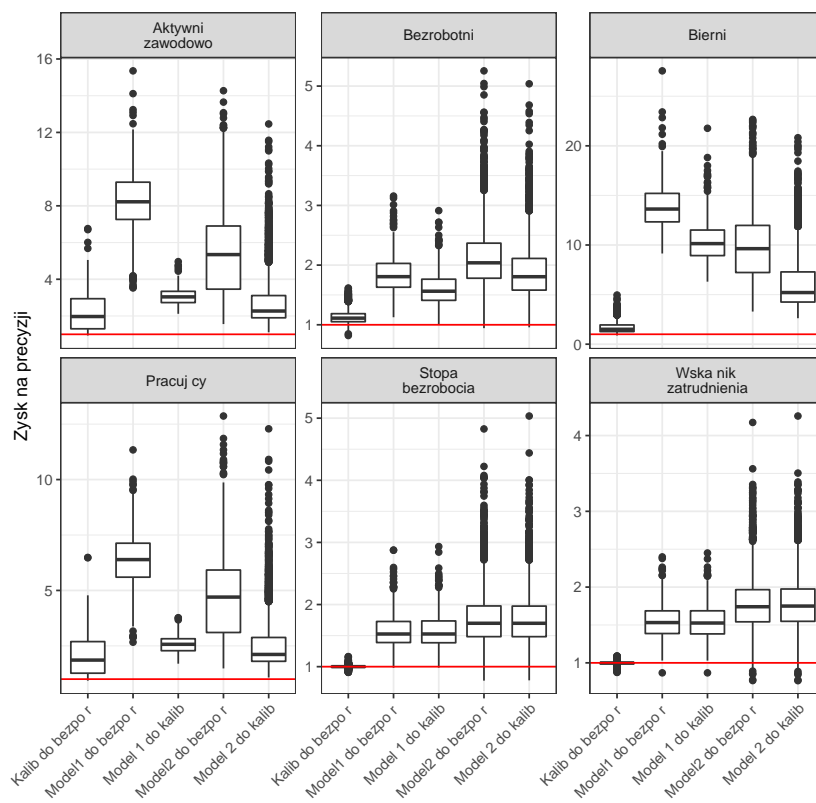
Rysunek 14. Porównanie względnych błędów średniokwadratowych estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego i pośredniego dla wszystkich domen w latach 2010-2015

Źródło: opracowanie własne

charakteryzowały się błędami na maksymalnym poziomie mniejszym niż 40%.

Rysunek 15 prezentuje zestawienie zysku na precyzji obliczonego jako relacja względnych średnich błędów szacunku (CV). W szczególności zaprezentowano porównanie zysku na precyzji estymatora kalibracyjnego do bezpośredniego (oznaczone jako *kalib do bezpośr*), estymatora pośredniego do bezpośredniego (oznaczone jako *Model2 do bezpośr*) oraz estymatora pośredniego do estymatora kalibracyjnego (oznaczone jako *Model2 do kalib*). Przy porównywaniu należy zwrócić uwagę na różną skalę według omawianych parametrów.

W przypadku kalibracji zysk na precyzji jest mniejszy niż w przypadku estymacji pośredniej. Niemniej jednak, w niektórych przypadkach zysk na precyzji w porównaniu do estymatora bezpośredniego jest niemal pięciokrotny (np. pracujący, aktywni zawodowo). W przypadku pozostałych domen zysk ten jest mniejszy. Natomiast estymator pośredni zyskuje więcej w odniesieniu do estymatora bezpośredniego niż kalibracyjnego w przypadku miar dotyczących liczby osób według statusu na rynku pracy. W przypadku wskaźników zysk na precyzji w porównaniu do estymatora bezpośredniego, jak i pośredniego jest taki sam. Generalnie, zysk na precyzji w przypadku modelu 2 jest co najmniej dwukrotny, a w niektórych domenach nawet dziesięciokrotny. Szczegółowe porównanie według domen przedstawiono w Tabeli 7 oraz Rysunku 16.



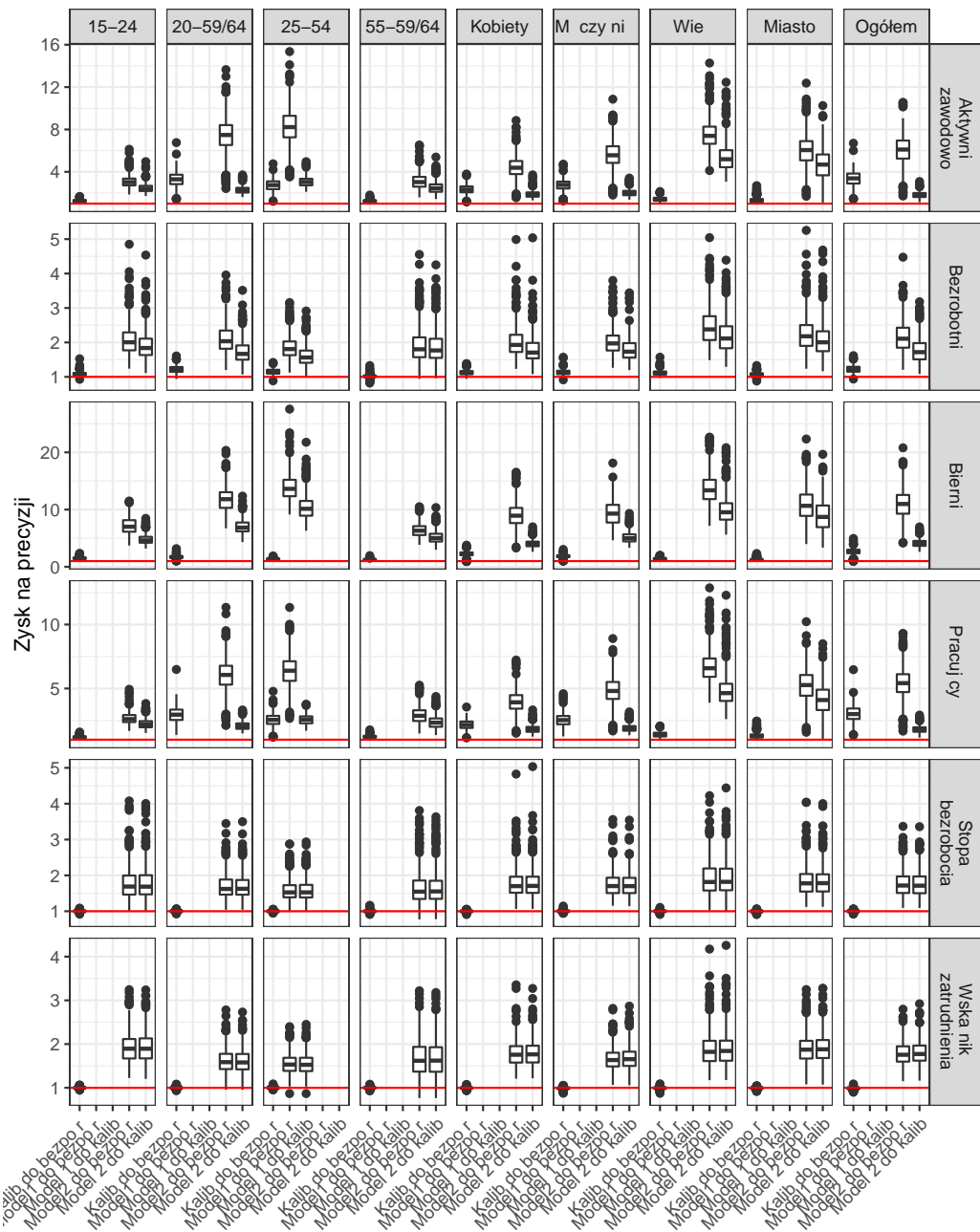
Rysunek 15. Porównanie zysku na precyzji między estymatorami w podziale na charakterystyki rynku pracy (w %)

Źródło: opracowanie własne

Tabela 7. Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2) dla wszystkich domen za lata 2010–2015 według charakterystyk rynku pracy (w %)

Wskaźnik	Estymator	Min	Q1	Mediana	Średnia	Q3	Max	N/A
Aktywni	Bezpośredni	2.0	7.2	9.4	10.1	12.6	41.5	2.0
	Kalibracyjny	1.1	2.6	3.7	5.9	8.9	39.6	2.0
	Model 1	0.5	0.8	1.0	1.0	1.1	1.7	
	Model 2	0.5	1.3	1.7	2.2	2.6	7.4	
Bezrobotni	Bezpośredni	5.8	13.1	16.7	19.1	22.2	112.9	2.0
	Kalibracyjny	4.4	11.2	14.7	17.3	20.3	90.0	2.0
	Model 1	3.6	6.8	8.1	8.2	9.5	15.0	
	Model 2	2.9	6.6	8.3	9.3	10.7	27.7	
Bierni	Bezpośredni	2.4	7.6	9.8	10.3	12.4	41.7	
	Kalibracyjny	1.3	4.0	6.1	6.8	8.7	39.4	
	Model 1	0.4	0.7	0.8	0.8	0.9	1.4	
	Model 2	0.4	0.8	0.9	1.1	1.3	4.1	
Pracujący	Bezpośredni	2.0	7.4	9.5	10.4	13.0	42.9	
	Kalibracyjny	1.2	2.9	4.1	6.4	9.5	40.9	
	Model 1	0.6	1.0	1.2	1.3	1.5	2.5	
	Model 2	0.6	1.5	2.0	2.6	3.0	8.4	
Stopa bezrobocia	Bezpośredni	4.2	10.8	13.7	16.2	18.7	108.4	2.0
	Kalibracyjny	4.3	10.7	13.8	16.2	18.6	93.2	2.0
	Model 1	3.5	6.8	8.2	8.3	9.6	15.8	
	Model 2	2.9	6.5	8.2	9.4	10.4	38.2	
Wsk. zatrudnienia	Bezpośredni	0.8	2.3	3.2	4.4	5.0	21.6	2.0
	Kalibracyjny	0.8	2.3	3.3	4.4	5.0	21.1	2.0
	Model 1	0.6	1.0	1.2	1.3	1.5	2.5	
	Model 2	0.6	1.5	2.0	2.6	3.0	8.4	

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 16. Porównanie zysku na precyzji między estymatorami w podziale na charakterystyki rynku pracy oraz domeny (w %)

Źródło: opracowanie własne

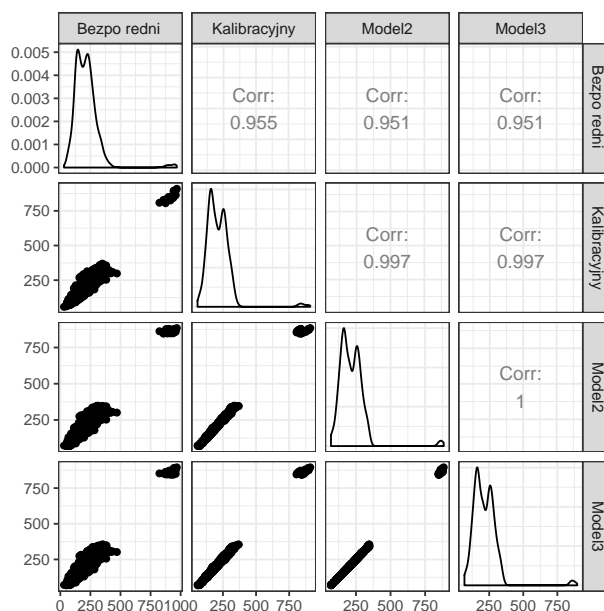
## 3.2 Wyniki estymacji - ujęcie kwartalne

W tym podrozdziale zostaną opisane wyniki estymacji pośredniej w ujęciu kwartalnym z wykorzystaniem modelu 2 oraz modelu 3. Z racji ograniczonego miejsca, dużej liczby domen oraz przekrojów, porównanie oszacowań poszczególnych charakterystyk rynku pracy znajduje się w sekcji A.3 w załączniku do raportu.

W kolejnych sekcjach skupiono się na syntetycznym opisie wyników tak, aby wskazać najważniejsze wnioski z analizy.

### 3.2.1 Oszacowania punktowe - ujęcie kwartalne

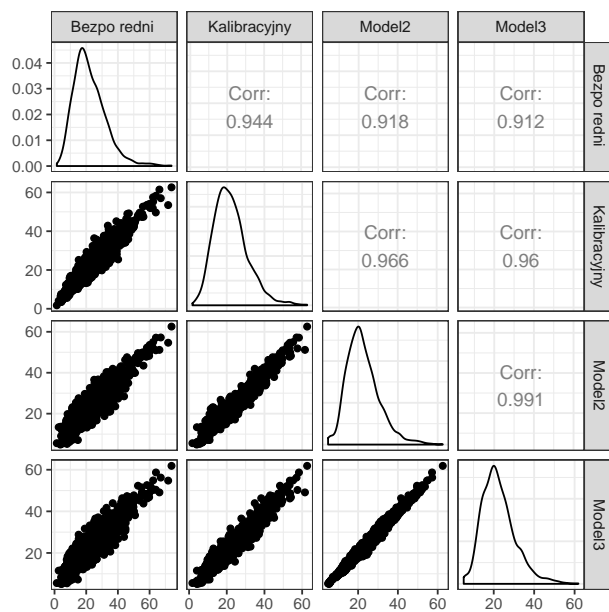
Na kolejnych rysunkach przedstawiono porównanie oszacowań punktowych otrzymanych w wyniku zastosowania estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2 i 3) dla pracujących (Rysunek 17), bezrobotnych (Rysunek 18), biernych (Rysunek 19), aktywnych zawodowo (Rysunek 20), stopy bezrobocia (Rysunek 21), wskaźnika zatrudnienia (Rysunek 22) oraz wskaźnika aktywności zawodowej (Rysunek 23).



Rysunek 17. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla pracujących

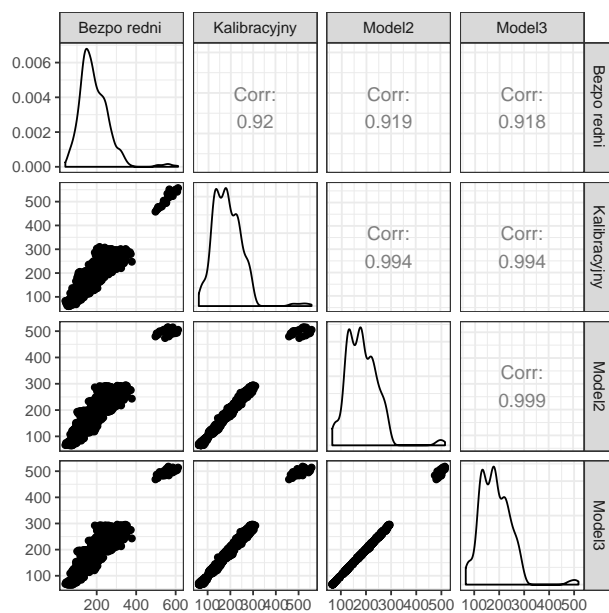
Źródło: opracowanie własne





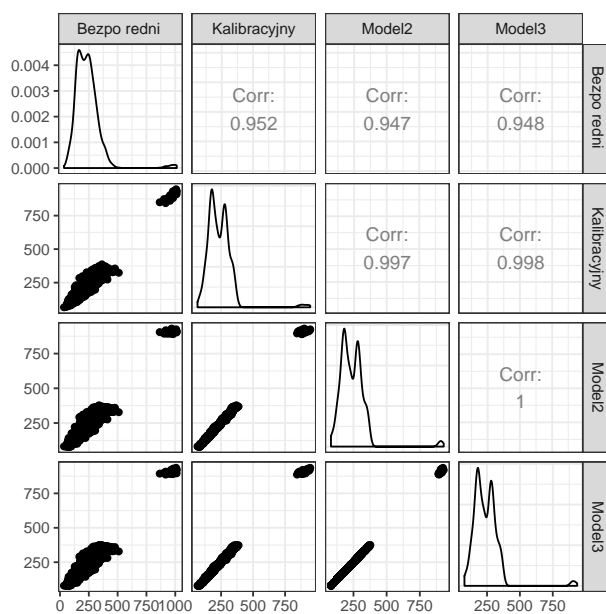
Rysunek 18. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla bezrobotnych

Źródło: opracowanie własne



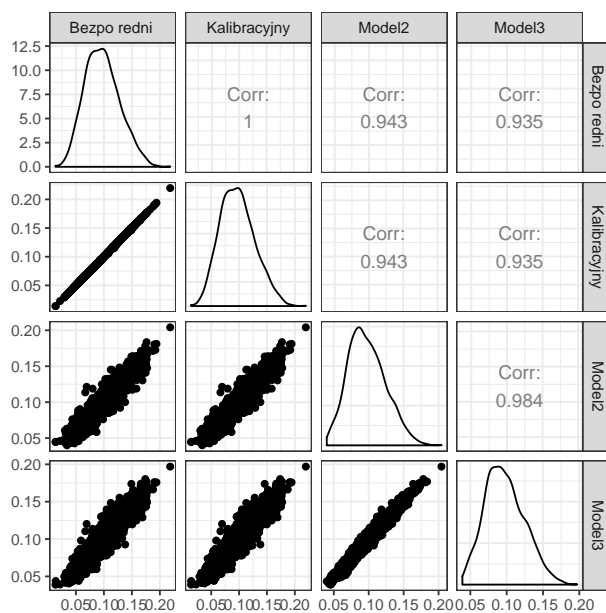
Rysunek 19. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla biernych

Źródło: opracowanie własne



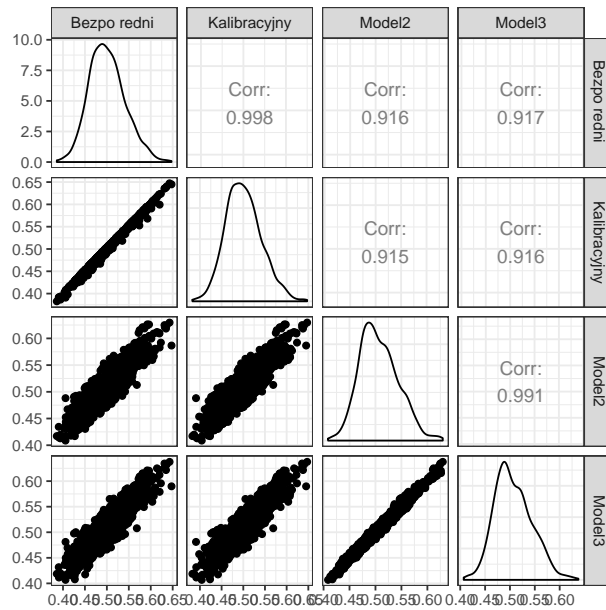
Rysunek 20. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla aktywnych zawodowo

Źródło: opracowanie własne



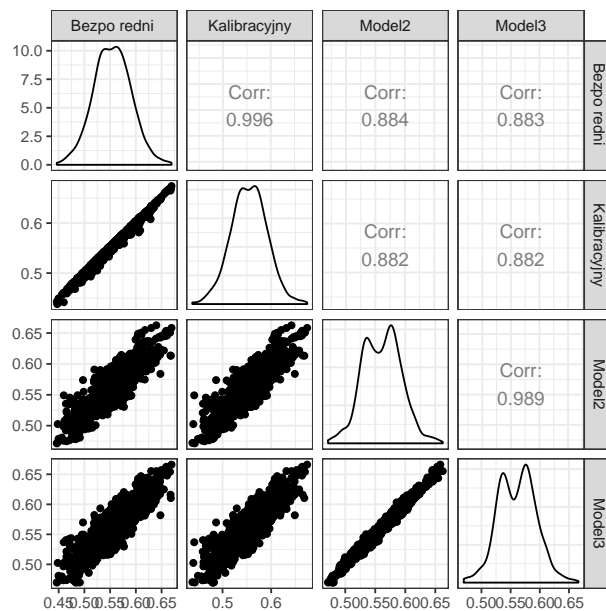
Rysunek 21. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla stopy bezrobocia

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 22. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla wskaźnika zatrudnienia

Źródło: opracowanie własne



Rysunek 23. Porównanie oszacowań dla estymatora kalibracyjnego i modelowego (model 2 i 3) według domen w kwartałach 2010–2015 dla wskaźnika aktywności

Źródło: opracowanie własne

Największe różnice w oszacowaniach widoczne są w przypadku porównania oszacowania liczby osób pracujących, bezrobotnych, biernych i aktywnych zawodowo na podstawie bezpośredniego z kalibracyjnym oraz modelem 2 i modelem 3. Wynika to z tego, że obydwa estymatory pośrednie bazowały na estymatorze kalibracyjnym. Dlatego we wszystkich przypadkach rozkład oszacowań estymatora pośredniego i kalibracyjnego się pokrywa.

Największe różnice widoczne są natomiast w przypadku wskaźników tj. stopy bezrobocia, wskaźnika zatrudnienia i wskaźnika aktywności ekonomicznej. Wynika to głównie z różnic między estymowanymi liczbami osób według statusu na rynku pracy. Pomimo tych różnic korelacje między oszacowaniami są nie mniejsze niż 0,90 co wskazuje, na asymptotyczne niewielkie obciążenie estymatora pośredniego bazującego na estymatorze kalibracyjnym. Porównanie relacji między estymatorami w czasie można znaleźć w załączniku.

### 3.2.2 Ocena jakości oszacowań - ujęcie kwartalne

Ocena jakości oszacowań oparta jest na podstawie względnych błędów szacunku, które są ilorazem pierwiastka błędu średniokwadratowego (MSE) oraz oszacowania punktowego dla danego przekroju. Tabela 8 przedstawia statystyki opisowe dla czterech estymatorów (bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośrednich). Rysunek 24 przedstawia podsumowanie ale w odniesieniu do poszczególnych domen (jeden punkt to jedna domena).

Tabela 8. Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2 i model 3) dla wszystkich domen za kwartały 2010-2015 (w %)

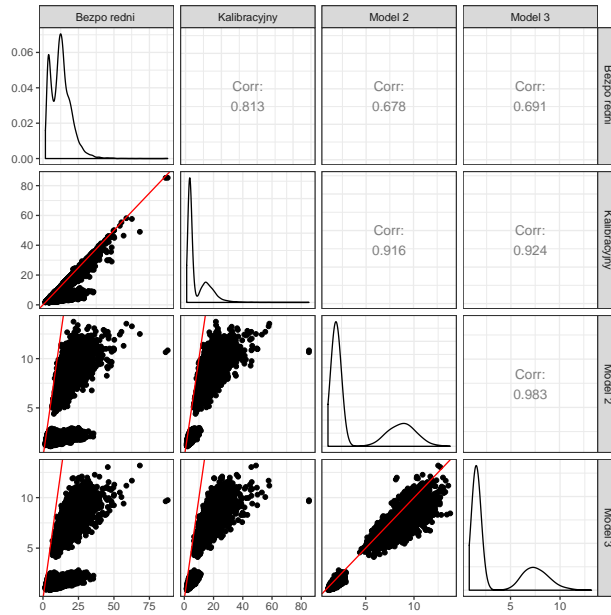
Estymator	Min	Q1	Mediana	Średnia	Q3	Max
Bezpośredni	1.71	7.11	12.29	12.82	16.75	87.87
Kalibracyjny	1.63	3.49	4.60	8.44	13.40	85.28
Model 2	1.10	1.82	2.14	4.21	7.74	13.75
Model 3	0.83	1.44	1.73	3.57	6.65	13.18

Źródło: opracowanie własne

Zgodnie z oczekiwaniami, zastosowanie estymatora kalibracyjnego skutkuje zwiększeniem precyzji szacunków w stosunku do estymatora bezpośredniego. Przeciętnie estymator bezpośredni charakteryzował się precyzją na poziomie 11,2%, a kalibracyjny 4,3%. W przypadku obydwu tych estymatorów dla niektórych domen i wskaźników precyzja szacunku była nieakceptowalna, na przykład dla liczby bezrobotnych czy stopy bezrobocia.

Niektóre domeny charakteryzowały się błędem precyzji na poziomie ponad 80%. Szczegółowe zestawienie znajduje się w Tabeli 9. Zastosowanie estymatora pośredniego (model 2) spowodowało kolejne zwiększenie precyzji szacunków do przeciętnego poziomu 2,03%. Dodatkowo, zastosowanie modelu 2 pozwoliło na zmniejszenie błędów w przypadku domen oraz wskaźników, które teraz charakteryzowały się błędami na maksymalnym poziomie mniejszym niż 14%. Następnie zastosowanie modelu 3 pozwoliło zwiększyć precyzję szacunku do poziomu 1,64%.

Rysunek 25 prezentuje zestawienie zysku na precyzji obliczonego jako relacja względnych średnich błędów szacunku (CV). W szczególności zaprezentowano porównanie zysku na precyzji estymatora kalibracyjnego do bezpośredniego (oznaczone jako *kalib do bezpośr*), estymatora pośredniego z wykorzystaniem modelu 2 do bezpośredniego (oznaczone jako

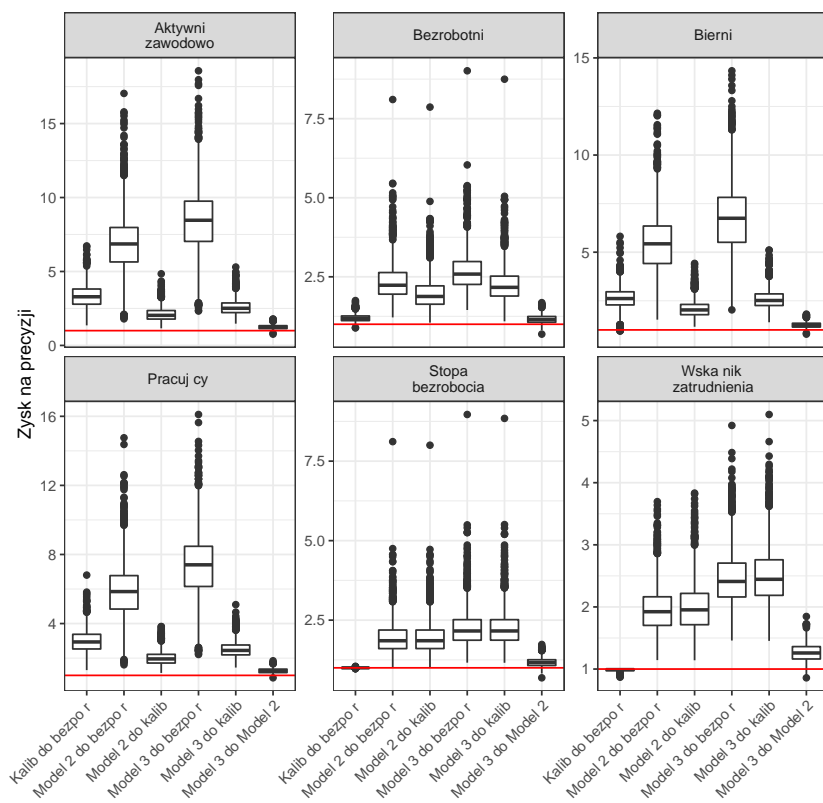


Rysunek 24. Porównanie względnych błędów średniokwadratowych estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego i pośredniego dla wszystkich domen w kwartałach 2010-2015

Źródło: opracowanie własne

*Model2 do bezpośr*), estymatora pośredniego z wykorzystaniem modelu 2 do estymatora kalibracyjnego (oznaczone jako *Model2 do kalib*), estymatora pośredniego z wykorzystaniem modelu 3 do bezpośredniego (oznaczone jako *Model3 do bezpośr*), estymatora pośredniego z wykorzystaniem modelu 3 do estymatora kalibracyjnego (oznaczone jako *Model3 do kalib*) oraz porównania modelu 2 i modelu 3. Przy porównywaniu należy zwrócić uwagę na różną skalę według wskaźników.

W przypadku kalibracji zysk na precyzji jest mniejszy niż w przypadku estymacji pośredniej. Niemniej, w niektórych przypadkach zysk na precyzji w porównaniu do estymatora bezpośredniego jest niemal pięciokrotny (np. pracujący, aktywni zawodowo). W przypadku pozostałych domen zysk ten jest mniejszy. Natomiast estymator pośredni zyskuje więcej w odniesieniu do estymatora bezpośredniego niż kalibracyjnego w przypadku miar dotyczących liczby osób według statusu na rynku pracy. W przypadku wskaźników zysk na precyzji w porównaniu do estymatora bezpośredniego, jak i pośredniego jest taki sam. Generalnie, zysk na precyzji w przypadku modelu 2 i 3 jest co najmniej dwukrotny, a w niektórych domenach nawet dziesięciokrotny. Szczegółowe porównanie według domen przedstawiono w Tabeli 9.



Rysunek 25. Porównanie zysku na precyzji między estymatorami w podziale na wskaźniki (w %) dla danych kwartalnych

Źródło: opracowanie własne

Tabela 9. Porównanie względnych błędów szacunków estymatora bezpośredniego, kalibracyjnego oraz pośredniego (model 2) dla wszystkich domen za lata 2010–2015 według wskaźników (w %)

Wskaźnik	Estymator	Min	Q1	Mediana	Średnia	Q3	Max
Aktywni	Bezpośredni	2.74	8.75	11.55	11.69	13.83	35.39
	Kalibracyjny	1.63	2.83	3.40	3.54	4.05	9.01
	Model 2	1.10	1.52	1.67	1.67	1.80	2.31
	Model 3	0.83	1.21	1.35	1.36	1.49	2.30
Bezrobotni	Bezpośredni	8.26	16.23	19.42	20.78	23.77	87.87
	Kalibracyjny	6.51	13.53	16.42	17.51	20.08	85.28
	Model 2	4.65	7.78	8.80	8.77	9.71	13.40
	Model 3	4.23	6.73	7.54	7.65	8.45	13.18
Bierni	Bezpośredni	3.33	8.50	11.33	11.48	13.62	32.01
	Kalibracyjny	2.03	3.58	4.24	4.41	5.03	11.34
	Model 2	1.35	1.92	2.10	2.09	2.26	2.96
	Model 3	1.02	1.51	1.68	1.69	1.85	2.81
Pracujący	Bezpośredni	2.89	8.85	11.70	11.84	14.03	35.58
	Kalibracyjny	1.73	3.20	3.81	3.99	4.57	9.13
	Model 2	1.20	1.79	1.97	1.98	2.16	2.91
	Model 3	0.88	1.40	1.55	1.58	1.74	2.61
Stopa bezrobocia	Bezpośredni	6.33	13.26	16.08	17.23	19.83	86.41
	Kalibracyjny	6.34	13.28	16.10	17.23	19.90	85.23
	Model 2	4.39	7.68	8.79	8.75	9.72	13.75
	Model 3	4.12	6.57	7.43	7.55	8.37	13.03
Wsk. zatrudnienia	Bezpośredni	1.71	3.18	3.75	3.92	4.49	8.97
	Kalibracyjny	1.73	3.20	3.81	3.99	4.57	9.13
	Model 2	1.20	1.79	1.97	1.98	2.16	2.91
	Model 3	0.88	1.40	1.55	1.58	1.74	2.61

Źródło: opracowanie własne

## Część 4

# Wytyczne, wnioski i rekomendacje z zakresu stosowania estymacji pośredniej w obszarze rynku pracy

W rozdziale tym zaprezentowane zostaną w syntetyczny sposób, płynące z ukazanych w poprzednich rozdziałach rezultatów oraz z innych przesłanek, konkluzje i sugestie dotyczące efektywnego stosowania metod estymacji pośredniej w szacowaniu najistotniejszych wskaźników charakteryzujących rynek pracy. Treść rozdziału rozpoczyna rekomendacje dotyczące kwestii doboru modeli i zmiennych objaśniających. Następnie omówione będzie stosowanie miar służących ocenie jakości estymacji. Na zakończenie sformułowane zostaną stosowne zalecenia oraz ocena włączenia wyników badania do prac statystyki publicznej w ramach programu badań statystycznych.

### 4.1 Dobór zmiennych i modeli

Przeprowadzone analizy empiryczne wykazały, że przy pomocy estymacji pośredniej można uzyskać wyraźnie lepsze rezultaty aniżeli w oparciu o estymację bezpośrednią. Warunkiem powodzenia w tym zakresie jest jednak efektywny dobór zmiennych pomocniczych oraz postaci modelu.

W zakresie doboru zmiennych pomocniczych istotną rolę odegrać mogą dane pozyskane z innych, niezależnych źródeł, takich jak spisy powszechne czy rejestry administracyjne. W pierwszej części projektu wskazano szeroki zestaw potencjalnych zmiennych objaśniających pochodzących z tych źródeł. Oczywiście najszersze informacje dotyczące rynku pracy zgromadzone w badaniu statystycznym pochodzą ze spisów powszechnych ludności i mieszkań. Problem jednak w tym, że spisy te przeprowadza się co ok. 10 lat, a zatem ich wyniki są niezbyt przydatne w modelowaniu dla okresów odległych od momentu krytycznego ostatniego takiego spisu, a także opartym na analizie szeregów czasowych. Wiele innych badań (np. badania budżetów gospodarstw domowych czy sprawozdawczość dotycząca zatrudnienia i wynagrodzeń – w odniesieniu do małych firm) realizowanych jest na zbyt niskich rozmiarowo próbach aby móc dokonać w oparciu o nie efektywnych szacunków na



niższych poziomach agregacji, takich jak podregiony.

Najistotniejsze znaczenie w rozpatrywanych tu szacunkach mają więc dane pozyskane ze źródeł administracyjnych. W części 2.2.2 i następujących wykazano, że bardzo użyteczne mogą okazać się tutaj dane dotyczące bezrobocia rejestrowanego. Jednak jeszcze efektywniejsze byłoby wykorzystanie jednostkowych danych administracyjnych z rozpatrywanego tutaj zakresu dziedzinowego. Przyczyniłoby się to do poprawy procesu kalibracji i estymacji rozpatrywanych w projekcie charakterystyk rynku pracy. Ograniczenia czasowe w projekcie i czasochłonność przygotowania zbiorów w odpowiednich układach wykluczyły możliwość użycia danych jednostkowych w obszarze estymacji w bieżących pracach, ale kwestia ta pozostaje ważnym wyzwaniem badawczym dla polskiej statystyki na najbliższą przyszłość.

Podstawowe kryteria efektywnego doboru zmiennych objaśniających do modelu powinny być takie, jak w klasycznym modelu ekonometrycznym (zob. np. [Koop \(2014\)](#)), czyli:

- dostępność danych dla wszystkich obiektów<sup>1</sup>,
- wysokie skorelowanie ze zmienną objaśnianą,
- brak skorelowania lub bardzo niskie skorelowanie z innymi zmiennymi objaśniającymi.

Uzyskane rezultaty wskazują, że estymatory pośrednie – w szczególności oparte na modelach 2 i 3 – dają oszacowania dobrej jakości, lepszej niż osiągnięte przy użyciu estymatorów: bezpośredniego i kalibracyjnego. Stąd modele te można rekomendować do praktycznego użytku. Jednak i w ich przypadku nie wszystkie próby estymacji okazały się skuteczne. Wynikło to przede wszystkim z dwóch zasadniczych powodów:

- braku zbieżności dla niektórych wariantów,
- zbyt wysokiej wartości wskaźnika CV w określonych przypadkach.

Ten stan rzeczy wynika w znacznej mierze z niedoreprezentatywności próby w określonych przekrojach oraz z niewyjaśnienia istotnej części zmienności przez model. Wydaje się, że i w jednym, i w drugim przypadku wyraźną poprawę jakości mogłoby przynieść szerokie sięgnięcie do zmiennych zawartych w rejestrach administracyjnych, a w niektórych przypadkach – także np. do danych spisowych.

Warto też nadmienić, że modele roczne (otrzymane z użyciem pakietu `mme` środowiska R) dotyczą kilku kategorii osób ujętych w BAEL, przy czym ze względu na budowę tych modeli dokonywana jest tam jednoczesna estymacja dwu zmiennych docelowych. Ponieważ dla szacunków opartych na proponowanych modelach wielomianowych wybrano poziom odniesienia *Biernych zawodowo* wydaje się, że jest to wybór na tyle uzasadniony, iż może odpowiadać głównym celom BAEL, czyli ocenie bieżącej sytuacji na rynku pracy. Tym bardziej, że zgodnie z przyjętymi w BAEL zasadami (które są dość oczywiste z uwagi na przyjęte klasyfikacje) suma liczby bezrobotnych i pracujących powinna odpowiadać liczbie aktywnych zawodowo, podobnie jak liczba aktywnych i biernych zawodowo powinna odpowiadać wielkości badanej populacji. Trudno w tej chwili określić, czy użycie dodatkowych modeli mogłoby poprawić takie relacje. Zwraca ponadto uwagę fakt, iż relacje ocen uzyskiwanych z użyciem `mme` mogą dotyczyć też wymogu sumowania się wielkości wyznaczanych ocen dla grup wiekowych, jak również dla grup według płci. Oznacza to dalsze komplikacje dotyczące stosowania konkretnych modeli.

<sup>1</sup>W przypadku wystąpienia luk w danych można zastosować imputację, jednak trzeba być świadomym tego, że zmniejszy ona precyzję estymacji wielkości populacyjnych.

## 4.2 Miary jakości estymacji

W związku z tym, iż w praktyce różnych instytucji realizujących zadania statystyki publicznej w Polsce i na świecie, nie ma jeszcze zbyt wielu przykładów wdrożenia metodologii dla małych obszarów, jak również (tym bardziej) ścisłych zaleceń dotyczących stosowania takiej metodologii, można przyjąć, iż dobrym punktem wyjścia mogłyby być tutaj zalecenia dotyczące jakości badań statystycznych, które związane są m.in. z możliwością stosowania metody reprezentacyjnej.

Do owych zaleceń należą m.in. wskazania dotyczące jakości statystycznych ujęte w Zarządzeniu wewnętrznym nr 35 Prezesa Głównego Urzędu Statystycznego z dnia 28 grudnia 2011 r., w sprawie pomiaru, oceny oraz monitorowania jakości badań statystycznych w służbach statystyki publicznej. W załączniku 2 do zarządzenia wewnętrznego nr 35 „Zasady obliczania mierników jakości wraz z wykazem standardowych mierników jakości”, jest mowa m.in. o współczynniku zmienności (względny błąd standardowy, który w tym opracowaniu nazywa się także *względnym pierwiastkiem średniego kwadratu błędu*, ang. *Relative root mean squared error (RRMSE)*). Definiuje się go jako stosunek pierwiastka kwadratowego wariancji estymatora do wartości oczekiwanej. Jest to najprostsza miara, która dość dobrze oddaje jakość wykonanych szacunków, tak, jak to ujęto w raporcie pośrednim (wnioski za pracą López-Vizcaíno i in. (2015)). W dobrze rozumianym interesie instytucji statystycznej leży dysponowanie wartością referencyjną dla współczynnika zmienności, która może być użyta w takim przypadku (jako zasada kciuka) do podjęcia decyzji, czy niektóre opracowane dane można opublikować czy też nie. Na przykład Urząd Statystyczny w Wielkiej Brytanii (ONS) uważa, że dane szacunkowe podlegają publikacji w opracowaniach i bazach dotyczących siły roboczej – a zatem są oficjalne – jeżeli współczynnik zmienności jest mniejszy niż 20% (zob. np. ONS (2011) czy ONS (2015)). Ta wielkość jest również używana jako wartość odniesienia dla niektórych hiszpańskich agend statystycznych, takich jak Hiszpański Instytut Statystyczny lub Galicyjski Instytut Statystyczny. Większość wartości CV pojawiających się w wynikach kształtuje się poniżej 20%, a zatem spełniają one przywołaną wyżej zasadę kciuka dającą możliwość publikacji.

Pamiętać jednak należy, że w przypadku stosowania modeli istotne może być obciążenie wywołane przez model. Jak podaje Rao (2003), (2015): „*Jeśli założone modele nie zapewnią dobrego dopasowania do danych, estymatory oparte na modelu mogą być obciążone i mogą prowadzić do błędnych ocen.*”<sup>2</sup>. Ocena takiego obciążenia nie jest łatwa i powinna uwzględniać założenia m.in. dotyczące metody estymacji. W praktyce często oznacza to np. założenie o normalności reszt z modelu, a nawet (niekiedy) – o normalności samych ocen. Poza tym, ze względu na przyjęte założenia, w bardziej złożonych modelach istotne jest przyjęcie stochastycznego charakteru modelowanych reszt. Przykładem takiego podejścia może być założenie o możliwości modelowania reszt za pomocą procesu autoregresyjnego rzędu 1 (AR(1)) lub przestrzennego procesu SAR (ang. *Simultaneous Autoregression*). W związku z tym dobrze jest uwzględnić również taką miarę, która mogłaby dać wstępną ocenę obciążenia modelu. Biorąc pod uwagę, iż – i to często – estymator wykorzystujący wyłącznie próbę jest asymptotycznie nieobciążony (zakładając poprawnie skonstruowany schemat losowania oraz właściwie zebrane dane — chociażby według zasad z Zalecenia Wewnętrznego nr 35), pewną miarą w tym przypadku mógłby być tzw. współczynnik

<sup>2</sup> „*If the assumed models do not provide a good fit to the data, the model-based estimators will be model biased which, in turn, can lead to erroneous inferences.*”

zgodności

$$\gamma_i = \frac{\hat{x}_i - \tilde{x}_i}{\tilde{x}_i}, \quad (32)$$

gdzie  $\hat{x}_i$  jest oszacowaniem wielkości  $x_i$  (zmiennej  $X$  dla domeny  $i$ ) uzyskanym przy użyciu estymatora bezpośredniego, zaś  $\tilde{x}_i$  – oszacowaniem tejże wielkości uzyskanym przy użyciu estymatora złożonego (zob. wzór (4.1.3) w opracowaniu, którego autorem jest Bracha (2003), str. 42). Chyba najbardziej właściwe byłoby użycie tej miary dla ostatniego okresu w rozważanym szeregu czasowym (ze względu na możliwość wykorzystania szacunków pośrednich w publikacji).

Nie mniej ważnym wskaźnikiem jakościowym w odniesieniu do estymacji jest obciążenie względne (ang. *relative bias*, RB). Definiuje się je jako:

$$RB_i = \frac{|\hat{x}_i - x_i|}{x_i}$$

dla domeny  $i$ . Obciążenie względne stanowi ważny miernik jakości, gdyż jest systematycznym odchyleniem od wartości prawdziwej, które nie może ulec zmianie przez powtarzanie losowania. W tym sensie stanowi stabilny komponent średniego kwadratu błędu. CV poprzez oparcie na MSE składa się zaś także z elementu losowego, który może być zredukowany przez odpowiednie działania. **Te dwa współczynniki są zatem wzajemnie informacyjnie komplementarne. Dlatego też winny być wyznaczane i publikowane łącznie.** Ich znaczenie ukazuje np. Meindl (2008) na przykładzie estymacji liczby bezrobotnych i stopy bezrobocia opartej o dane pozyskane z austriackiego Badania Siły Roboczej (Labour Force Survey), czyli tamtejszego odpowiednika BAEL. Autor ten rozważa zresztą jeszcze trzeci wskaźnik jakościowy – przeciętny względny średni kwadrat błędu (ang. *average relative root mean squared error*, ARRMSE), który – w odróżnieniu od rozważanych poprzednio – ma charakter globalny. Jest to bowiem po prostu średnia z wartości CV dla wszystkich rozpatrywanych domen:

$$ARRMSE = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d CV_i,$$

gdzie  $d$  to liczba domen. Wskaźnik ARRMSE pozwala zatem na kompleksową ocenę jakości uzyskanych oszacowań.

Możliwe jest również wykorzystanie innych miar związanych z jakością badań statystycznych, które znaleźć można w opracowaniu autorstwa Prof. dr hab. Jana Paradysza pt. „Kryteria dobroci estymacji dla małych obszarów”<sup>3</sup>. W opracowaniu tym zdefiniowano m.in. następujące miary:

- kryterium poziomu,
- kryterium kolejności.

*Kryterium poziomu* oznacza, że suma wartości dla wszystkich małych obszarów istotnie nie odbiega od prawdziwej nieznannej wartości parametru dla dużego obszaru. W klasycznej estymacji bezpośredniej ten postulat nazywa się *nieobciążonością*.

*Kryterium kolejności* oznacza, że uszeregowanie małych obszarów pod względem rosnących bądź malejących wartości badanej zmiennej odwzorowuje ich kolejność w populacji generalnej (w dużym obszarze).

<sup>3</sup>Dostępnego również w Internecie pod adresem [http://stat.gov.pl/cps/rde/xbcr/gus/POZ\\_Kryteria\\_dobroci\\_estymacji\\_dla\\_malych\\_obszarow.pdf](http://stat.gov.pl/cps/rde/xbcr/gus/POZ_Kryteria_dobroci_estymacji_dla_malych_obszarow.pdf).

Oba te kryteria korespondują z przedstawionym wyżej wnioskiem dotyczącym oceny włączenia wyników badania do statystyki publicznej w ramach programu badań statystycznych.

Zaznaczyć tutaj też warto, iż wskazane byłoby ponadto rozważenie wykorzystania w tym kontekście odporności na wyniki absurdalne. Należałoby przytoczyć za ubiegłorocznym opracowaniem dotyczącym tego samego tematu następujący wniosek wynikający z pracy [López-Vizcaíno i in. \(2015\)](#): „*W dwóch powiatach, które odpowiadają największym miastom w Galicji (Coruna i Vigo), relacje między zmiennymi pomocniczymi SS i REG ze stanem zatrudnienia i bezrobocia są zazwyczaj słabsze niż w powiatach mniej zaludnionych. Model jest ostatecznie dopasowywany do zbioru danych zredukowanych (z wyłączeniem dwóch oznaczonych powiatów). Reszta analizy statystycznej przeprowadzana jest w modelu dopasowanym do zredukowanego zestawu danych. Z drugiej strony, rozmiary próby dla wyłączonych z modelowania powiatów są wystarczająco duże, aby uzyskać wiarygodne bezpośrednie szacunki. Dlatego nie stosowano szacunków z modelu dla wyłączonych powiatów.*” Podobne dysproporcje występują także w polskich warunkach. Z powodu owych znacznych różnic między obszarami silnie zurbanizowanymi a innymi wskazane byłoby rozważenie możliwości wyłączenia z rozpatrywanego modelowania podregionu dla miasta stołecznego Warszawy. Może to być tym bardziej uzasadnione, gdyż również w analizach z użyciem zwykłego estymatora EBLUP obserwowano wyraźne różnice m.in. dla Warszawy właśnie.

W kontekście miar jakościowych warta polecenia byłaby też publikacja autorstwa [Agafitei i in. \(2015\)](#), w której zawarto również ogólne wskazania dotyczące użycia różnorodnych kryteriów oceny jakości, przygotowana przez osoby pracujące w Eurostacie. Nie zawiera ona wprawdzie ścisłych definicji wskaźników, które mogłyby być użyte w przypadku niniejszego opracowania, ale mogłaby stanowić punkt wyjścia dla wskazania na potrzeby dotyczące jakości danych otrzymywanych na podstawie badań statystycznych oraz innych źródeł informacji, w tym danych administracyjnych oraz źródeł typu Big Data. W opracowaniu tym wskazuje się również na kwestię obciążenia (ang. *bias*), które może wynikać ze stosowania różnorodnych metod wykorzystujących wiele różnych źródeł danych.

W przypadku, kiedy rozważano by włączenie publikacji wyników BAEL dla podregionów do Programu Badań Statystycznych Statystyki Publicznej, mogłyby wystąpić też ograniczenia dotyczące harmonogramu ukazywania się takich publikacji oraz ograniczenia czasowe ze względu na dostępność w określonym czasie dodatkowych danych służących modelowaniu. W tym przypadku konieczne mogłoby być ewentualne przeanalizowanie dostępności takich danych i dostosowanie terminów publikacji stosownie do harmonogramu wynikającego z Planu Opracowań Statystycznych.

### 4.3 Zalecenia i praktyczne wdrażanie

Opierając się na przeprowadzonych obliczeniach i sformułowanych wyżej przemyśleniach można podjąć próbę określenia finalnych postulatów i rekomendacji odnośnie wdrażania wykorzystanych w projekcie narzędzi oraz rozwiązań w praktyce, a także kierunków dalszego ich rozwoju.

W pracy badawczej dokonano oceny wyników estymacji pośredniej charakterystyk rynku pracy z uwzględnieniem średnich błędów szacunku. Zastosowane tutaj modele mogą zostać wykorzystane w estymacji danych z badania BAEL, przewidzianych Programem Badań Statystyki Publicznej.

Wspomniane zastosowanie wymagałoby jednak dalszych prac optymalizacyjnych zmierzających do wyeliminowania nadmiernych obciążeń i niedostatecznej precyzji oszacowań. W sytuacji, w której punktem odniesienia byłby jeden wybrany model otrzymany z użyciem pakietu `mme` środowiska R (np. model pracujący – bezrobotni), pozostałe wielkości byłyby wyznaczane z użyciem prostych różnic (np. dla liczby biernych zawodowo) lub ilorazów (jak dla stopy bezrobocia lub wskaźnika zatrudnienia). Ułatwiłoby to zapewnienie spójności tabel wynikowych, ale wymagałoby wstępnego wyboru konkretnego modelu.

Pamiętać trzeba jednak, że jego poprawność w latach następnych, chociażby ze względu na przyjęte zmienne objaśniające, względnie założenie (tak jak w modelu 3) o istnieniu autoregresji pierwszego rzędu AR(1) w czasie dla szacowanych wielkości, mogłoby również mieć wpływ na zachowanie spójności. Ponadto celowe mogłoby być sprawdzenie, np. z użyciem metody ruchomego okna (ang. *sliding span*), skuteczności szacunków dla ostatniego, czyli – w praktyce – docelowego momentu w czasie dla estymacji. To samo zagadnienie można wziąć pod uwagę w przypadku stosowania technologii state-space (filtra Kalmana, zob. Findley i in. (1990)).

Ponieważ szacunki roczne wykonywane są dla podregionów, zaś modele roczne otrzymywane są dla całej Polski, zasadne może być tutaj pytanie, czy użycie modeli wielomianowych zapewni zgodność szacunków dla podregionów z niezależnie otrzymywanymi ocenami dla województw. Problem ten dotyczy również szacunków kwartalnych i może oznaczać konieczność wtórnej kalibracji tak uzyskiwanych ocen. Ponadto również dla szacunków kwartalnych pojawia się pytanie o adekwatność modeli w podziale na płeć lub miasto-wieś w kontekście szacunków ogółem. Również w przypadku modeli kwartalnych może uzasadnione byłoby traktować modele płeć i miasto-wieś jako punkt odniesienia dla zapewnienia zgodności na wyższym poziomie agregacji. Wymagałoby to też każdorazowo opatrzenia publikacji wynikowych stosownym komentarzem metodologicznym i wskazania w nim na przyczyny ewentualnych rozbieżności.

Problematyczne jest tutaj również to, jak dokonywać ocen precyzji szacunków w przypadku wykorzystywania prostych metod wyznaczania pozostałych wskaźników (tak, jak wspomniano to w punkcie 1 niniejszych uwag) – w sytuacji, kiedy podstawą do takich obliczeń jest nie estymator bezpośredni, tylko model. Już samo porównanie różnych metod estymacji dla estymatora ilorazu wartości globalnych (zob. np. Cochran (1977), str. 153) wskazuje na konieczność stosowania różnych podejść w przypadku oceny precyzji dla estymatora ilorazu wartości globalnych. Jest to istotne tym bardziej, że dla wielostopniowych schematów losowania trudności te stają się coraz większe i użycie prostych formuł obliczeniowych może być tutaj trudne. Można sobie wprawdzie wyobrazić dokonywanie oceny jakości oszacowań w oparciu o metodę bootstrap, jednakże w takim przypadku musiałaby ona raczej wykorzystywać tutaj też zmienność modelu, co nieco te obliczenia ogranicza, lub prowadzi do wniosków o konieczności uwzględnienia szacowania pozostałych ocen. Komplikuje to nieco oprogramowanie, może jednak ułatwić ocenę zmienności modelu w kontekście próby, ale nie musi zapewniać w pełni zgodności ocen zmienności dla pozostałych (czyli nie poddawanych modelowaniu) wielkości.

Wstępna analiza współczynnika zgodności zdefiniowanego wzorem (32) wykazała, iż maksimum rozkładów tej miary przypada zazwyczaj na wartość zbliżoną do zera, co — w pewnym sensie — świadczy o nieobciążoności szacunków wykonywanych z użyciem modeli. Jednakże często obserwowane są wyraźnie większe niż 20% wartości tego współczynnika, sugerujące niekiedy możliwe przeszacowanie wartości podawanych przez model. Ponadto częstym przypadkiem w tego rodzaju modelowaniu są wartości odstające (dla części dodatniej),

co świadczy o – czasami wyraźnej – prawostronnej asymetrii obserwowanego współczynnika zgodności. Jest to jednak charakterystyczne głównie dla wielkości globalnych (sum), zaś nie zawsze jest obserwowane dla miar względnych (czyli stopy bezrobocia, wskaźnika zatrudnienia oraz wskaźnika aktywności zawodowej), gdzie obserwuje się niekiedy widoczną asymetrię lewostronną. Zwracają tutaj też uwagę dość niewielkie rozproszenie wartości współczynników zgodności dla estymatorów kalibracyjnego i bezpośredniego oraz dużo większe dla estymatora wykorzystującego model 2 względem estymatora bezpośredniego dla bardziej specyficznych domen, takich jak grupa wiekowa „15–24”. Wpływ na jakość oszacowań w tym przypadku może mieć również względny błąd szacunku, który jest zazwyczaj większy dla tej grupy wiekowej. **Również charakterystyczne jest występowanie nieliniowych zależności dla CV w przypadku porównania szacunków z modelu 2 i estymatora bezpośredniego dla sytuacji kiedy rozważa się wariant miastowości oraz względnie liniową zależność między estymatorem kalibracyjnym oraz estymatorem bezpośrednim.**

Warto zauważyć, że również w obecnych realiach nie ma wyraźnych wytycznych jak ocenić jakość estymacji na podstawie współczynnika zgodności (praktyki takiej nie stosowano też w opracowaniu, którego autorem jest [Bracha \(2003\)](#)), podobnie zresztą jak opisano to w opracowaniu [Brancato i Ascari \(2018\)](#), jak również w rozszerzonym opracowaniu Eurostatu przygotowanym w ramach prac nad projektem KOMUSO (ESSnet on quality of multisource statistics) – zob. [Brancato i in. \(2018\)](#). Wprawdzie w tym drugim opracowaniu zawarto szerszą dyskusję dotyczącą np. kwestii błędu modelu, w szczególności błędu dla modelu dla małego obszaru, jednak wydaje się, że przyjęte tam zalecenia mają bardziej jakościowy a nie ilościowy charakter. Ponadto opracowanie to ma jednak charakter wstępny (draft), stąd – być może – kolejne jego edycje wprowadzą bardziej szczegółowe zalecenia w tym przypadku. Należy jednak zaznaczyć, iż znaczący w takich przypadkach może być wpływ frakcji zbadanych jednostek w odniesieniu do całej zbadanej populacji, którą to sytuację dość dobrze opisano w publikacjach [Purcell i Kish \(1979, 1980\)](#) oraz [Jędrzejczak i Kubacki \(2014\)](#). Pamiętać trzeba, iż w przypadku niedostatecznej efektywnej wielkości próby (np. tak, jak dla mini-domen lub cech rzadko występujących) użycie metody reprezentacyjnej a nawet podejścia modelowego może być nieuzasadnione. Stąd wydaje się, iż szacunki dla tej grupy wiekowej, a w szczególności szacunki liczby bezrobotnych oraz stopy bezrobocia dla tej grupy wiekowej należałoby traktować z ostrożnością.

Biorąc pod uwagę powyższe spostrzeżenia można sformułować pewne wnioski, uwagi oraz rekomendacje odnośnie do cyklicznego wykorzystania rozważanych w pracy metod estymacji w praktyce badań statystycznych realizowanych przez GUS. Poniżej zaprezentowano finalne wnioski w syntetycznym zestawieniu.

1. Ze względu na czasochłonność obliczeń i fakt, że rozpatrywane modele są zaimplementowane w R postuluje się stworzenie środowiska informatycznego, w którym możliwe byłoby umieszczenie wszystkich niezbędnych zbiorów, w którym wszystkie obliczenia byłyby wykonywane w R. Wymagane byłoby minimum 64 GB RAMu oraz 1TB przestrzeni dyskowej. Dodatkowo należałoby rozważyć przepisanie kluczowych elementów z R do C++, co jednak wiąże się z określeniem dodatkowych roboczogodzin. Jeżeli opisana w niniejszym dokumencie metodyka zostałaby wdrożona do produkcji wymagałoby to przepisania odpowiednich kodów w języku R do C++ przez pakiet `Rcpp` i `RcppArmadillo`. Należałoby również wykorzystać wiele rdzeni procesora celem zrównoleglenia pętli bootstrapowych.

2. Na potrzeby kalibracji niezbędne jest posiadanie znanych struktur ludnościowych w założonych domenach, tj. co najmniej na poziomie podregionów, zgodnie z określoną populacją w BAEL. Obecnie dostępne dane w Banku Danych Lokalnych nie umożliwiają uwzględnienia ich w charakterze wartości globalnych w procesie kalibracji ze względu na odmienną definicję.
3. Cykliczne wykorzystanie rekomendowanej metodologii wymagać będzie znajomości teorii statystyki małych obszarów oraz podejścia kalibracyjnego, a także znajomości programu R. Dla prowadzenia prac konieczne będzie stworzenie odpowiedniego zespołu, złożonego ze specjalistów zajmujących się statystyką małych obszarów, problematyką rynku pracy oraz programowaniem w języku R.
4. Wdrożenie rekomendowanej metodologii do programu badań statystycznych realizowanych przez GUS wymagać będzie przygotowania zbiorów jednostkowych z rejestrów administracyjnych w odpowiednich układach celem poprawy procesu kalibracji i estymacji dla rozważanych domen, zarówno w ujęciu kwartalnym jak i rocznym.
5. Warto również każdorazowo dokonywać merytorycznej oceny uzyskanych wyników nawiązując współpracę z ekspertami z danego obszaru badań (w tym przypadku z rynku pracy). Wiedza ekspercka takich osób umożliwiłaby rzetelną ocenę uzyskanych wyników.
6. W przypadku wdrożenia prezentowanej metody estymacji opartej na modelach do praktyki badań realizowanych przez Główny Urząd Statystyczny należałoby zapewnić spójność szacunków pośrednich z szacunkami bezpośrednimi na wyższym poziomie agregacji przestrzennej (zasada benchmarkingu).

Na zakończenie warto wspomnieć jeszcze o kwestii wpływu wag stosowanych w BAEL i estymacji jego wyników na ochronę danych jednostkowych. Otóż należy liczyć się z tym, że z danych jednostkowych BAEL będą korzystać użytkownicy. Stąd oczywiście zachodzi konieczność zastosowania mechanizmów kontroli ujawniania danych (ang. *Statistical Disclosure Control*, SDC). Powstaje zatem pytanie: na ile wyznaczone wagi pozostają dalej odpowiednio efektywne po zastosowaniu SDC (nawet jeżeli SDC je same „ominie”). Jest to ważne tym bardziej, że użytkownicy mogą przecież korzystać z własnych narzędzi estymacyjnych, a tym samym niekoniecznie zgodnych z tymi, z myślą o których owe wagi konstruowano. Pewne światło dotyczące wpływu SDC na jakość estymacji rzuca np. raport, który opracowali [Kim i Karr \(2013\)](#). Co więcej, proponują oni użyć ważenia także np. w mikroagregacji. Skądinąd zresztą podobnymi zagadnieniami zajmowano się już wcześniej — zob. np. [Pannekoek i de Waal \(1998\)](#). W tym kontekście wyzwanie na przyszłość stanowi metoda określenia faktycznej straty informacji powstałej na skutek SDC, która stanowić będzie składową błędu estymacji. Klasyczne formuły oparte na bezwzględnych różnicach między obserwacjami oryginalnymi i ukształtowanymi na skutek SDC lub między charakterystykami ich rozkładów (zob. np. [Domingo-Ferrer i in. \(2001\)](#)) nie muszą być w tym kontekście efektywne gdyż odchylenia jednostkowe w procesie estymacji mogą się wzajemnie niwelować.

# Literatura

# Literature

- Agafitei, M., Gras, F. and Kloek, W., Reis, F., i Vaju, S. (2015). Measuring Output Quality for Multisource Statistics in Official Statistics: Some Directions. *Statistical Journal of the IAOS*, 31:203–211.
- Alfons, A. i Templ, M. (2013). Estimation of Social Exclusion Indicators from Complex Surveys: The R package Laeken. *Journal of Statistical Software*, 54(15):1–25.
- Bates, D. i Maechler, M. (2017). *Matrix: Sparse and Dense Matrix Classes and Methods*. R package version 1.2-8.
- Bracha, C., (red.) (2003). *Estymacja danych z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności na poziomie powiatów dla lat 1995–2002*. Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
- Brancato, G. i Ascari, G. (2018). *Guidelines on the quality of multisource statistics*. European Conference on Quality in Official Statistics (Q2018), Kraków, 27–29 czerwca 2018 r.
- Brancato, G., Ascari, G., Zhang, L.-C., Burg, T., Waldner, C., i Alexander, P. J. (2018). *Deliverable 4. First Draft “Quality Guidelines for Multisource Statistics (QGMSS)”*. ESSnet KOMUSO, Quality in Multisource Statistics, Specific Grant Agreement No. 2 (S G A–2), Framework Partnership Agreement Number 07112.2015.003–2015.226, Specific Grant Agreement Number 07112.2016.019–2017.144, Work Package 1, Guidelines on the quality of multisource statistics.
- Chen, C., Wakefield, J., i Lumely, T. (2014). The Use of Sampling Weights in Bayesian Hierarchical Models for Small Area Estimation. *Spatial and spatio-temporal epidemiology*, 11:33–43.
- Cochran, W. G. (1977). *Sampling Techniques*. John Wiley & Sons.
- Cornfield, J. (1951). Modern Methods in the Sampling of Human Populations. *American Journal of Public Health and the Nations Health*, 41(6):654–661.
- Deville, J. C. i Särndal, C. E. (1992). Calibration Estimators in Survey Sampling. *Journal of the American Statistical Association*, 87(418):376–382.
- Domingo-Ferrer, J., Mateo-Sanz, J. M., i Torra, V. (2001). Comparing SDC methods for microdata on the basis of information loss and disclosure risk. In *Pre-proceedings of ETK-NTTS (Exchange of Technology and Know-how – New Techniques and Technologies for Statistics)*, tom 2, pages 807–826.



- Findley, D. F., Monsell, B. C., Shulman, H. B., i Pugh, M. G. (1990). Sliding-spans diagnostics for seasonal and related adjustments. *Journal of the American Statistical Association*, 85(410):345–355.
- Ghitza, Y. i Gelman, A. (2013). Deep Interactions with MRP: Election Turnout and Voting Patterns Among Small Electoral Subgroups. *American Journal of Political Science*, 57(3):762–776.
- Jędrzejczak, A. i Kubacki, J. (2014). Problemy jakości danych statystycznych w przypadku badania cech rzadkich. *Wiadomości Statystyczne*, 6:11–26.
- Kim, H. J. i Karr, A. F. (2013). *The Effect of Statistical Disclosure Limitation on Parameter Estimation for a Finite Population*. Technical Report. National Institute of Statistical Sciences, Research Triangle Park, NC, USA.
- Kish, L. (1965). *Survey Sampling*. John Wiley and Sons.
- Koop, G. (2014). *Wprowadzenie do ekonometrii (Introduction to Econometrics)*. Oficyna Wolters Kluwer Business, Warszawa. Wydanie II.
- Lindgren, F. i Rue, H. (2015). Bayesian Spatial Modelling with R-INLA. *Journal of Statistical Software*, 63(19):1–25.
- López-Vizcaíno, E., Lombardía, M. J., i Morales, D. (2013). Multinomial-Based Small Area Estimation of Labour Force Indicators. *Statistical modelling*, 13(2):153–178.
- López-Vizcaíno, E., Lombardía, M. J., i Morales, D. (2015). Small Area Estimation of Labour Force Indicators Under a Multinomial Model with Correlated Time and Area Effects. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 178(3):535–565.
- Meindl, B. (2008). Estimating Unemployment-Rates for Small Areas – a Simulation-Based Approach. *Austrian Journal of Statistics*, 37(3, 4):349–360.
- Molina, I., Saei, A., i Lombardía, M. (2007). Small Area Estimates of Labour Force Participation Under a Multinomial Logit Mixed Model. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, 170(4):975–1000.
- ONS (2011). *Information Paper. Summary Quality Report for the Annual Survey of Hours and Earnings (ASHE)*. [www.ons.gov.uk/ons/guide-method/method-quality/quality/quality-information/labour-market/summary-quality-report-for-annual-survey-of-hours-and-earnings--ashe-.pdf](http://www.ons.gov.uk/ons/guide-method/method-quality/quality/quality-information/labour-market/summary-quality-report-for-annual-survey-of-hours-and-earnings--ashe-.pdf).
- ONS (2015). *Labour Force Survey. User Guide. Volume 6 – Annual Population Survey (Local Area Database)*. Version 3: September 2015, <https://www.ons.gov.uk/ons/guide-method/method-quality/specific/labour-market/labour-market-statistics/volume-6-aps-userguide.pdf>.
- Pannekoek, J. i de Waal, T. (1998). Synthetic and Combined Estimators in Statistical Disclosure Control. *Journal of Official Statistics*, 14(4):399–410.
- Purcell, N. i Kish, L. (1979). Estimation for Small Domain. *Biometrics*, 35:23–30.

- Purcell, N. i Kish, L. (1980). Postcensal Estimates for Local Areas (or Domains). *International Statistical Review*, 48:3–18.
- R Core Team (2017). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Raghunathan, T. E., Xie, D., Schenker, N., Parsons, V. L., Davis, W. W., Dodd, K. W., i Feuer, E. J. (2007). Combining Information from Two Surveys to Estimate County-Level Prevalence Rates of Cancer Risk Factors and Screening. *Journal of the American Statistical Association*, 102(478):474–486.
- Rao, J. N. K. (2003). *Small Area Estimation*. Wiley Interscience, Hoboken, New Jersey.
- Rao, J. N. K. i Molina, I. (2015). *Small-Area Estimation*. Wiley Online Library.
- Rue, H., Martino, S., i Chopin, N. (2009). Approximate Bayesian Inference for Latent Gaussian Models Using Integrated Nested Laplace Approximations (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society B*, 71:319–392.
- Särndal, C.-E. i Lundström, S. (2005). *Estimation in Surveys with Nonresponse*. John Wiley & Sons.

# Dodatek A

## Załącznik

### A.1 Oszacowania modeli

#### A.1.1 Dane roczne

===== Przekrój: 15-24 =====

===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-0.819	0.0429	0e+00
bezr_reg_udz	-1.883	0.4102	4e-06
Intercept	-2.851	0.0471	0e+00
bezr_reg_udz2	9.338	0.5285	0e+00

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0582	9.85e-03	0
[2,]	0.0291	5.13e-05	0
[3,]	0.0142	5.13e-05	0
[4,]	0.0313	3.24e-03	0

===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-0.83	0.0428	0.0e+00
bezr_reg_udz	-1.74	0.4136	2.5e-05
Intercept	-2.87	0.0477	0.0e+00
bezr_reg_udz2	9.66	0.5487	0.0e+00

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.0485	0.00882	4.0e-08
[2,]	0.0327	0.00784	3.1e-05
[3,]	0.0244	0.00200	0.0e+00
[4,]	0.0552	0.00474	0.0e+00

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.242	0.0657	2.37e-04
[2,]	0.301	0.0681	9.94e-06

The value of the variance component is negative: the initial value is taken  
 ===== Przekrój: 20-59/64 =====

===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	1.15	0.0342	0
bezr_reg_udz	-2.22	0.3113	0
Intercept	-2.24	0.0473	0
bezr_reg_udz2	10.54	0.4434	0

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0293	4.98e-03	0
[2,]	0.0476	3.46e-05	0
[3,]	0.0120	3.46e-05	0
[4,]	0.0225	1.74e-03	0

===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	1.11	0.0349	0
bezr_reg_udz	-1.81	0.2623	0
Intercept	-2.26	0.0456	0
bezr_reg_udz2	10.68	0.4306	0

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.00749	0.007140	2.94e-01
[2,]	0.04049	0.008811	4.33e-06
[3,]	0.00994	0.000743	0.00e+00
[4,]	0.04189	0.002896	0.00e+00

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.818	0.0475	0
[2,]	0.417	0.0546	0

The value of the variance component is negative: the initial value is taken

===== Przekrój: 55-59/64 =====

===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-1.31	0.0610	0
bezr_reg_udz	19.13	0.6082	0
Intercept	-3.87	0.0666	0
bezr_reg_udz2	18.89	0.9772	0

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.1809	3.01e-02	0
[2,]	0.0695	8.15e-05	0
[3,]	0.0365	8.15e-05	0
[4,]	0.0644	7.68e-03	0

===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-0.879	0.0712	0
bezr_reg_udz	10.756	0.9739	0
Intercept	-3.799	0.0883	0
bezr_reg_udz2	16.827	1.4089	0

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.0788	0.02162	0.000271
[2,]	0.0681	0.01960	0.000512
[3,]	0.0392	0.00297	0.000000
[4,]	0.1479	0.01316	0.000000

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.73	0.0520	0e+00
[2,]	0.37	0.0695	1e-07

The value of the variance component is negative: the initial value is taken

===== Przekrój: Kobiety =====

===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-0.0446	0.0226	0.0488
bezr_reg_udz	-2.8618	0.2641	0.0000
Intercept	-3.2708	0.0449	0.0000
bezr_reg_udz2	13.1888	0.5664	0.0000

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.01517	2.56e-03	0
[2,]	0.04124	1.93e-05	0
[3,]	0.00321	1.93e-05	0
[4,]	0.02016	1.87e-03	0

===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	-0.0475	0.0226	0.0357
bezr_reg_udz	-2.8339	0.2650	0.0000
Intercept	-3.3018	0.0454	0.0000
bezr_reg_udz2	13.5912	0.5784	0.0000

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.01338	0.002503	9.0e-08
[2,]	0.03578	0.007035	3.6e-07
[3,]	0.00206	0.000267	0.0e+00
[4,]	0.01705	0.001749	0.0e+00

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.67	0.0811	0
[2,]	0.44	0.0769	0

==== Przekrój: Mężczyźni =====

==== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.533	0.0257	0.000000
bezr_reg_udz	-1.211	0.3169	0.000133
Intercept	-2.747	0.0447	0.000000
bezr_reg_udz2	14.069	0.6217	0.000000

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.01964	3.31e-03	0
[2,]	0.03172	3.27e-05	0
[3,]	0.00472	3.27e-05	0
[4,]	0.02379	2.10e-03	0

=====  
===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.556	0.0240	0
bezr_reg_udz	-1.681	0.2950	0
Intercept	-2.717	0.0424	0
bezr_reg_udz2	13.595	0.6000	0

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.00699	0.002513	0.005438
[2,]	0.02211	0.006529	0.000707
[3,]	0.00737	0.000618	0.000000
[4,]	0.05614	0.004042	0.000000

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.684	0.0564	0
[2,]	0.385	0.0567	0

The value of the variance component is negative: the initial value is taken

=====  
===== Przekrój: Wieś =====

=====  
===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.26	0.0300	0
bezr_reg_udz	-2.47	0.3189	0
Intercept	-3.08	0.0542	0
bezr_reg_udz2	12.66	0.6515	0

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.02580	4.56e-03	2e-08
[2,]	0.04992	2.74e-05	0e+00
[3,]	0.00498	2.74e-05	0e+00



[4,] 0.02843 2.55e-03 0e+00

=====  
===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.24	0.0292	0
bezr_reg_udz	-2.21	0.3076	0
Intercept	-3.09	0.0554	0
bezr_reg_udz2	12.80	0.6716	0

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.01574	0.00348	6.20e-06
[2,]	0.03906	0.00995	8.64e-05
[3,]	0.00779	0.00066	0.00e+00
[4,]	0.06275	0.00475	0.00e+00

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.581	0.0618	0
[2,]	0.367	0.0602	0

The value of the variance component is negative: the initial value is taken

=====  
===== Przekrój: Miasto =====

=====  
===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.216	0.0248	0
bezr_reg_udz	-2.299	0.3247	0
Intercept	-3.130	0.0453	0
bezr_reg_udz2	16.185	0.6308	0

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.01459	2.49e-03	0

[2,]	0.03220	2.35e-05	0
[3,]	0.00469	2.35e-05	0
[4,]	0.02034	1.83e-03	0

===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.224	0.0235	0
bezr_reg_udz	-2.504	0.3049	0
Intercept	-3.129	0.0440	0
bezr_reg_udz2	16.125	0.6197	0

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.01114	0.002358	2.31e-06
[2,]	0.02194	0.005045	1.37e-05
[3,]	0.00286	0.000315	0.00e+00
[4,]	0.01752	0.001726	0.00e+00

Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.698	0.0699	0
[2,]	0.497	0.0721	0

===== Przekrój: 25-54 =====

===== Model 1 w roku: 2010 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	1.89	0.0792	0.000000
bezr_reg_udz	-4.05	0.9255	0.000012
Intercept	-1.19	0.0939	0.000000
bezr_reg_udz2	4.23	1.0901	0.000104

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
--	----------	-----------	---------

```
[1,] 0.0390 0.00724 7.00e-08
[2,] 0.0479 0.00994 1.47e-06
```

```
===== Przekrój: 25-54 =====
```

```
===== Model 1 w roku: 2011 =====
```

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	1.99	0.082	0.0000
bezr_reg_udz	-5.14	0.940	0.0000
Intercept	-1.13	0.100	0.0000
bezr_reg_udz2	3.46	1.145	0.0025

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0415	0.00764	6e-08
[2,]	0.0558	0.01124	7e-07

```
===== Przekrój: 25-54 =====
```

```
===== Model 1 w roku: 2012 =====
```

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	2.01	0.0903	0.000000
bezr_reg_udz	-4.79	0.9950	0.000001
Intercept	-1.06	0.1123	0.000000
bezr_reg_udz2	3.65	1.2325	0.003066

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0465	0.00851	5.0e-08
[2,]	0.0663	0.01296	3.1e-07

```
===== Przekrój: 25-54 =====
```

```
===== Model 1 w roku: 2013 =====
```

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	2.06	0.0911	0.0000
bezr_reg_udz	-5.01	0.9479	0.0000
Intercept	-1.03	0.1175	0.0000
bezr_reg_udz2	3.38	1.2167	0.0054

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0420	0.00782	8.0e-08
[2,]	0.0648	0.01283	4.4e-07

==== Przekrój: 25-54 =====

==== Model 1 w roku: 2014 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	2.11	0.096	0.0000
bezr_reg_udz	-5.61	1.093	0.0000
Intercept	-1.07	0.101	0.0000
bezr_reg_udz2	3.08	1.138	0.0068

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0506	0.00933	6.00e-08
[2,]	0.0458	0.00997	4.33e-06

==== Przekrój: 25-54 =====

==== Model 1 w roku: 2015 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	2.09	0.0911	0e+00

bezr_reg_udz	-6.24	1.2080	0e+00
Intercept	-1.39	0.0927	0e+00
bezr_reg_udz2	5.46	1.2119	7e-06

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0510	0.00946	7.00e-08
[2,]	0.0385	0.00926	3.29e-05

===== Przekrój: Ogółem =====

===== Model 2 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.236	0.0219	0
bezr_reg_udz	-2.259	0.2635	0
Intercept	-3.132	0.0429	0
bezr_reg_udz2	15.140	0.5534	0

Random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.0141	2.37e-03	0
[2,]	0.0399	1.33e-05	0
[3,]	0.0038	1.33e-05	0
[4,]	0.0191	1.46e-03	0

===== Model 3 =====

Multinomial mixed effects model

Call:

Coefficients

	Estimate	Std.Error	p.value
Intercept	0.228	0.0205	0
bezr_reg_udz	-2.183	0.2407	0
Intercept	-3.156	0.0419	0
bezr_reg_udz2	15.467	0.5403	0

Random effects

	Estimate	Std.dev	p.value
[1,]	0.01096	0.002225	8.4e-07

[2,]	0.03259	0.006489	5.1e-07
[3,]	0.00216	0.000209	0.0e+00
[4,]	0.01493	0.001269	0.0e+00

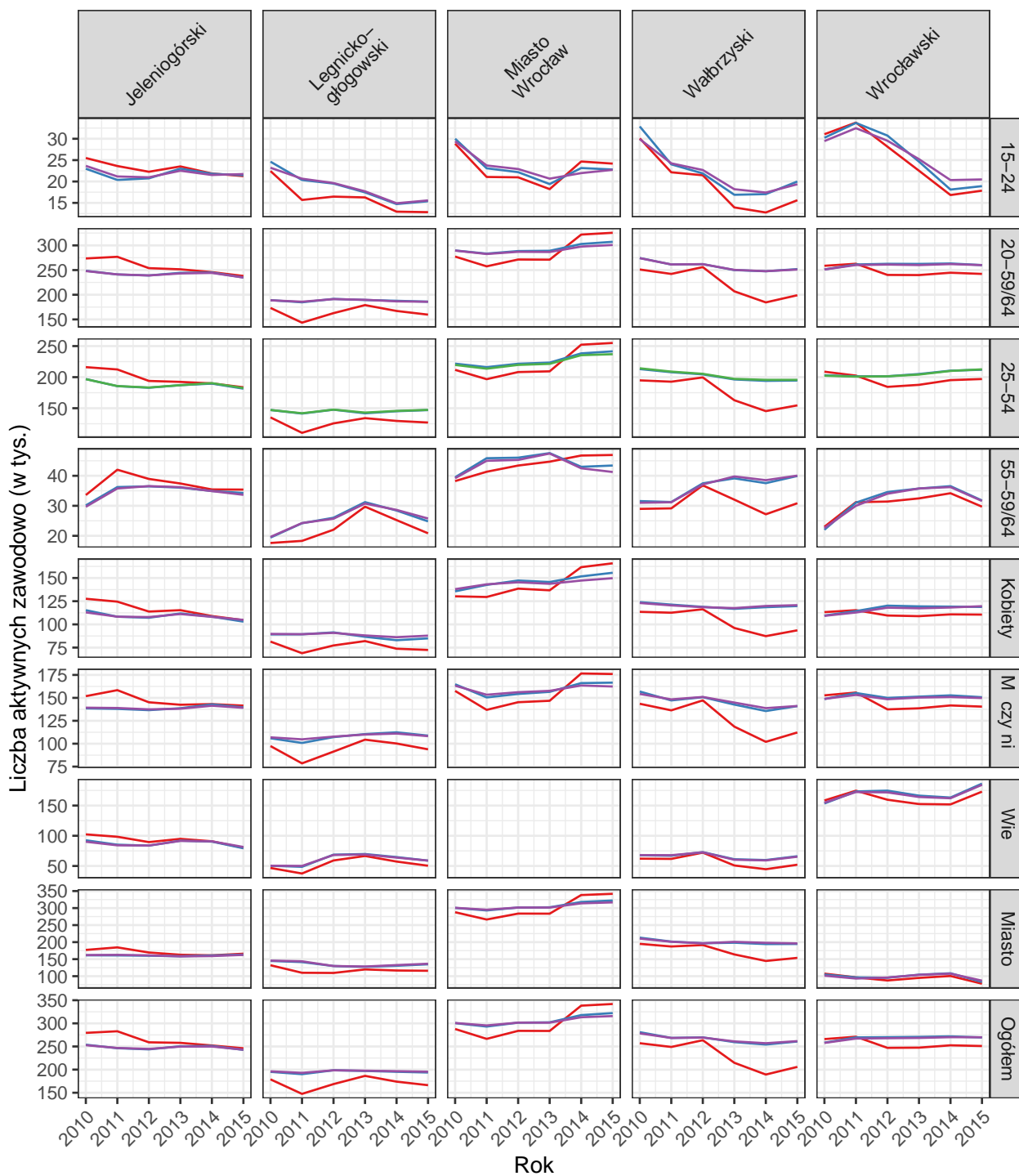
Correlation random effects

	Estimate	Std.Error	p.value
[1,]	0.727	0.0619	0
[2,]	0.516	0.0632	0

## A.2 Szczegółowe wyniki dla oszacowań rocznych

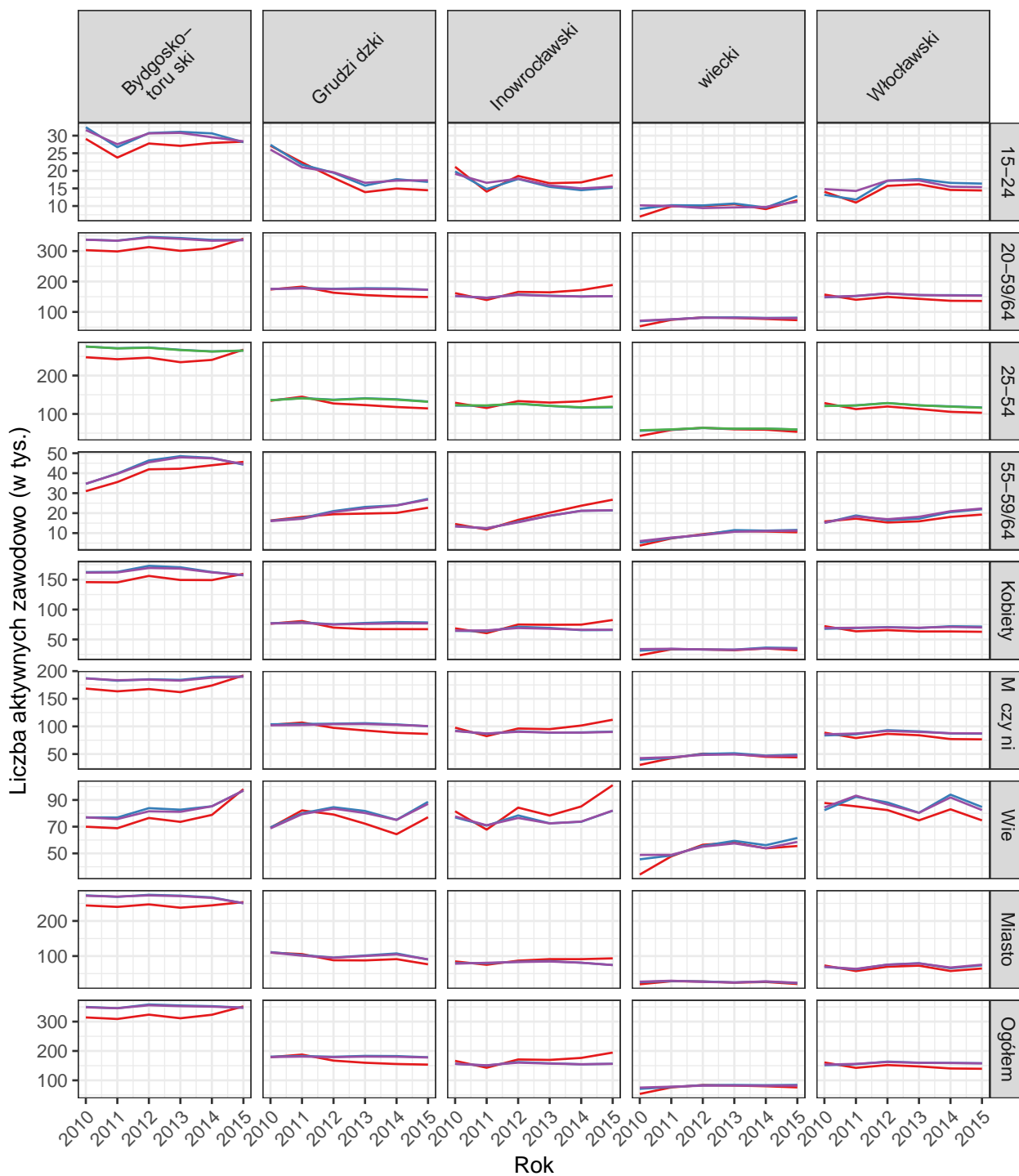
### *Detailed results for annual estimates*

Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: DOLNO LĄSKIE



Estymator — Bezo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

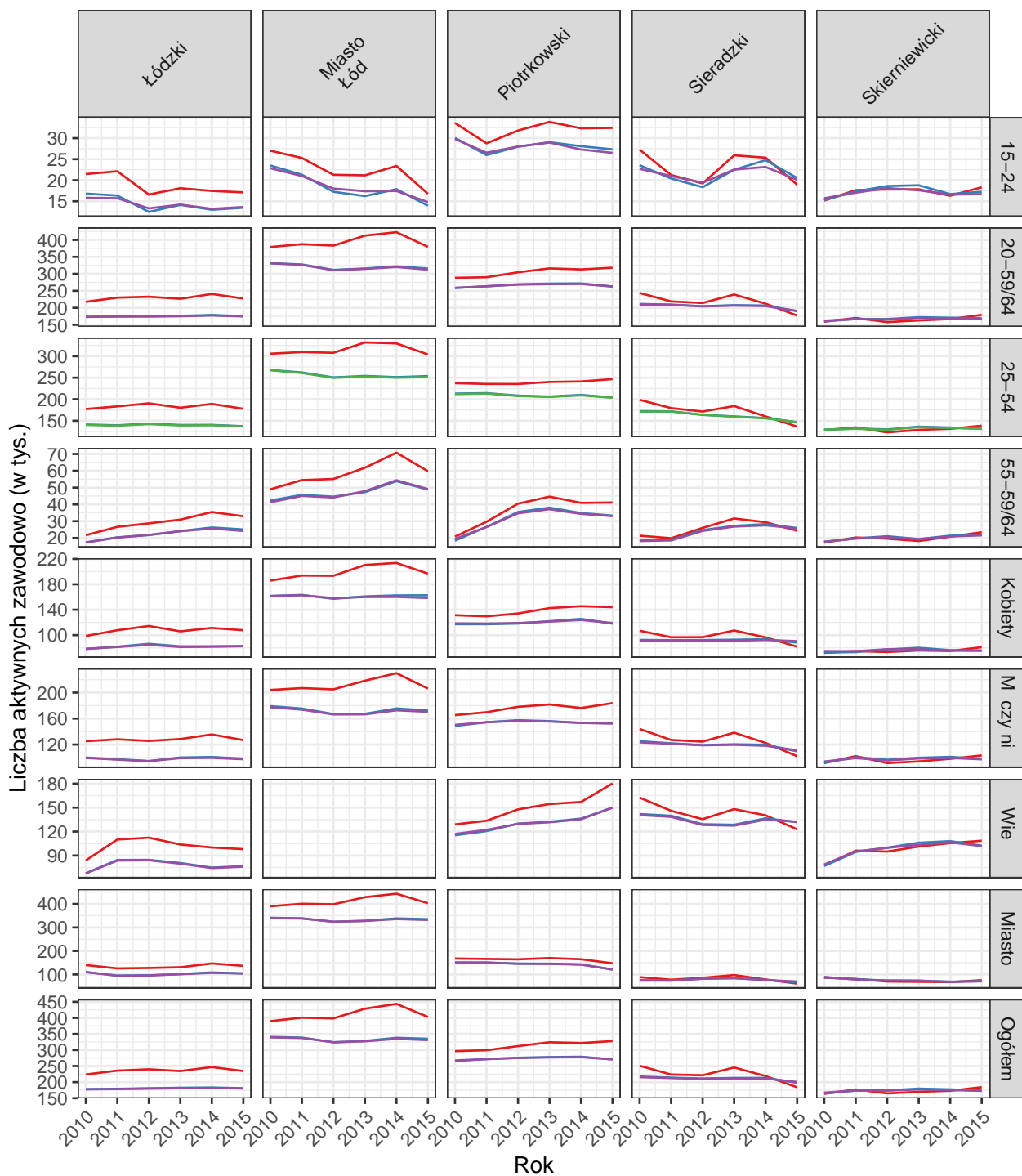
Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



Estymator — Bezośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

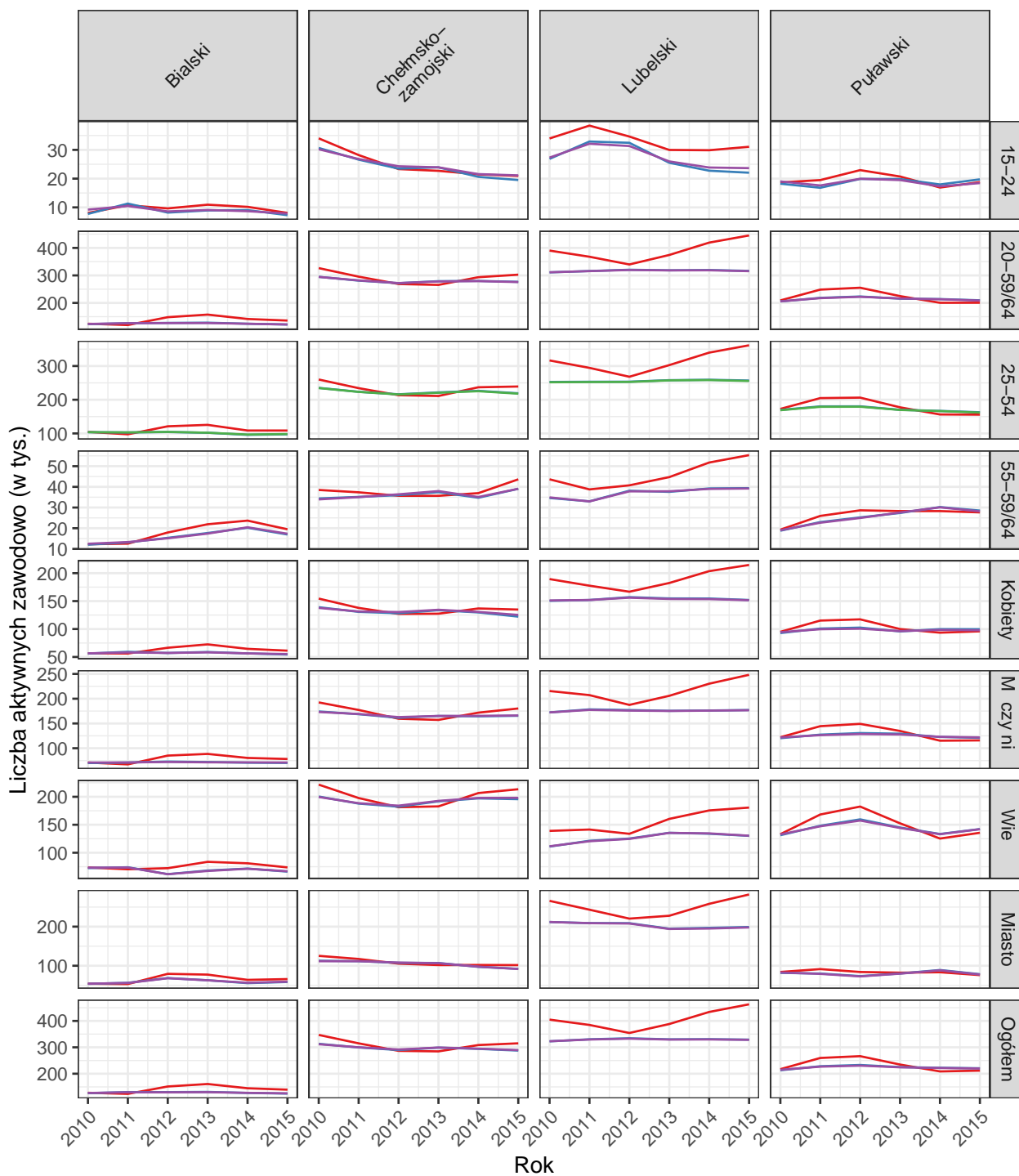


Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: ŁÓDZKIE



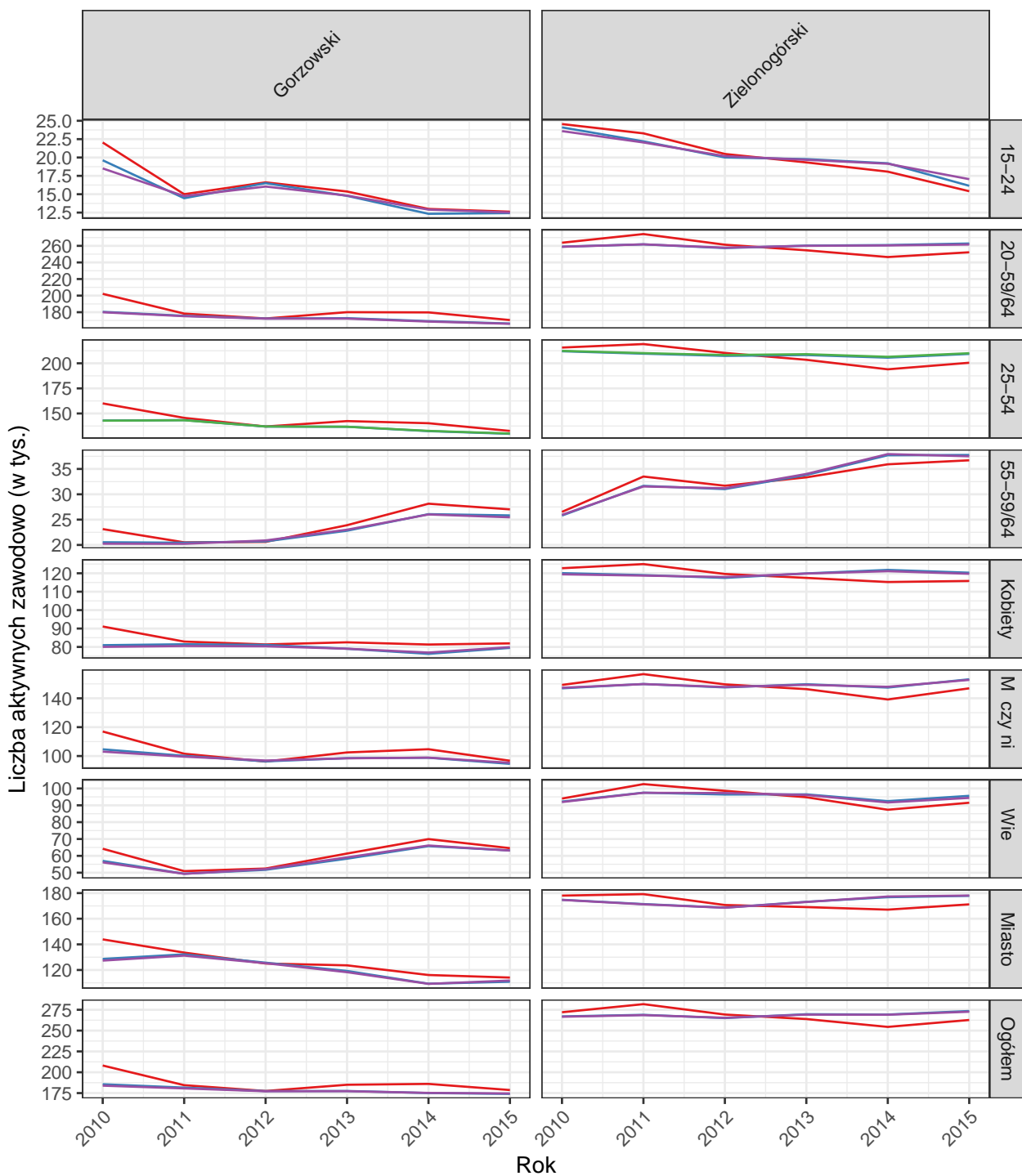
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: LUBELSKIE



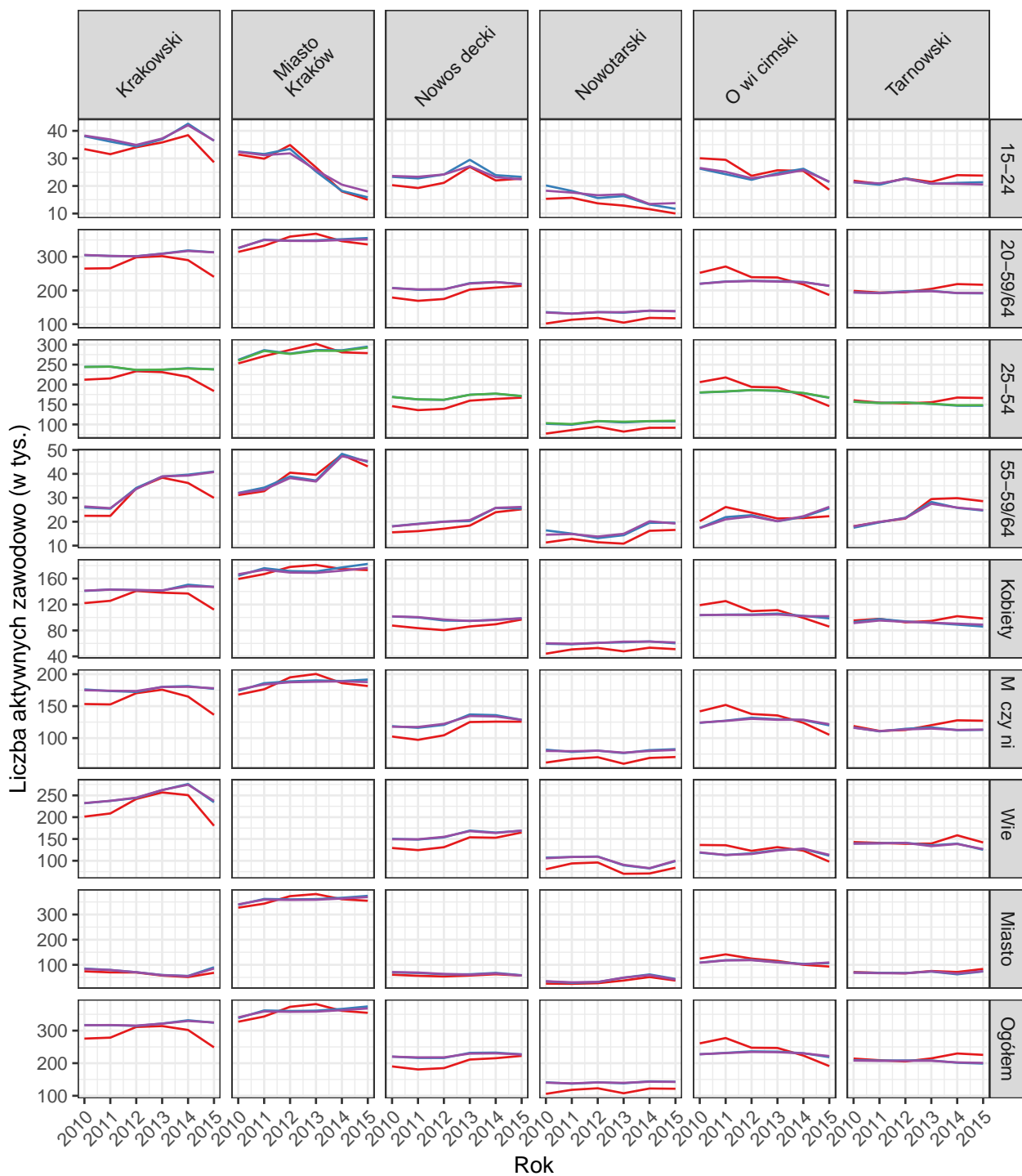
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: LUBUSKIE



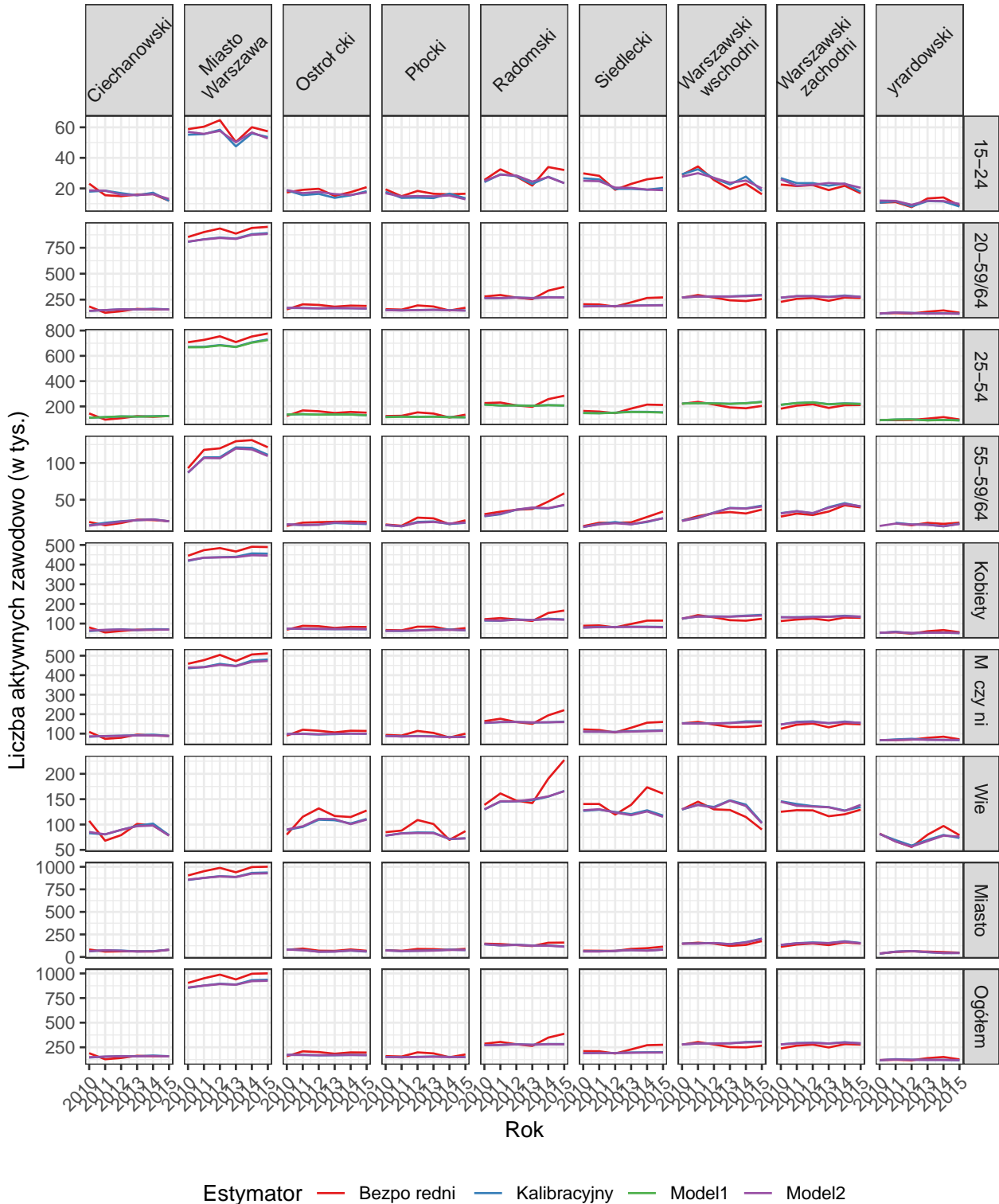
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: MAŁOPOLSKIE

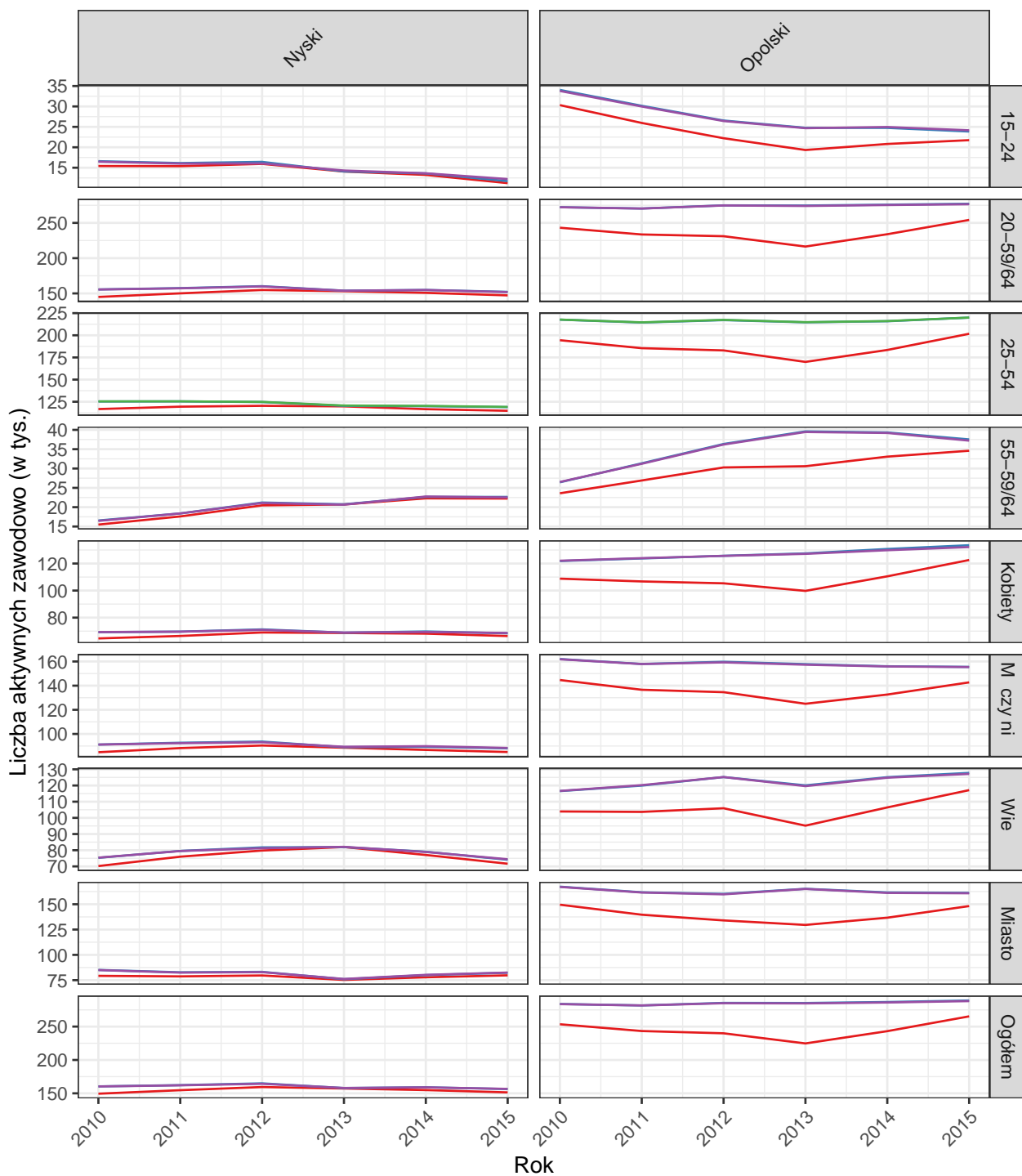


Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: MAZOWIECKIE

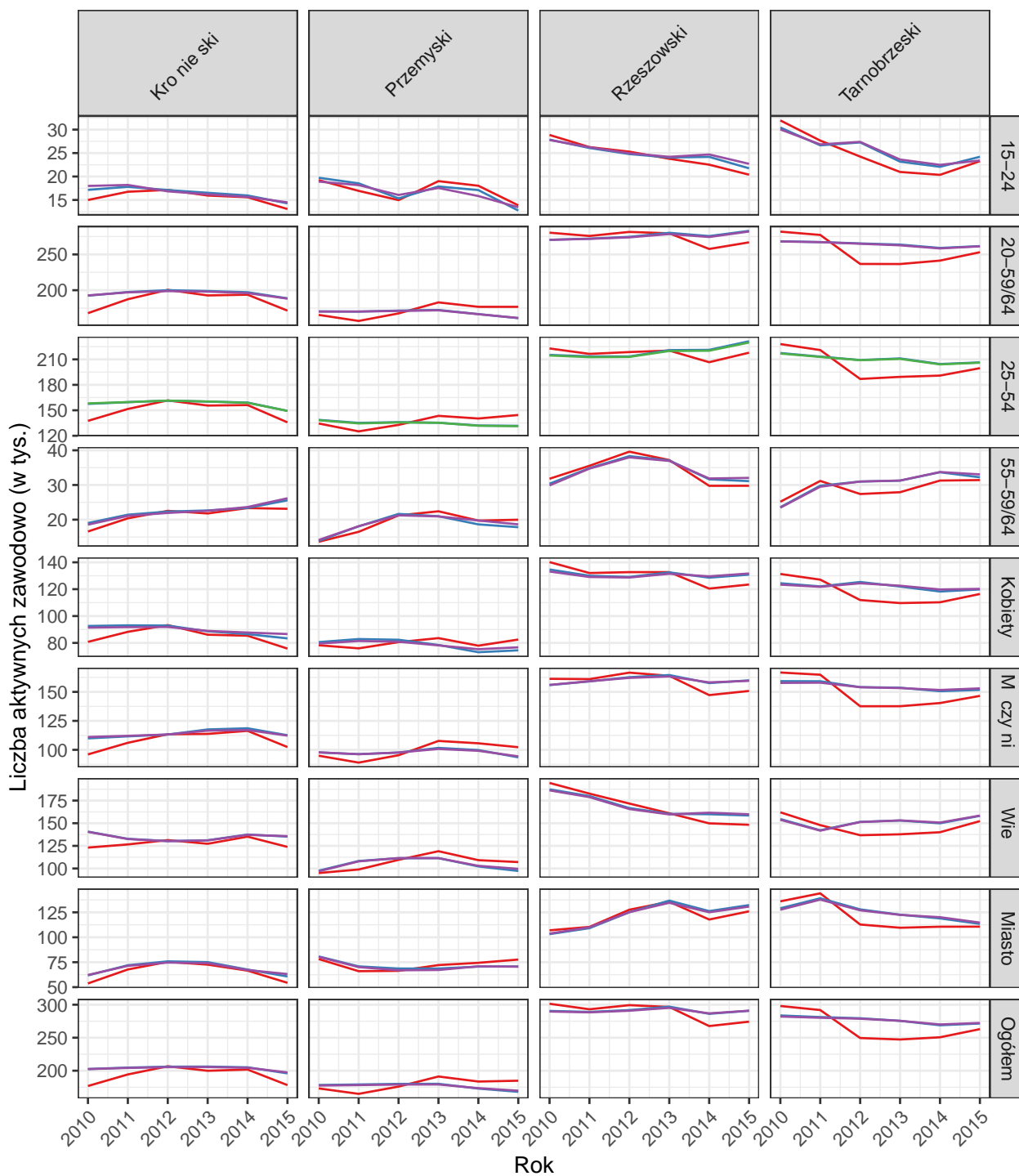


Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: OPOLSKIE



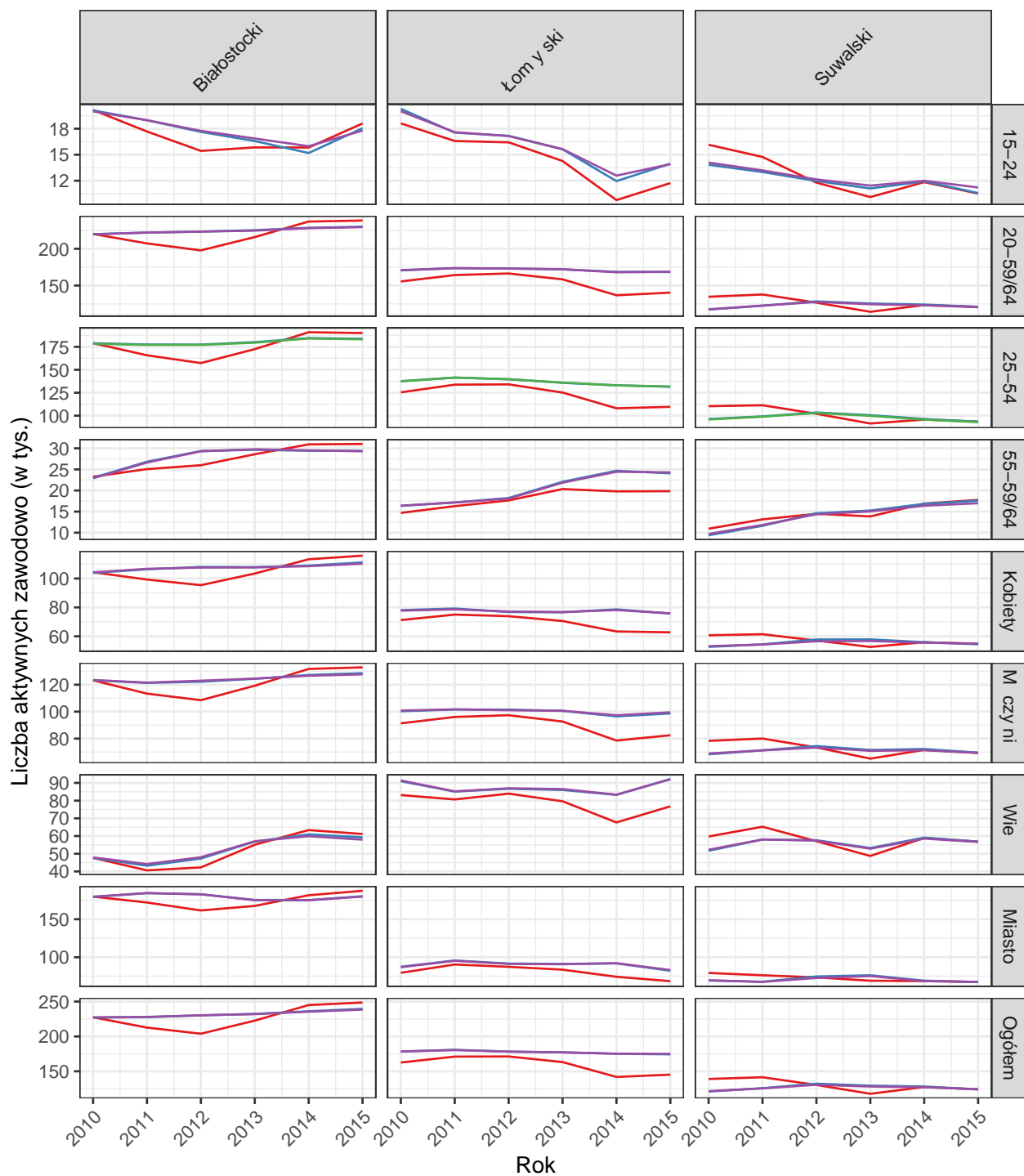
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

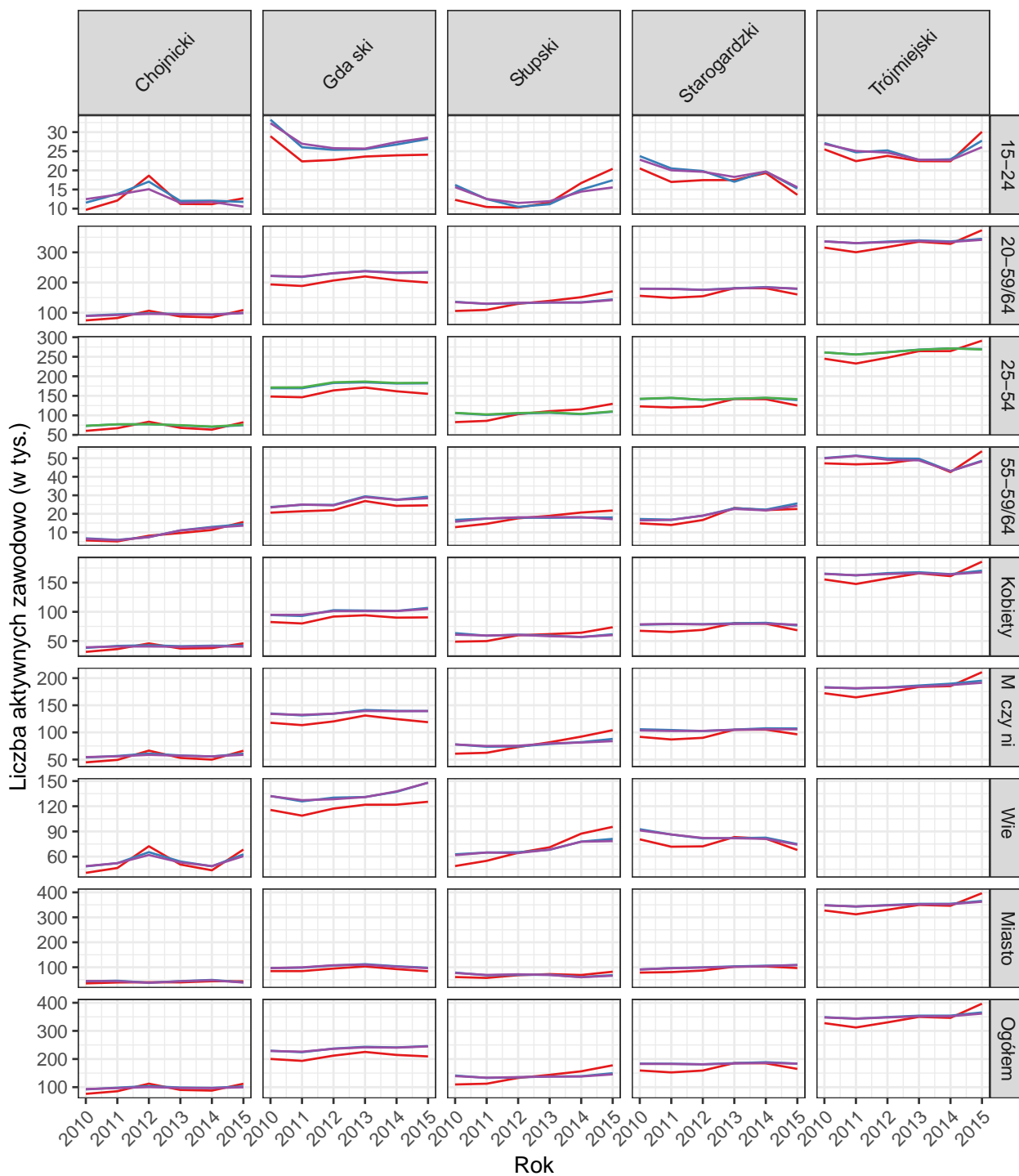
Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: PODLASKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

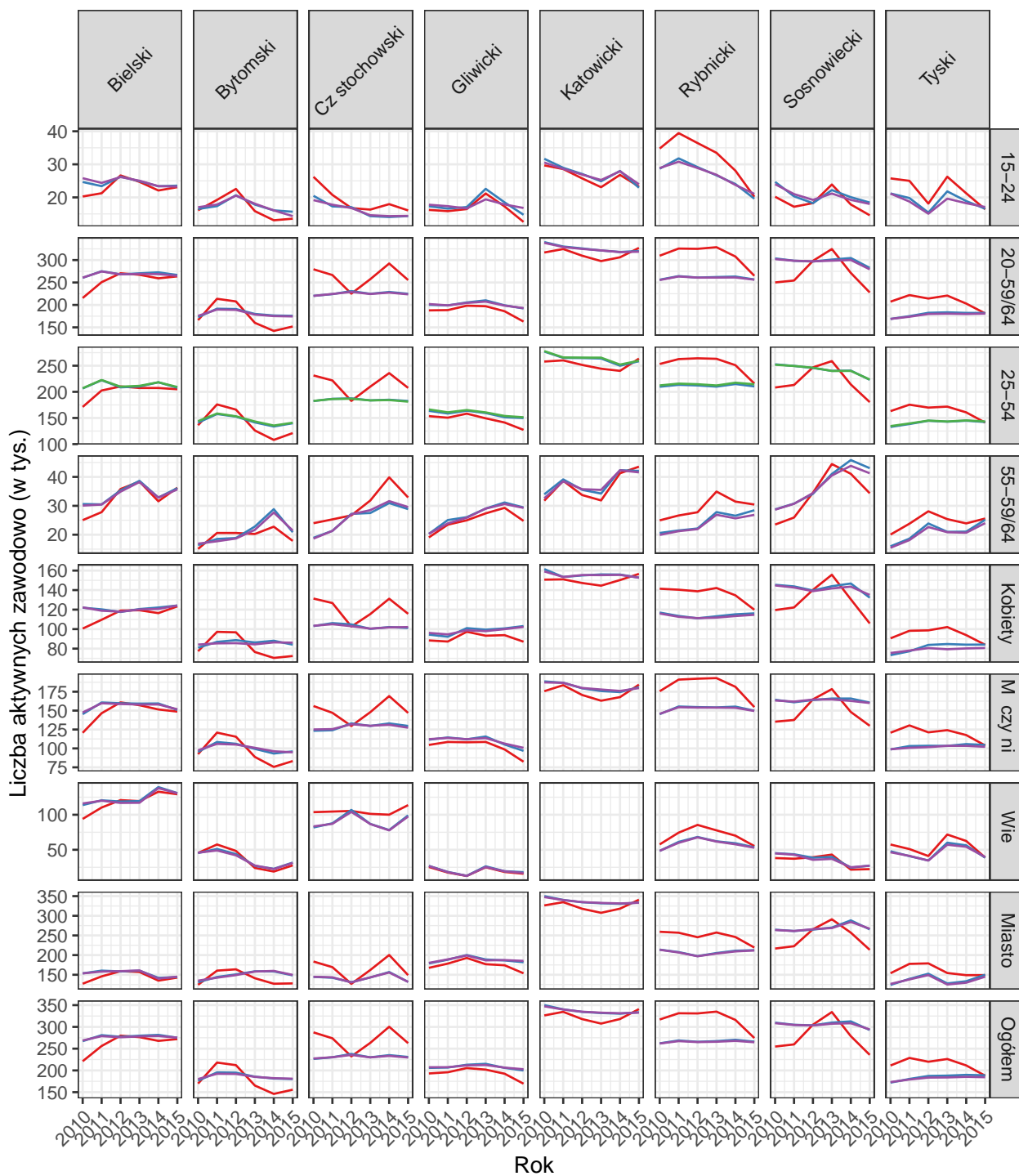


Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: POMORSKIE



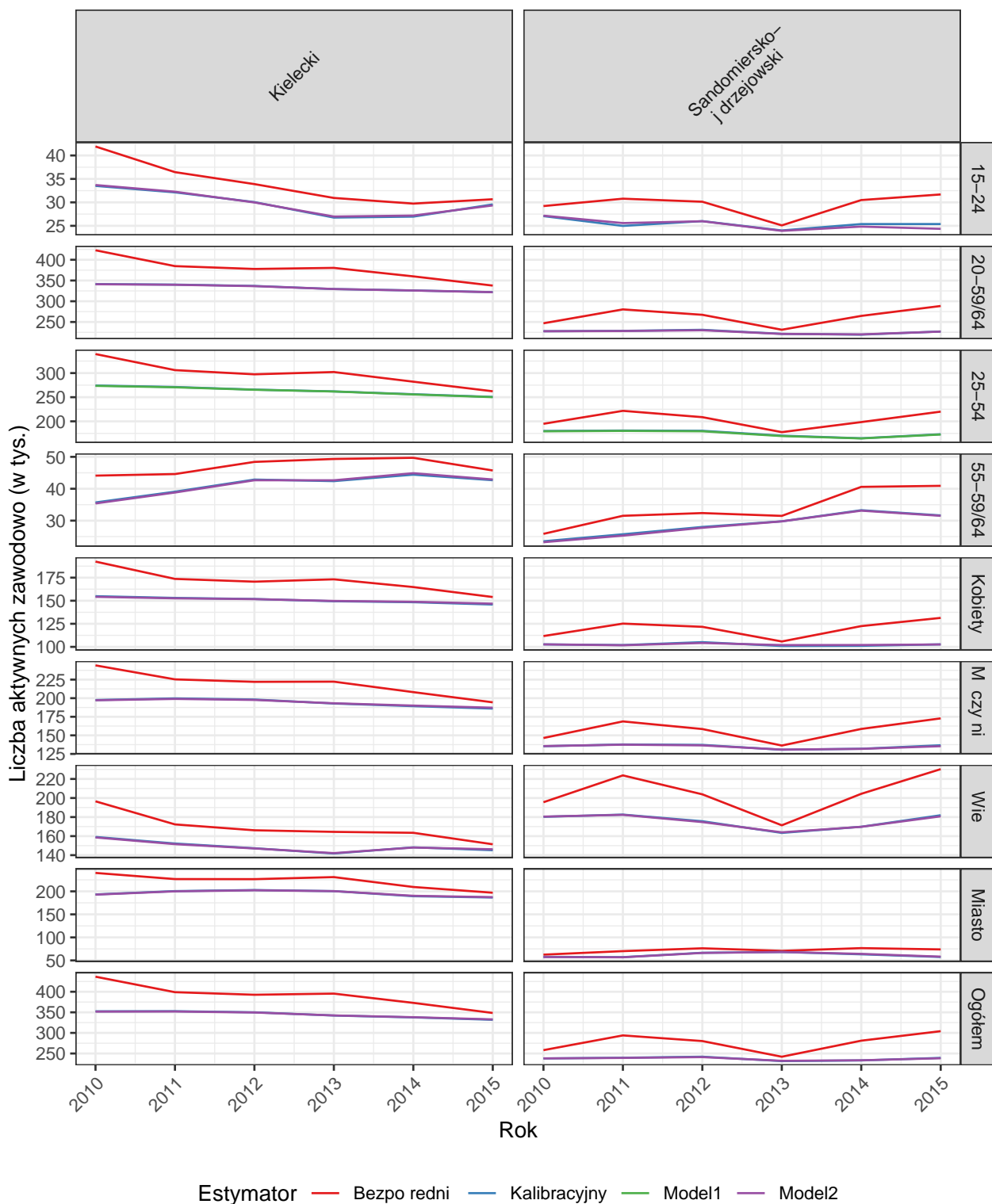
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: L SKIE

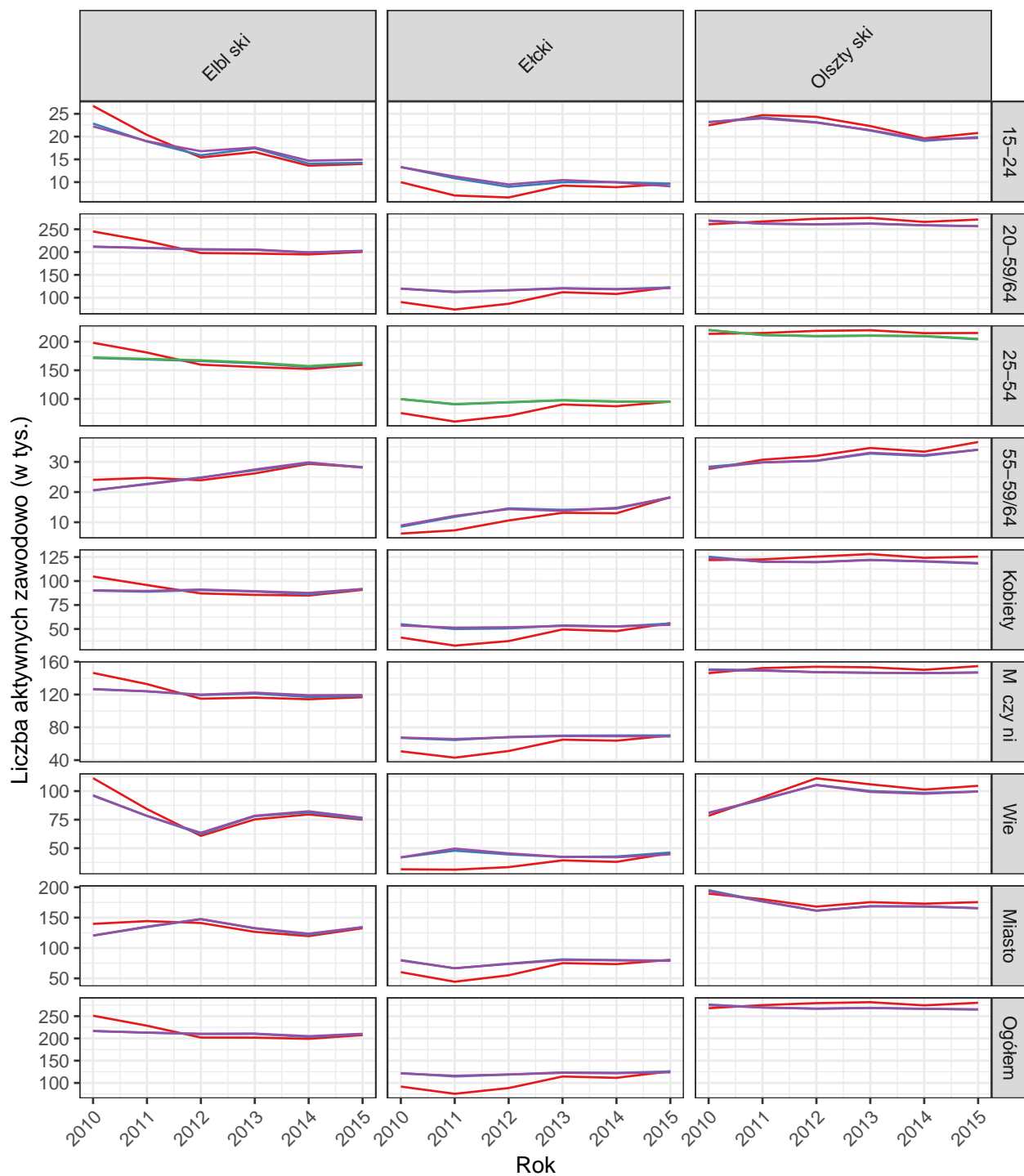


Estymator — Beppo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: WI TOKRZYSKIE

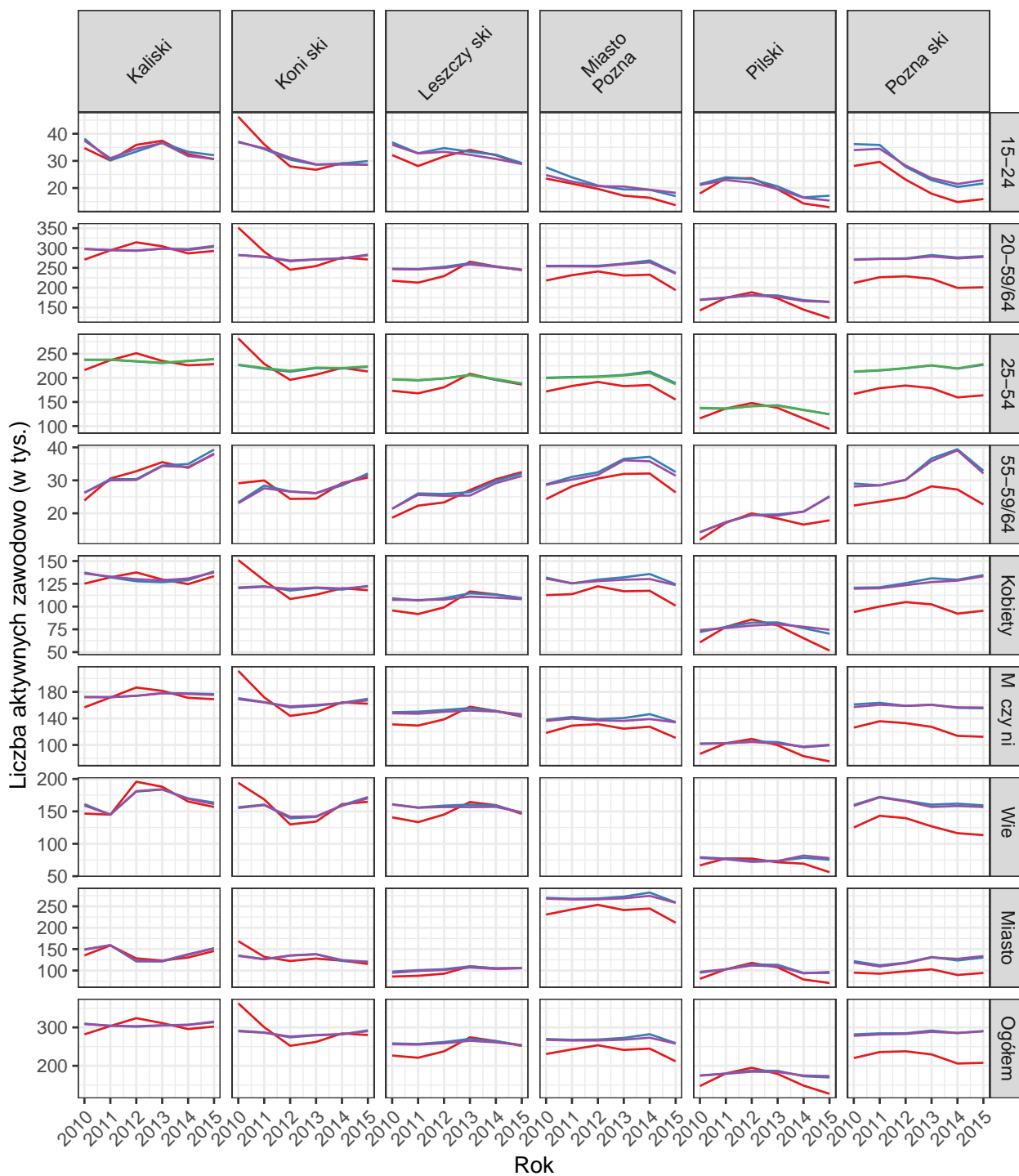


Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: WARMI SKO-MAZURSKIE



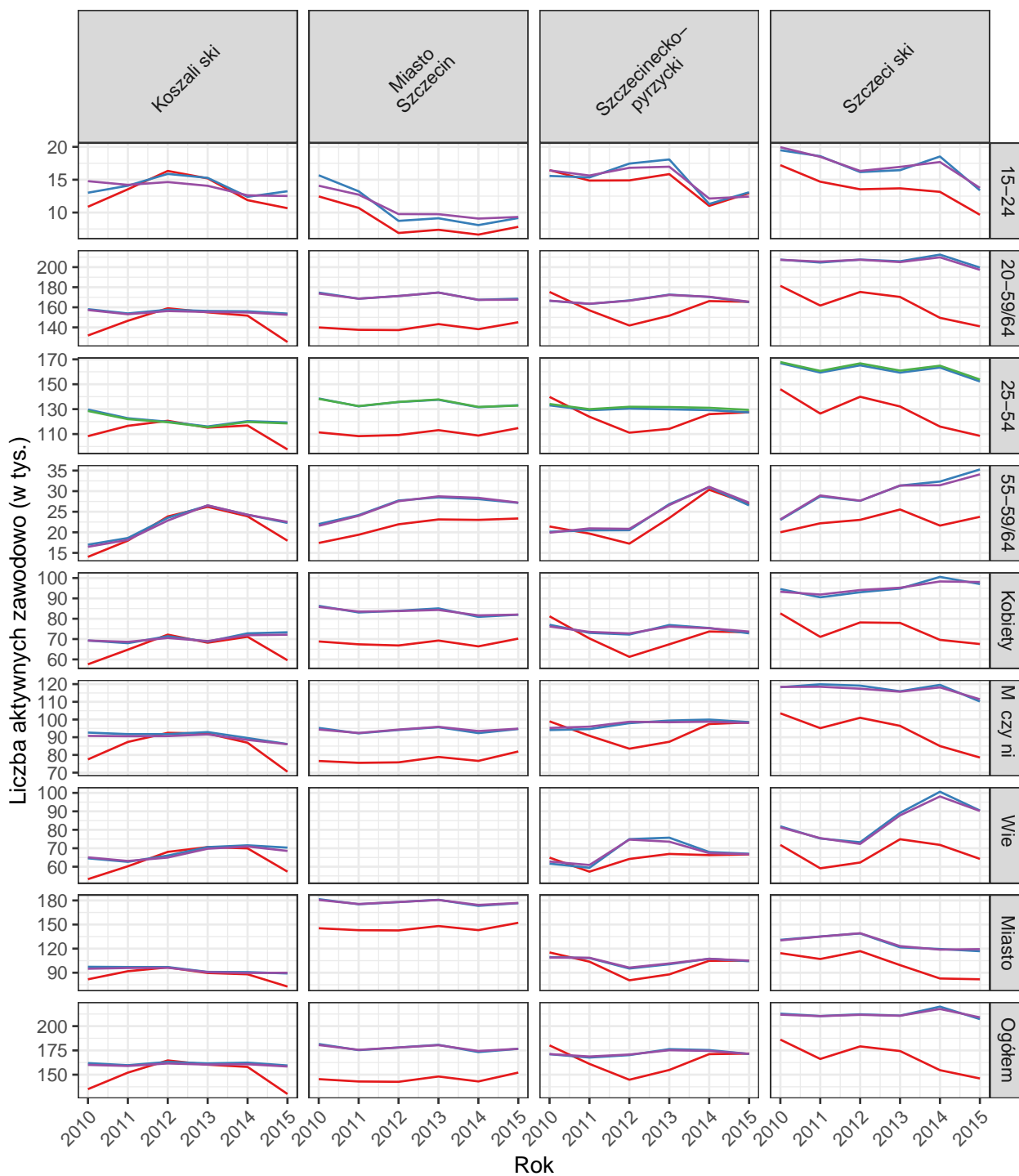
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



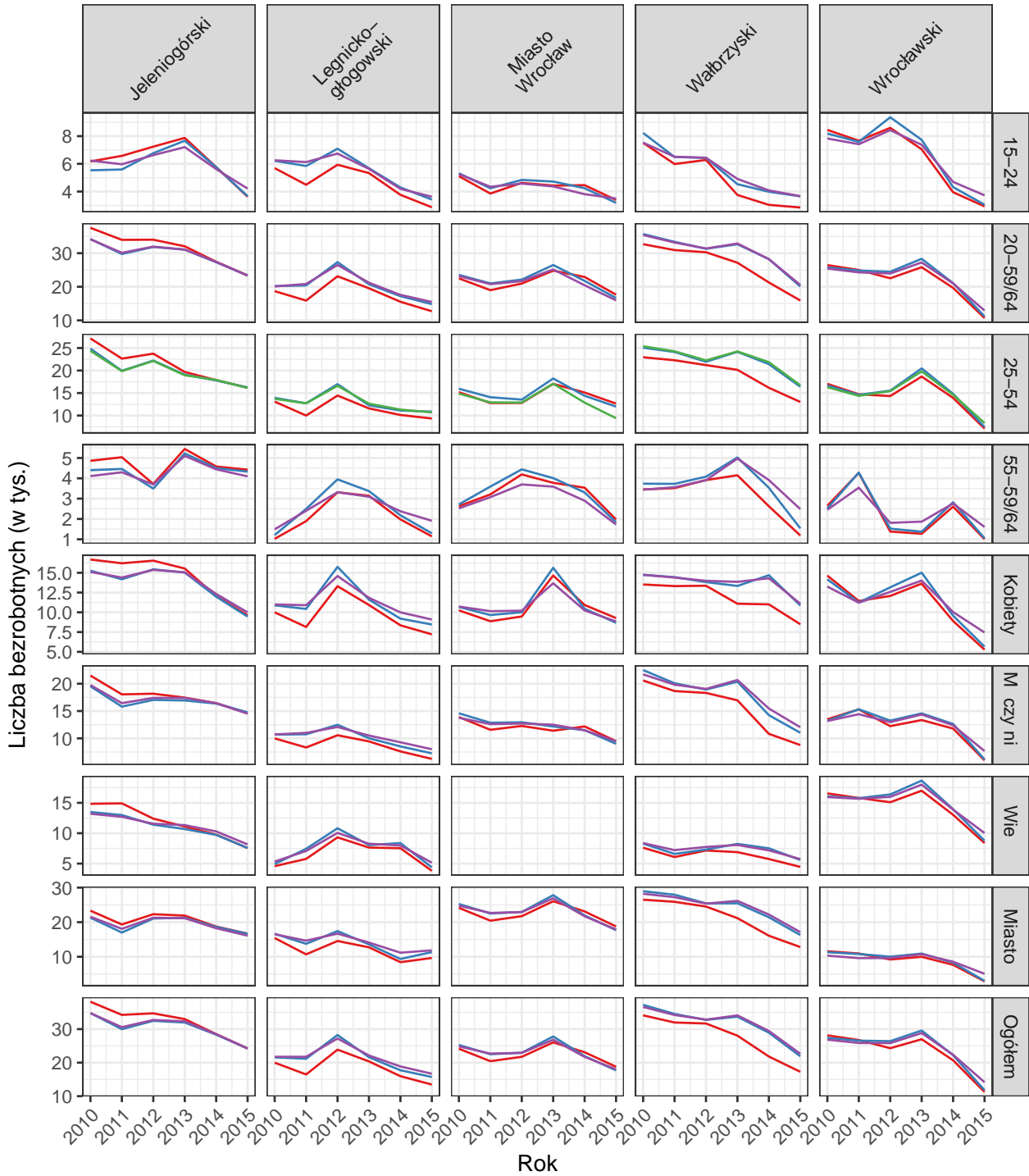
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla aktywnych zawodowo  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



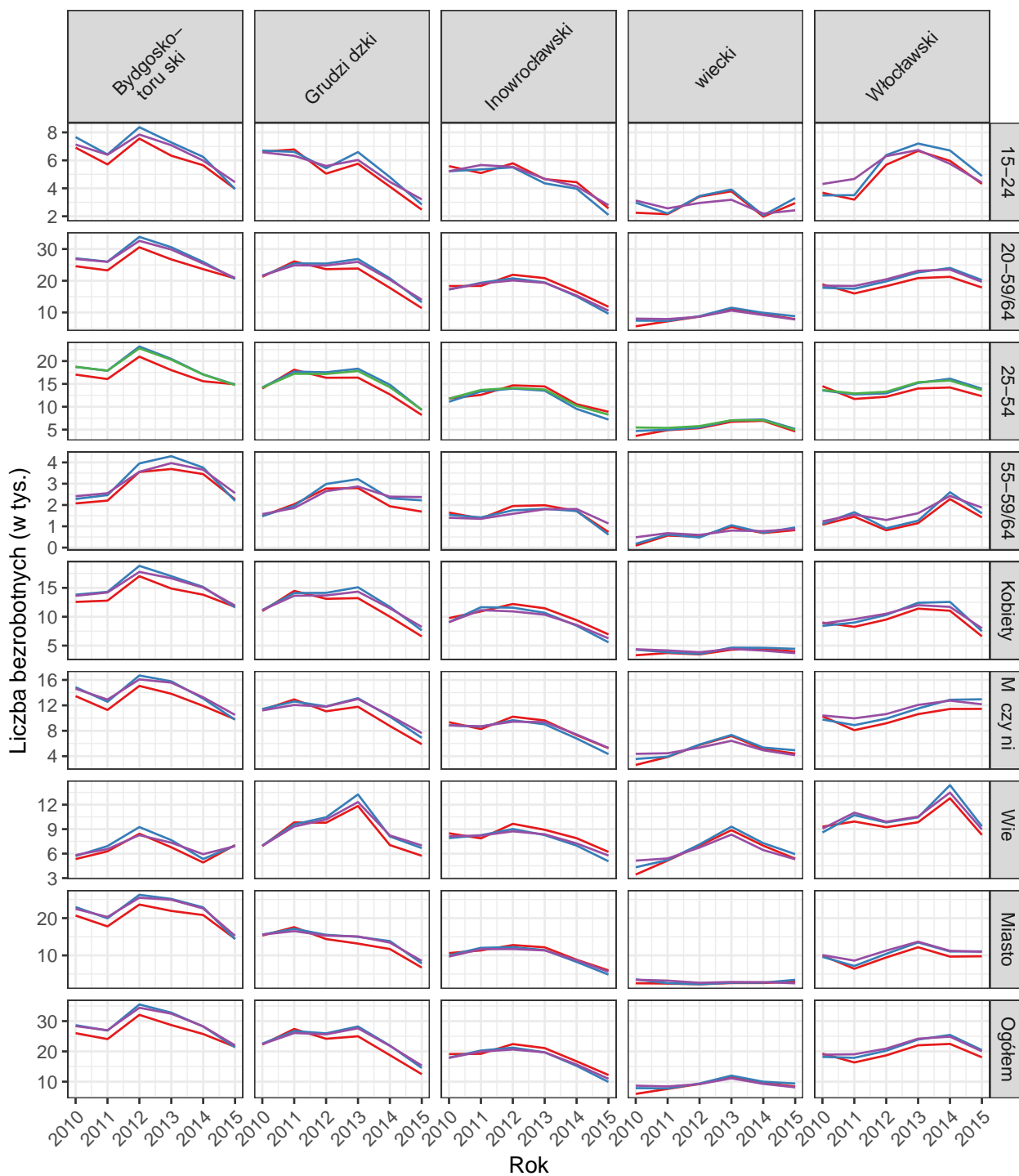
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: DOLNO L SKIE



Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

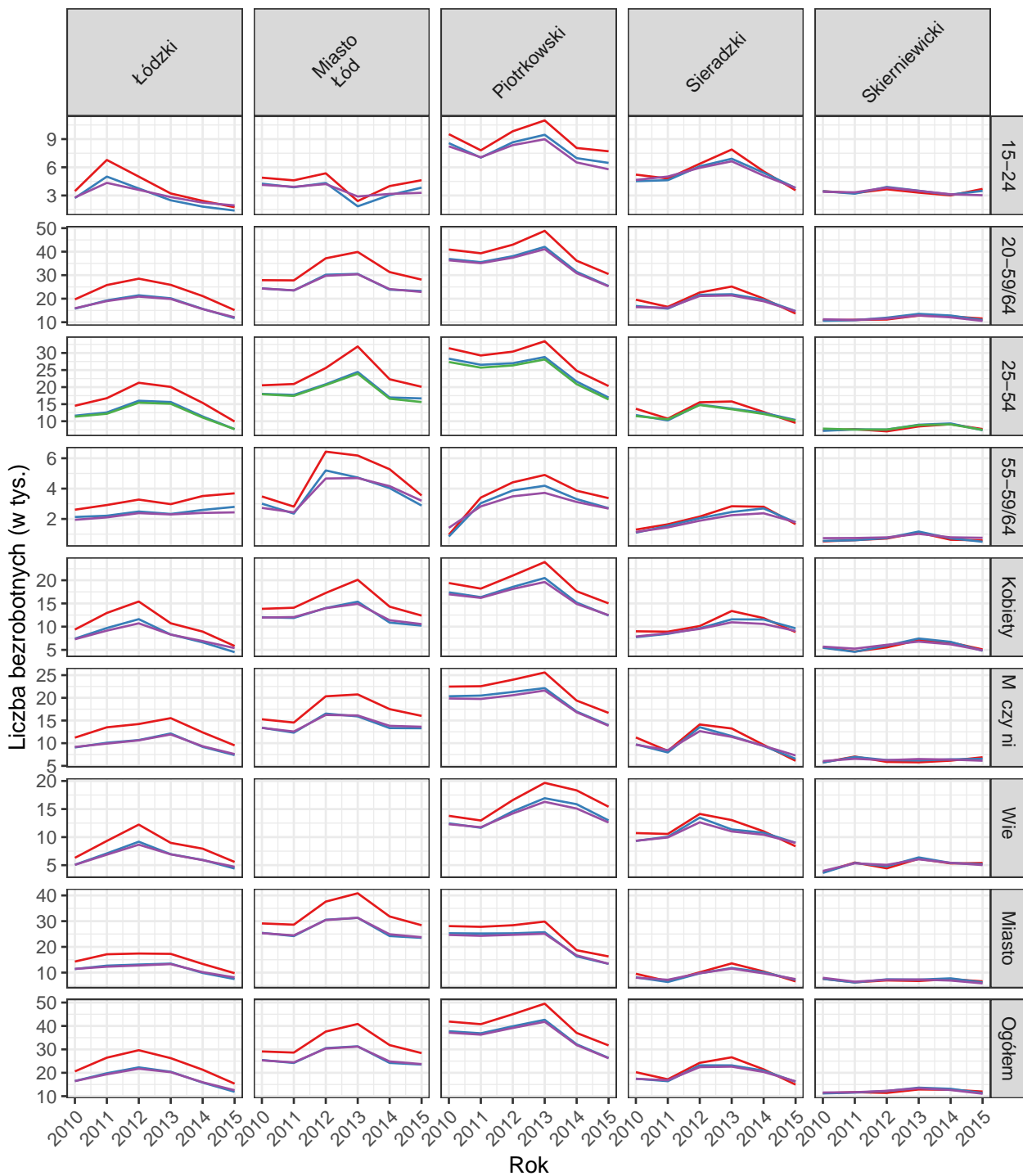
Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



Estymator — Bezo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

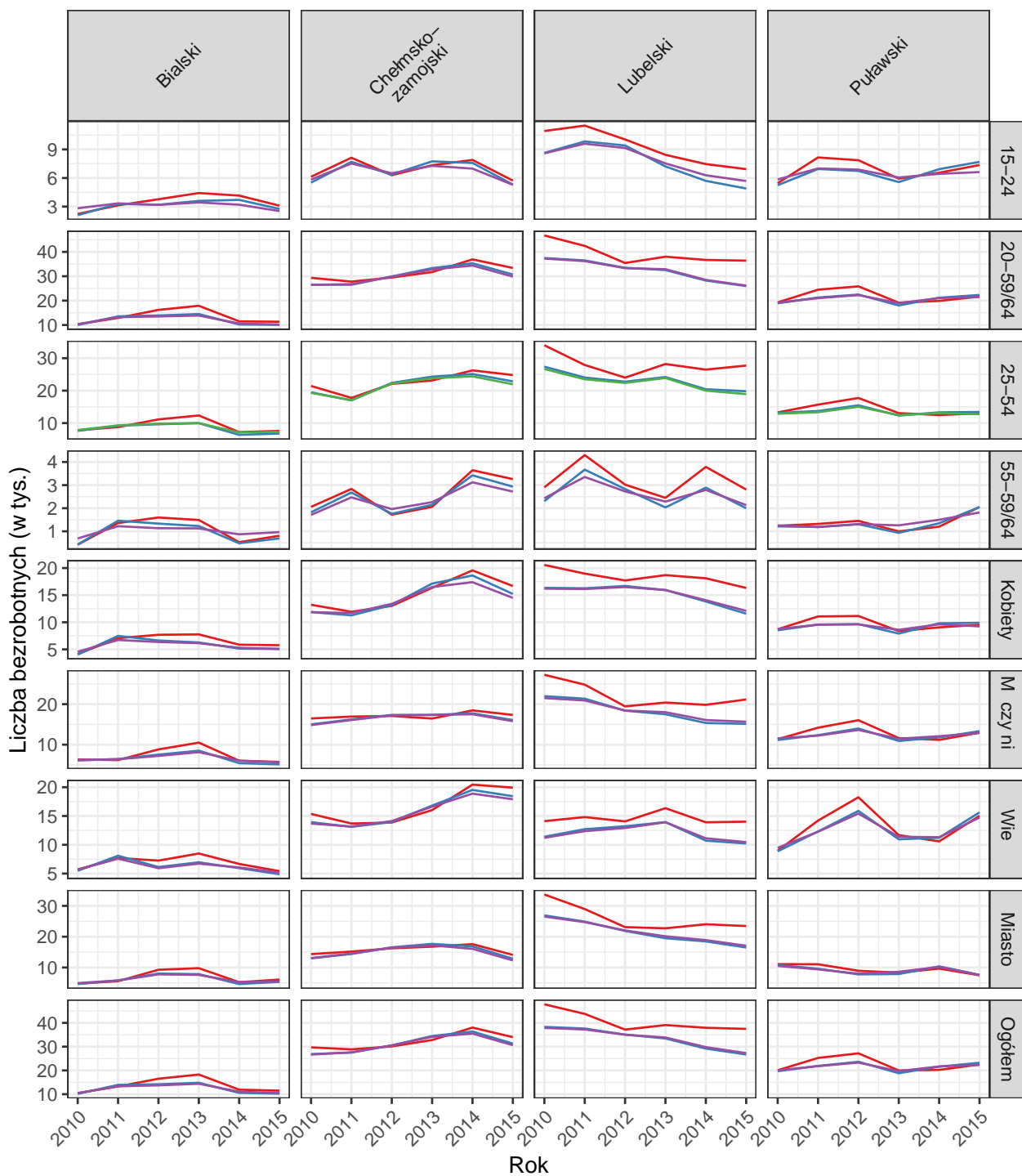


Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: ŁÓDZKIE



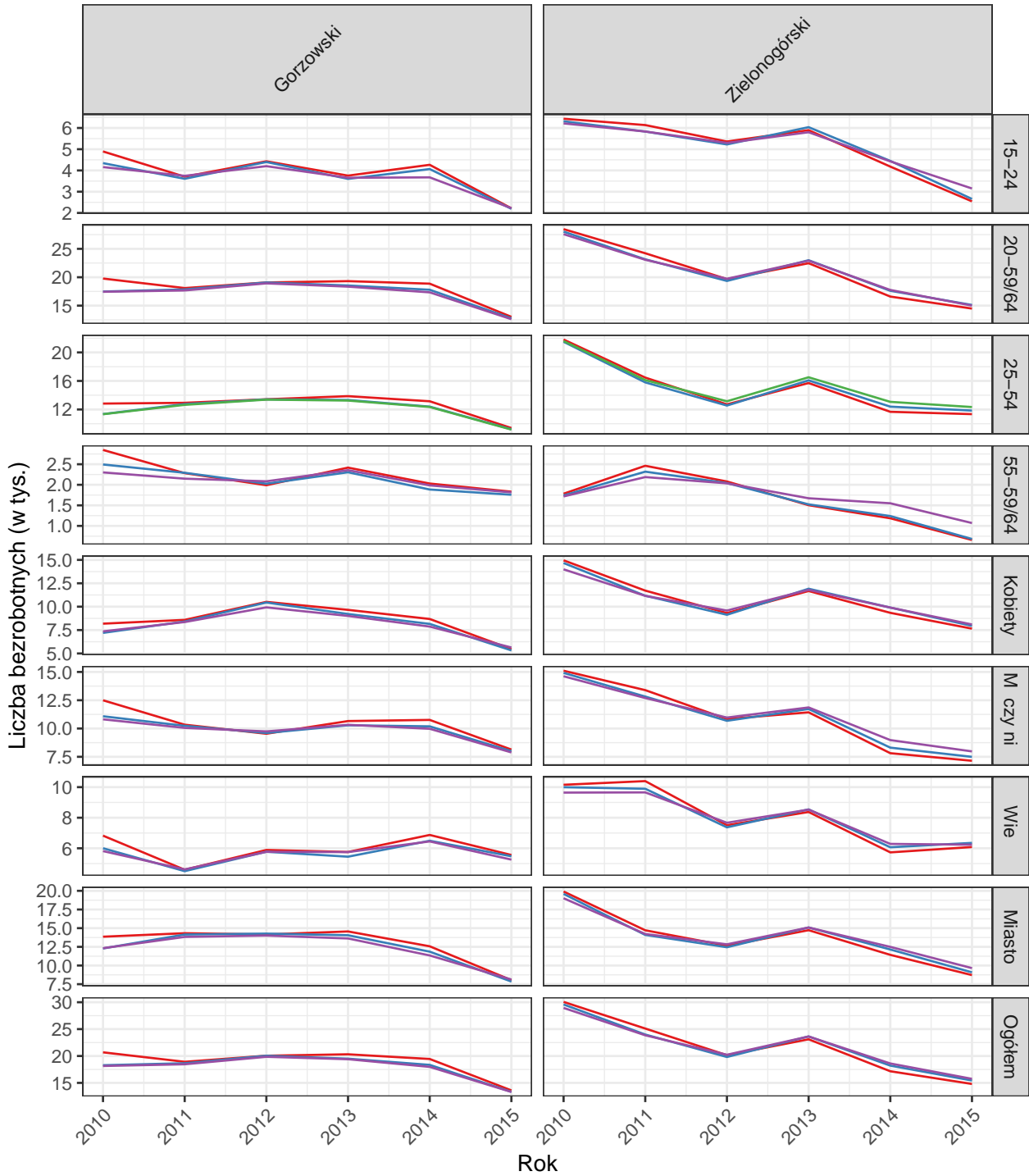
Estymator — Bezo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: LUBELSKIE

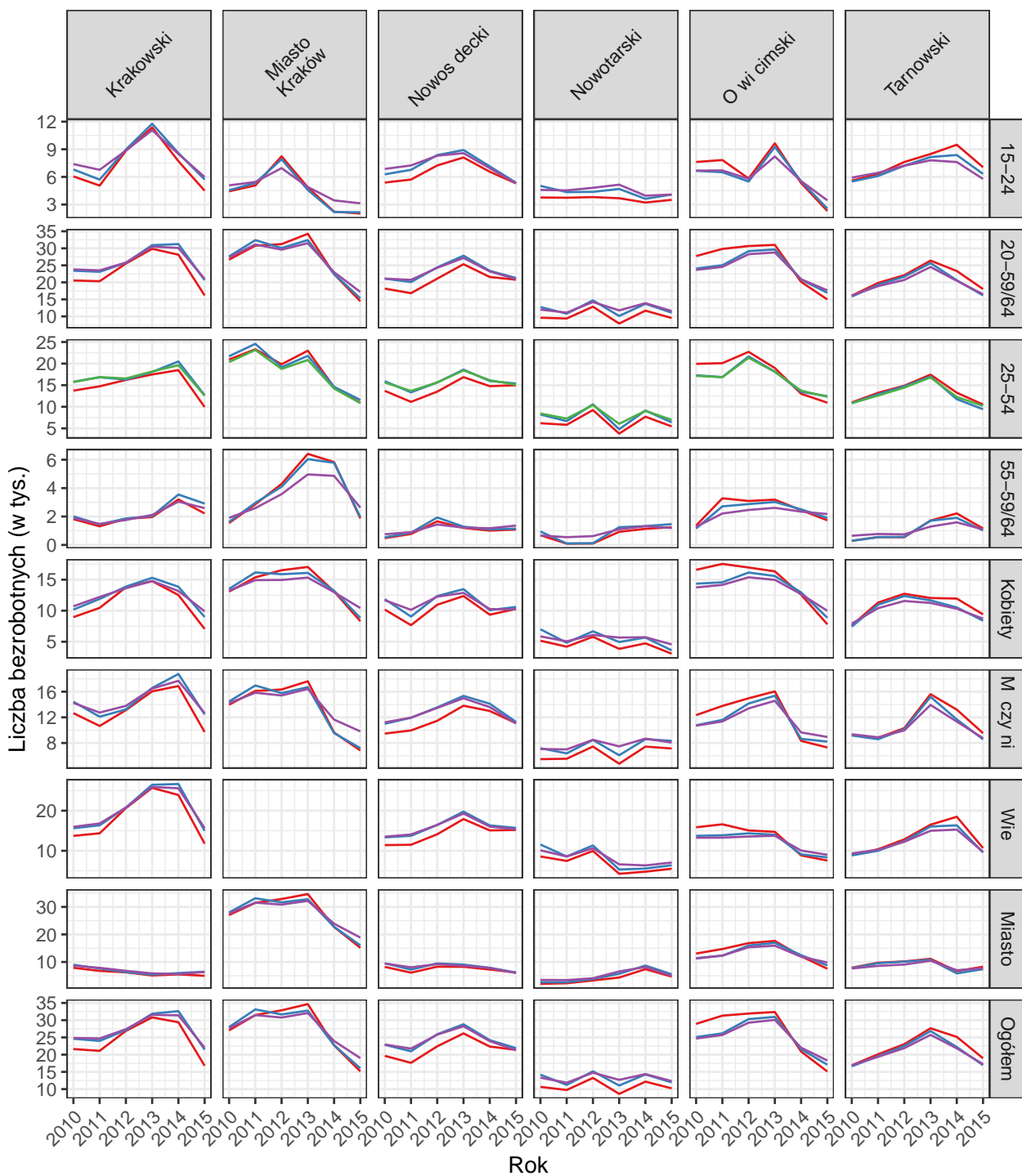


Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: LUBUSKIE

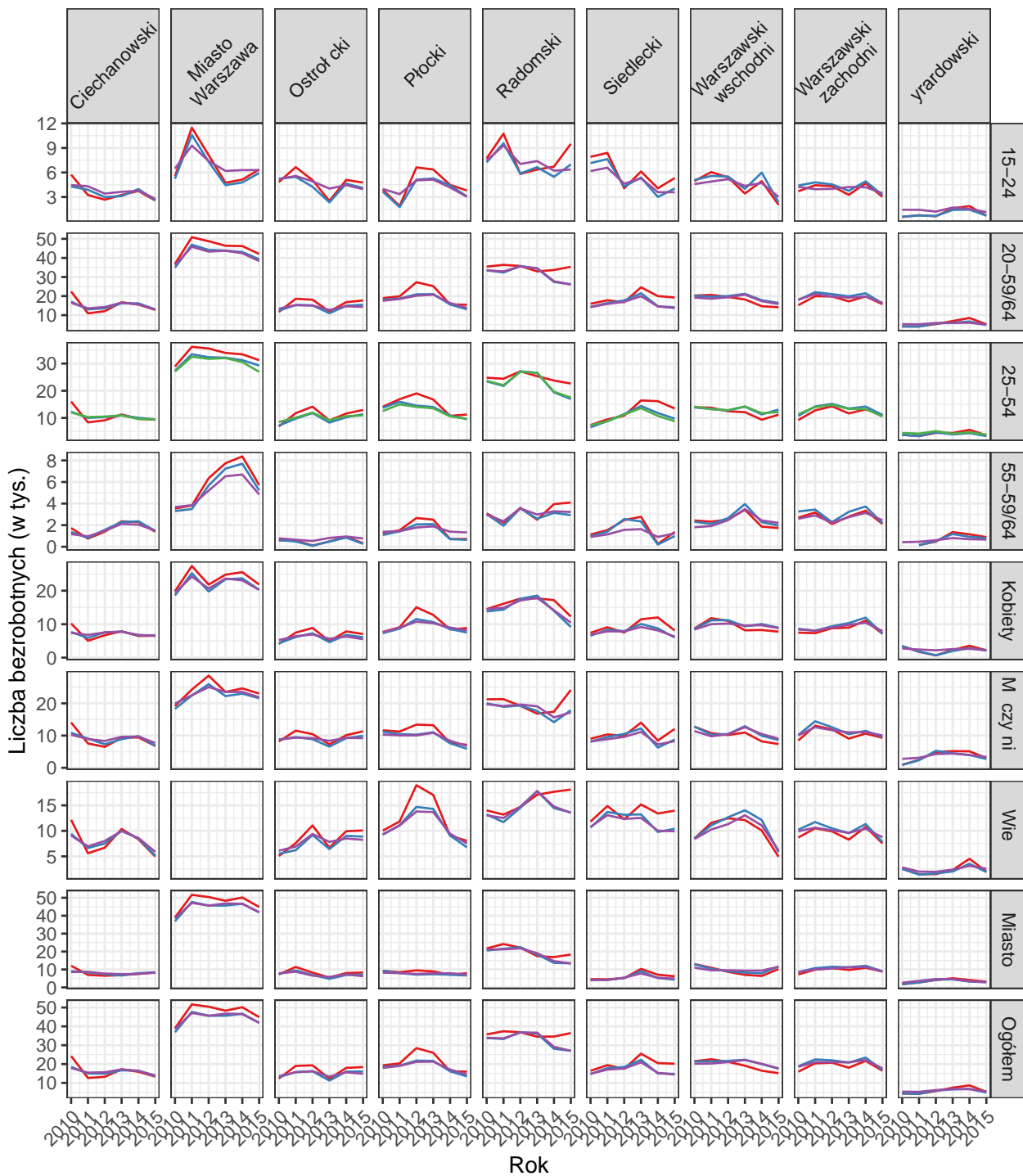


Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: MAŁOPOLSKIE



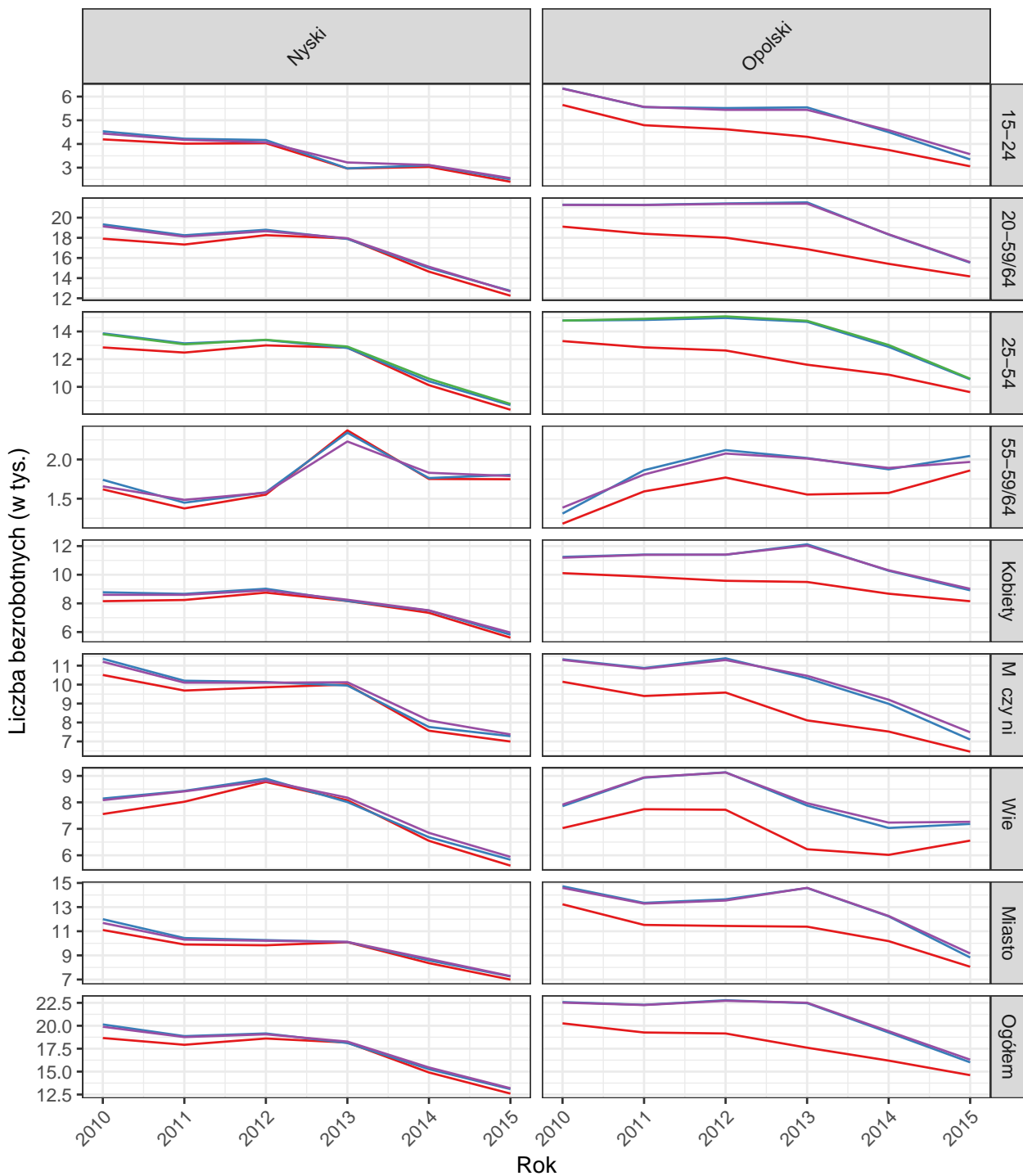
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: MAZOWIECKIE



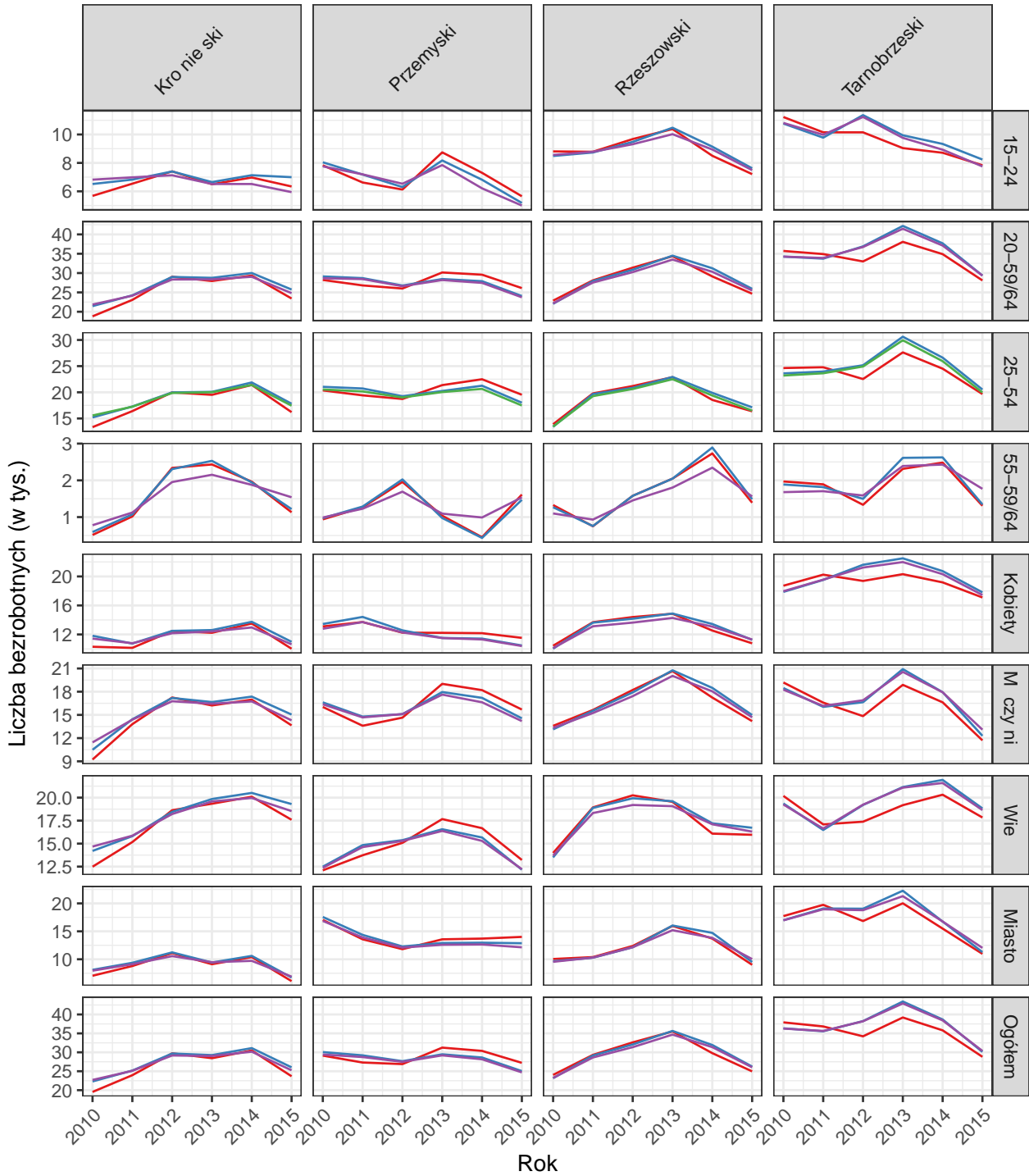
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: OPOLSKIE



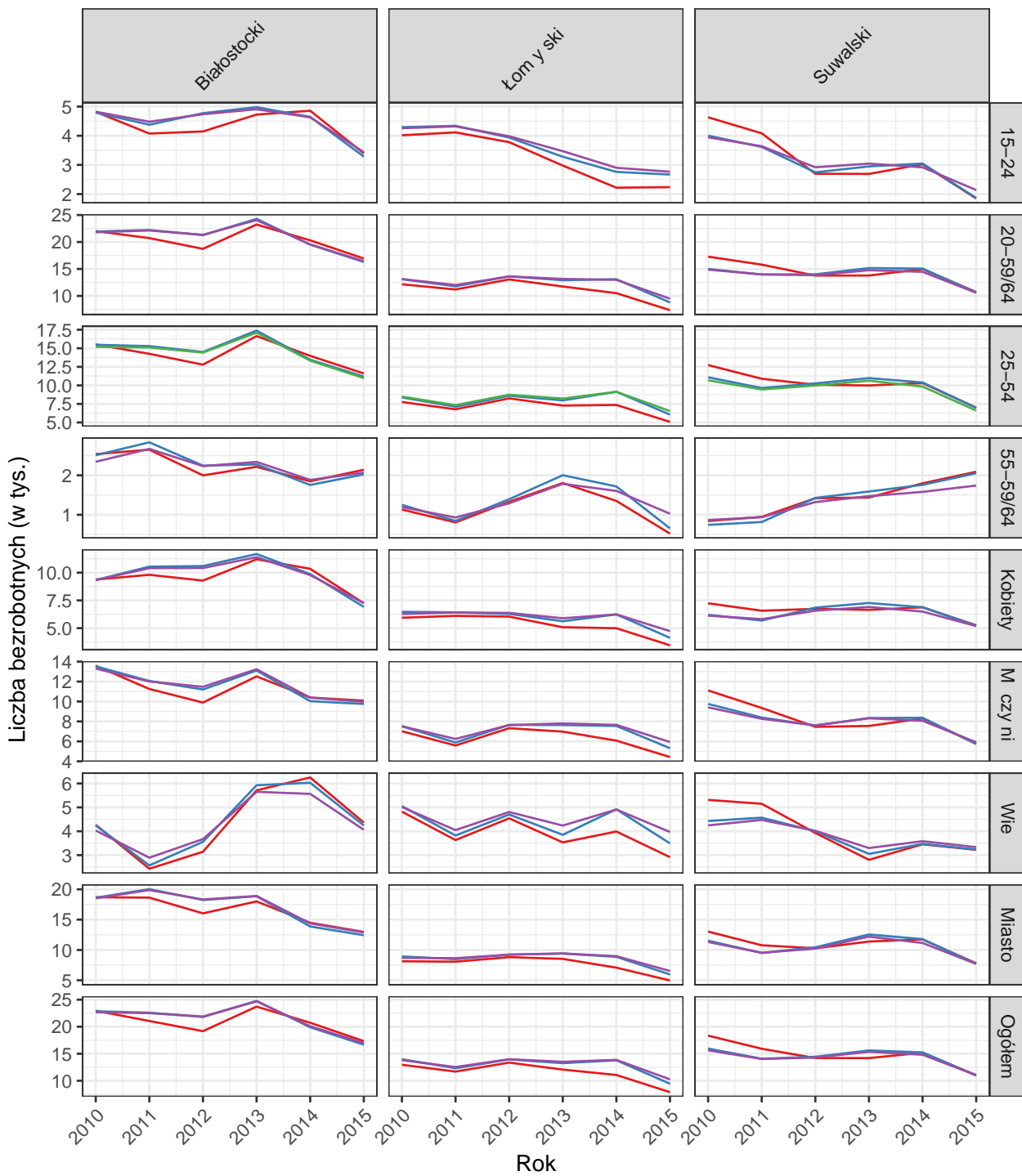
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

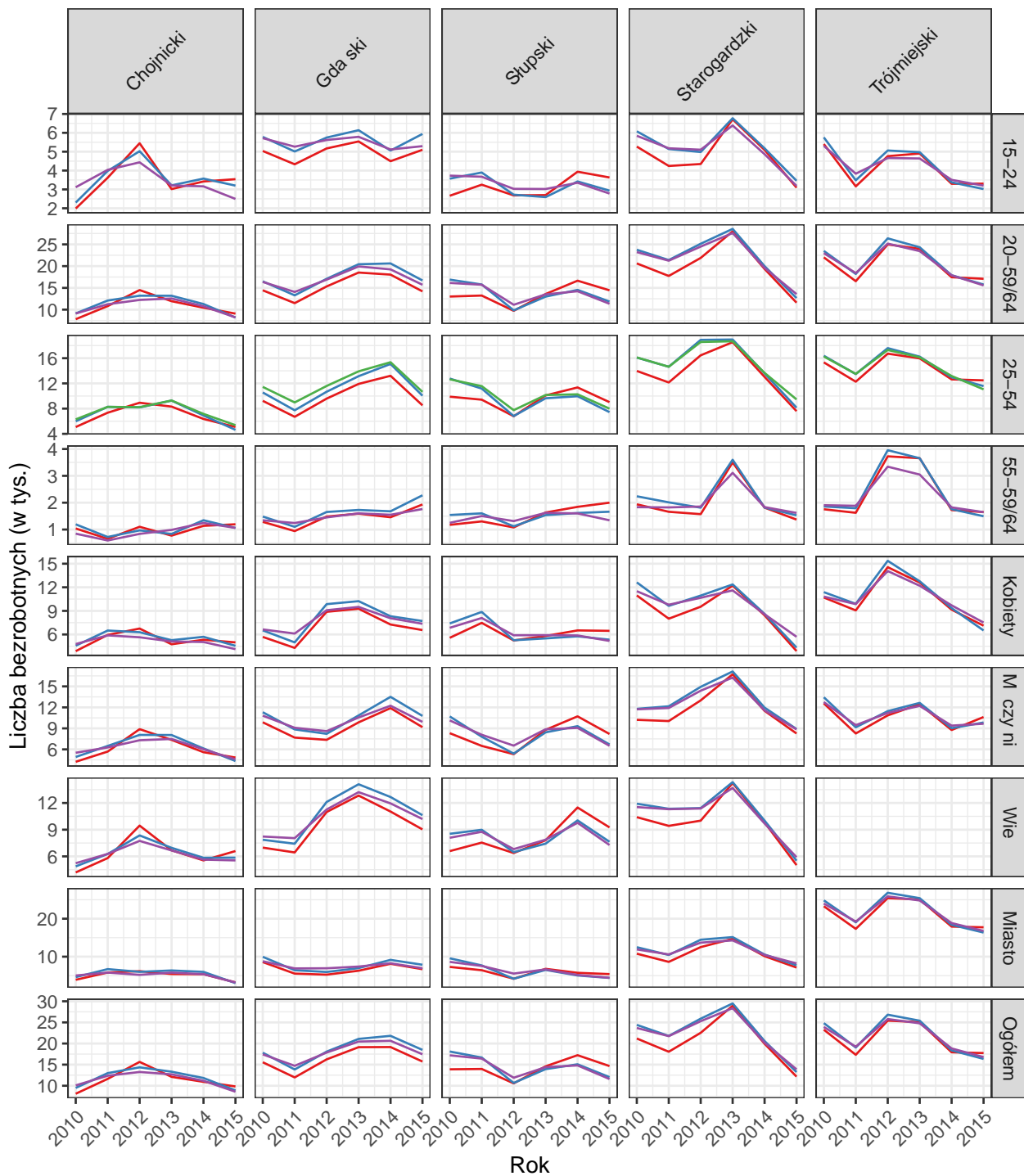
Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: PODLASKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

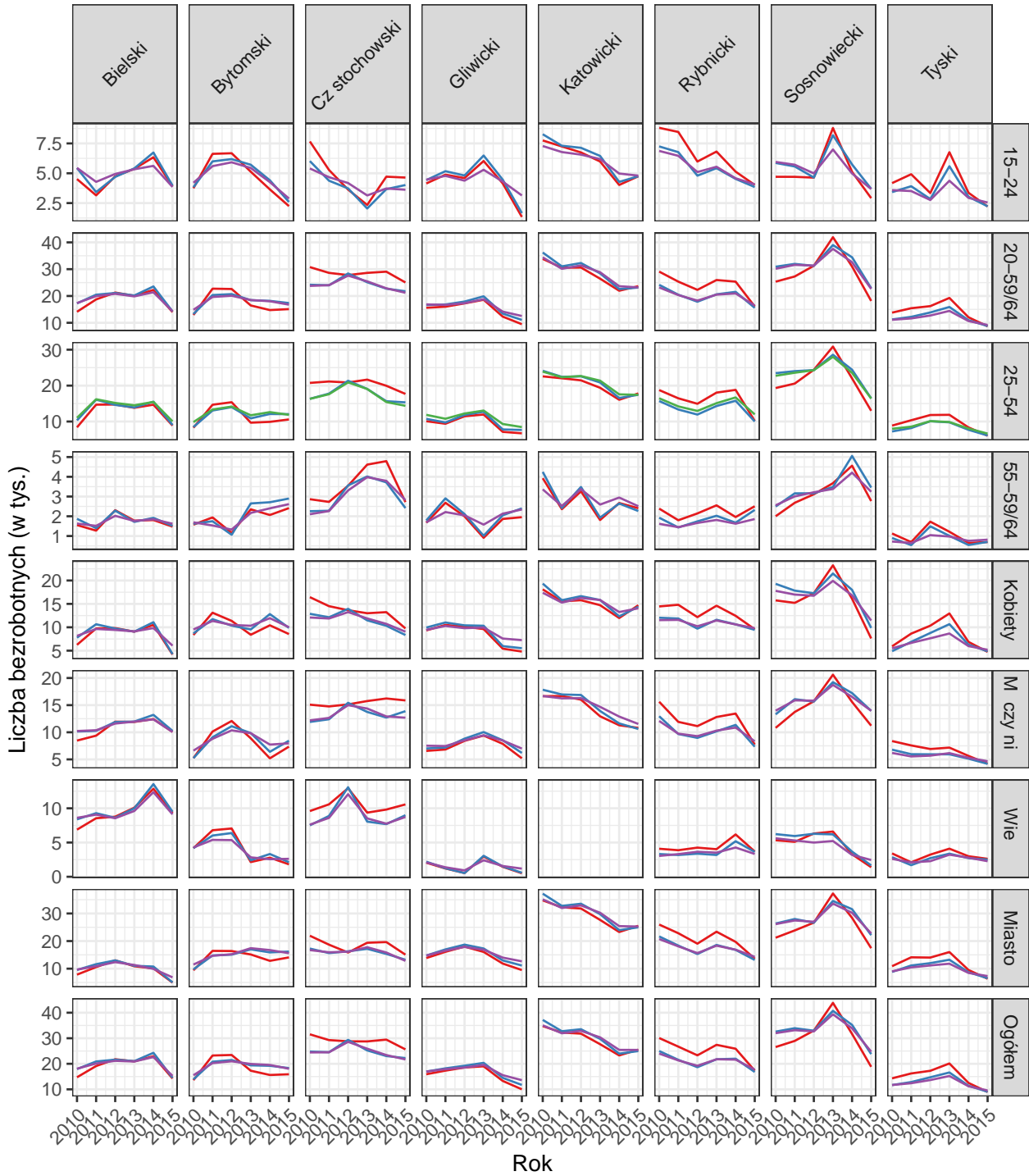


Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: POMORSKIE



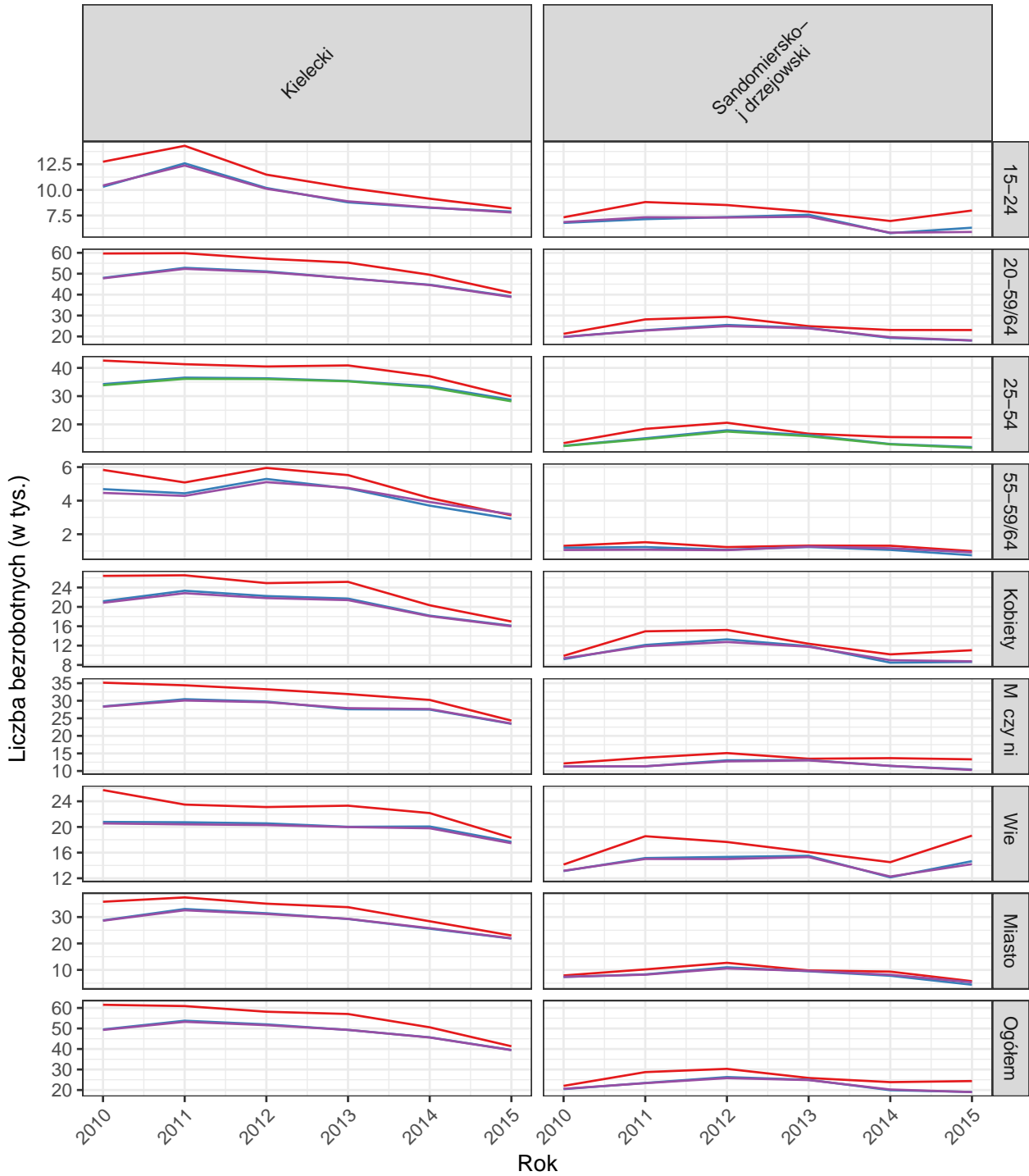
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: L SKIE



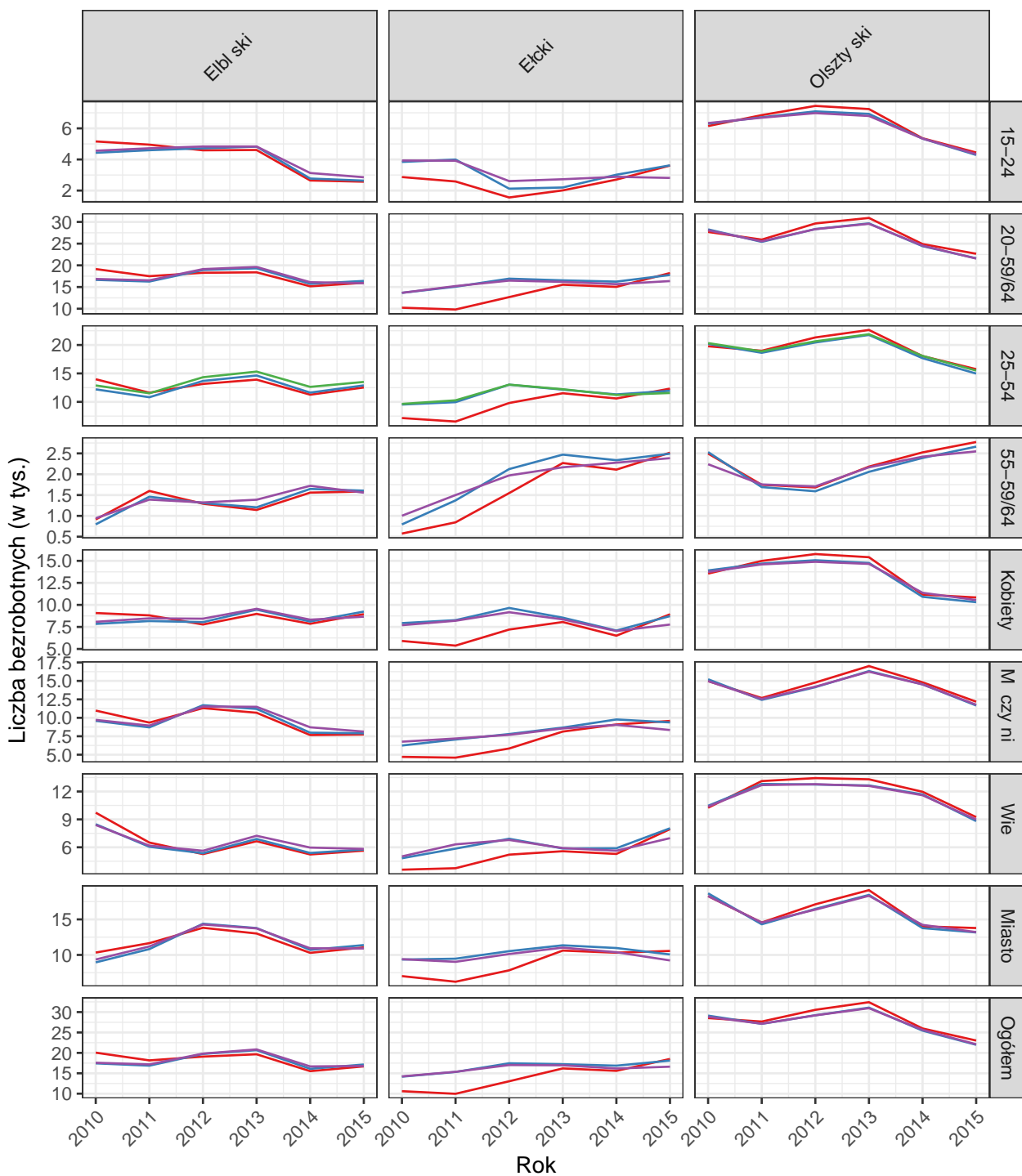
Estymator — Beppo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: WI TOKRZYSKIE



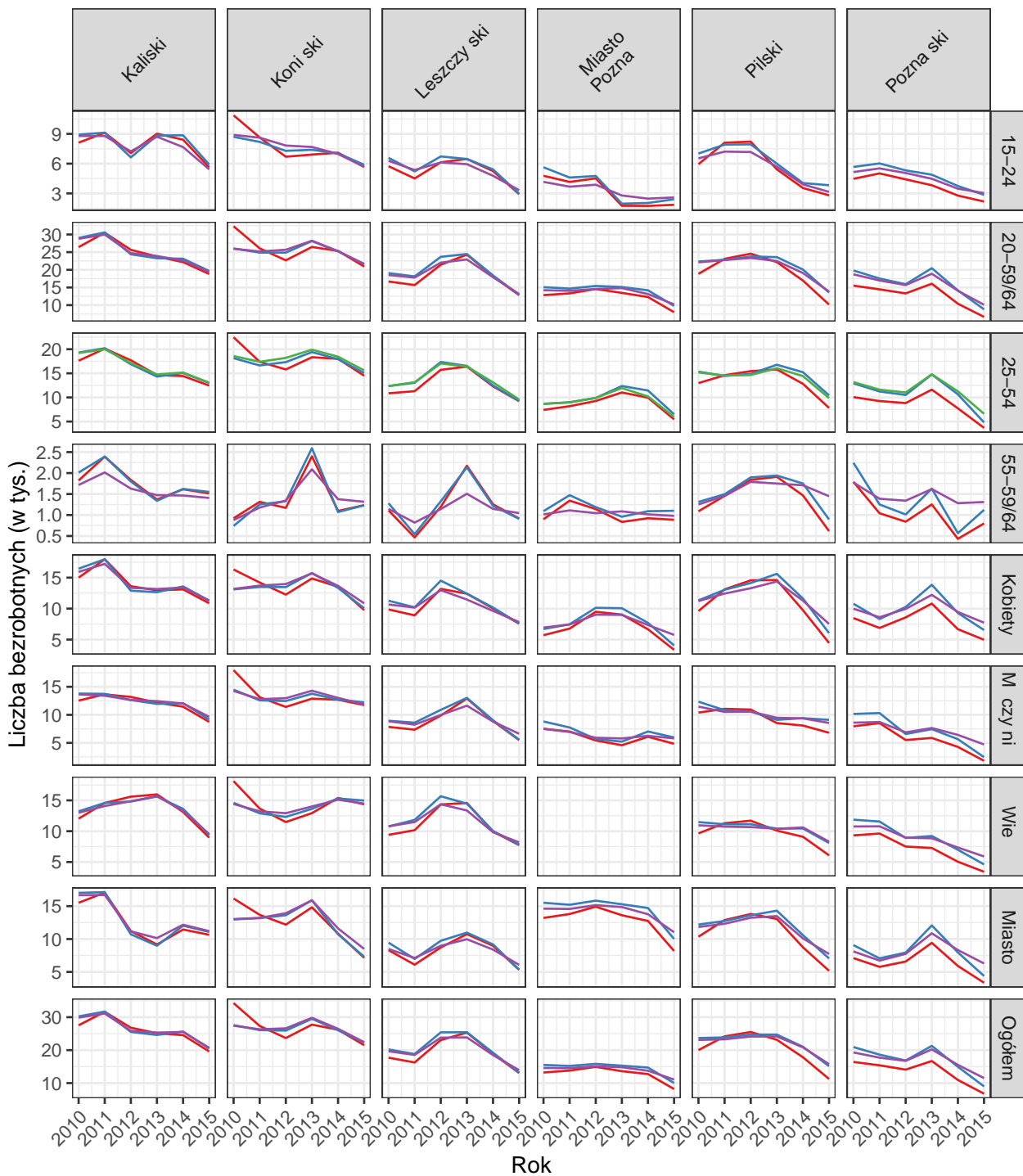
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: WARMI SKO-MAZURSKIE



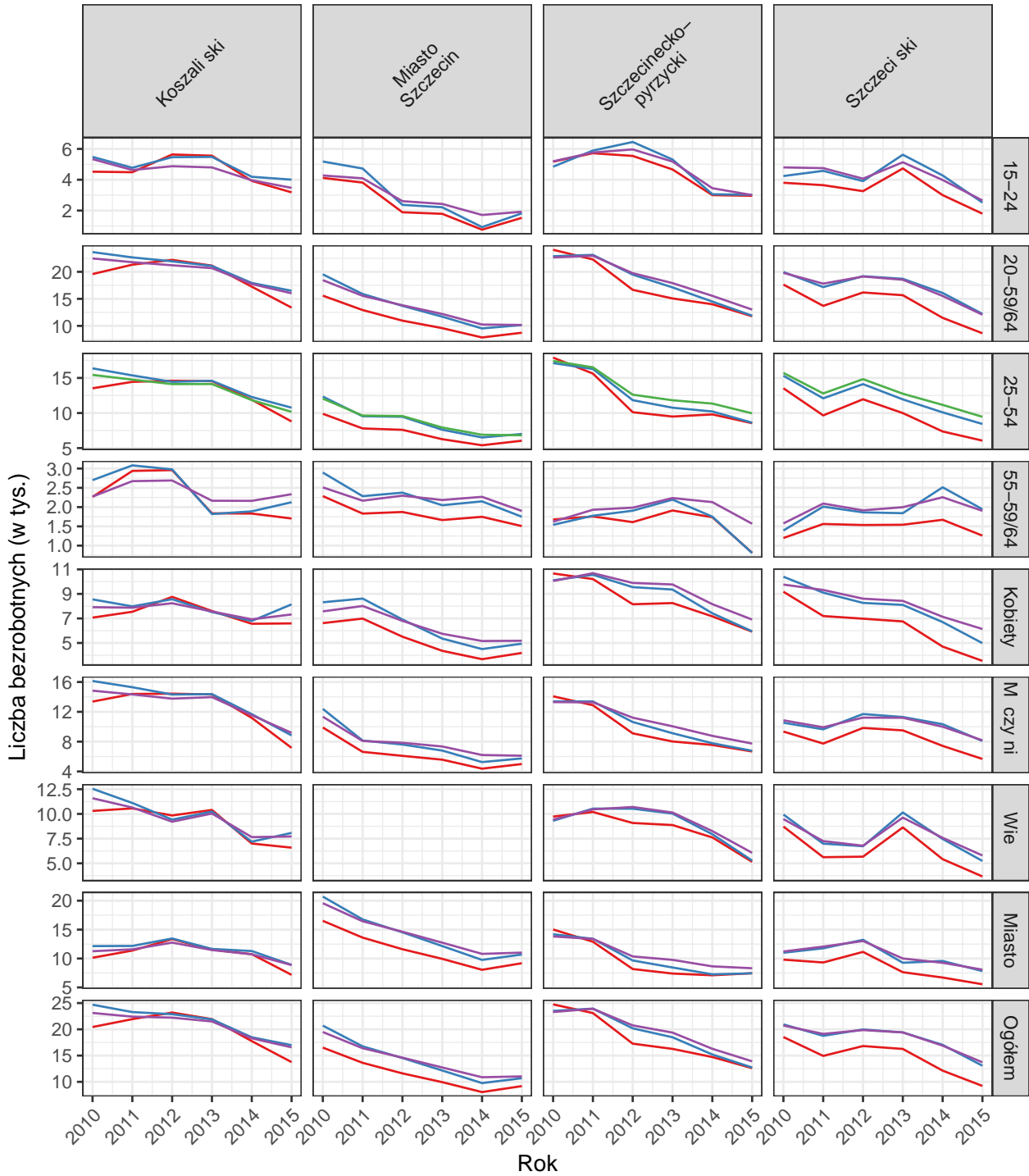
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



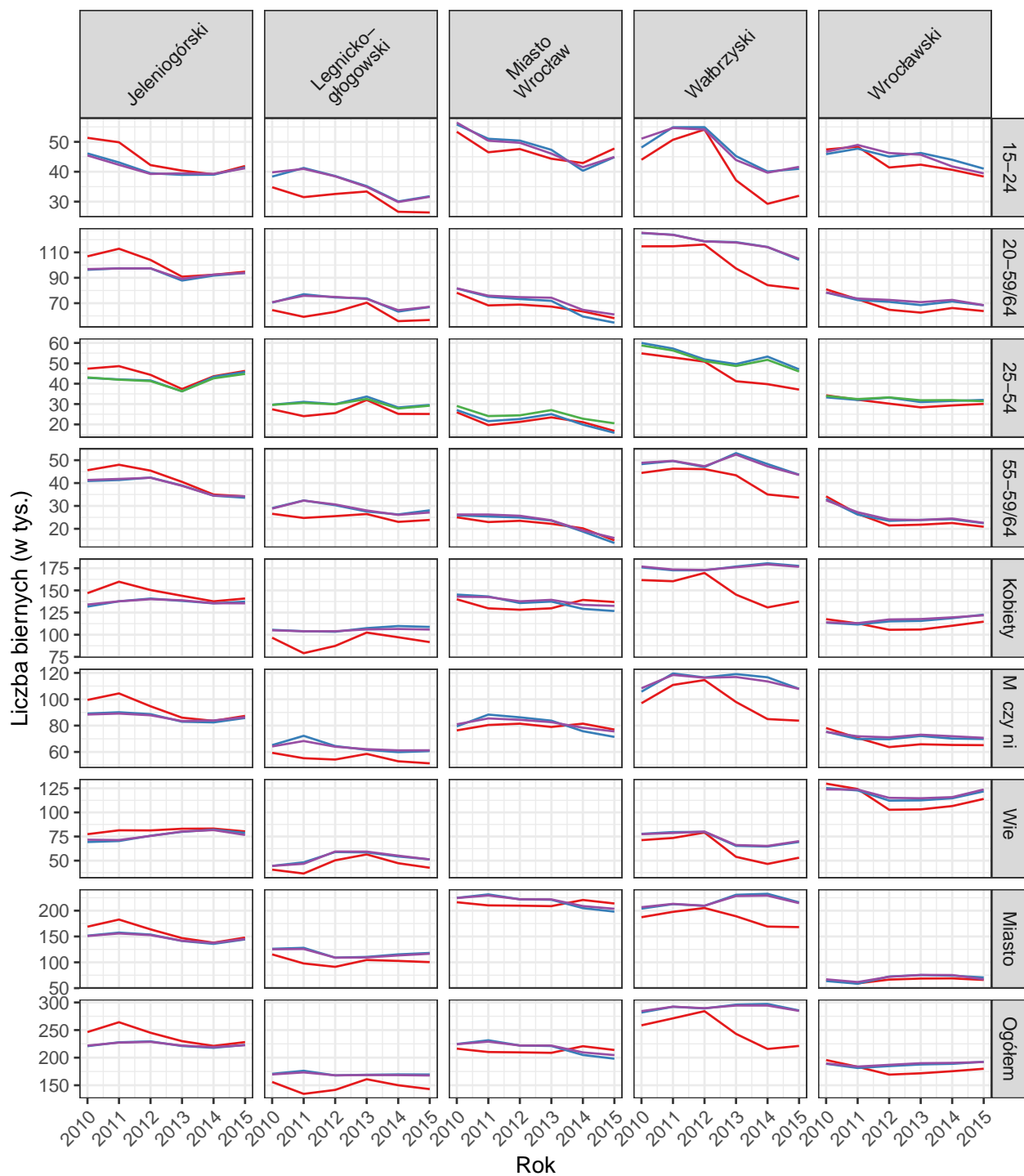
Estymator — Beppo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla bezrobotnych  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



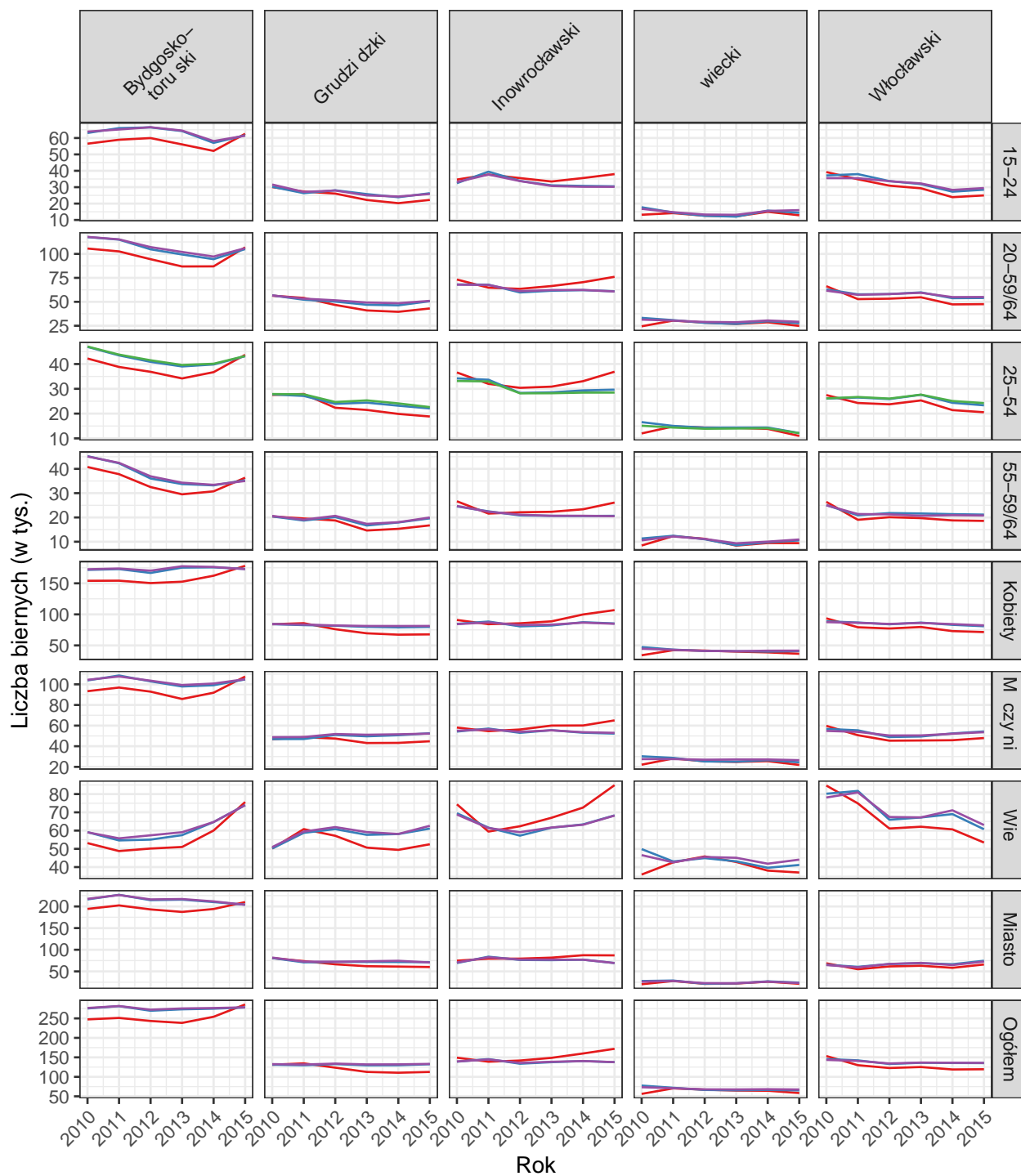
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: DOLNO L SKIE



Estymator — Bezo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

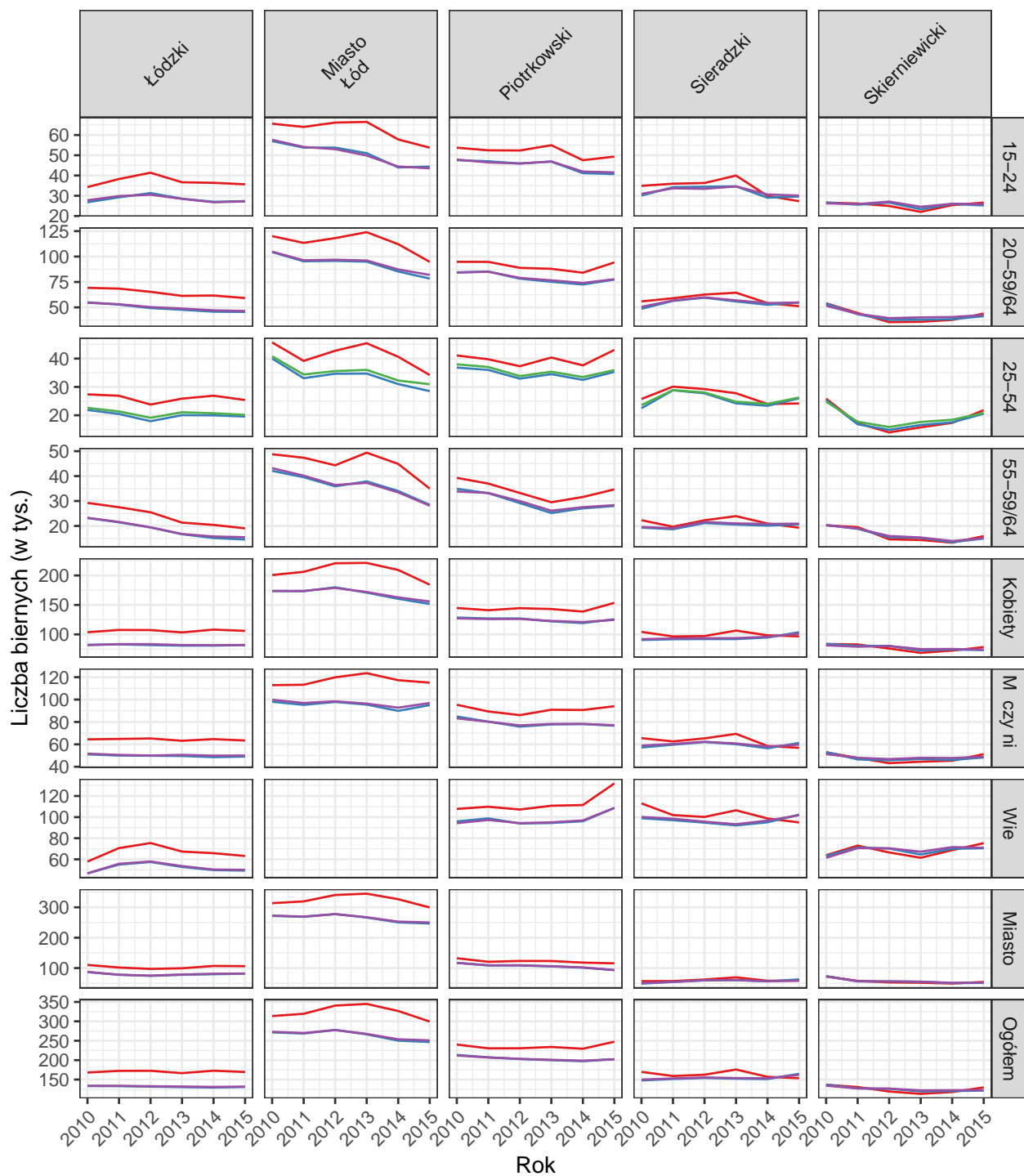
Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

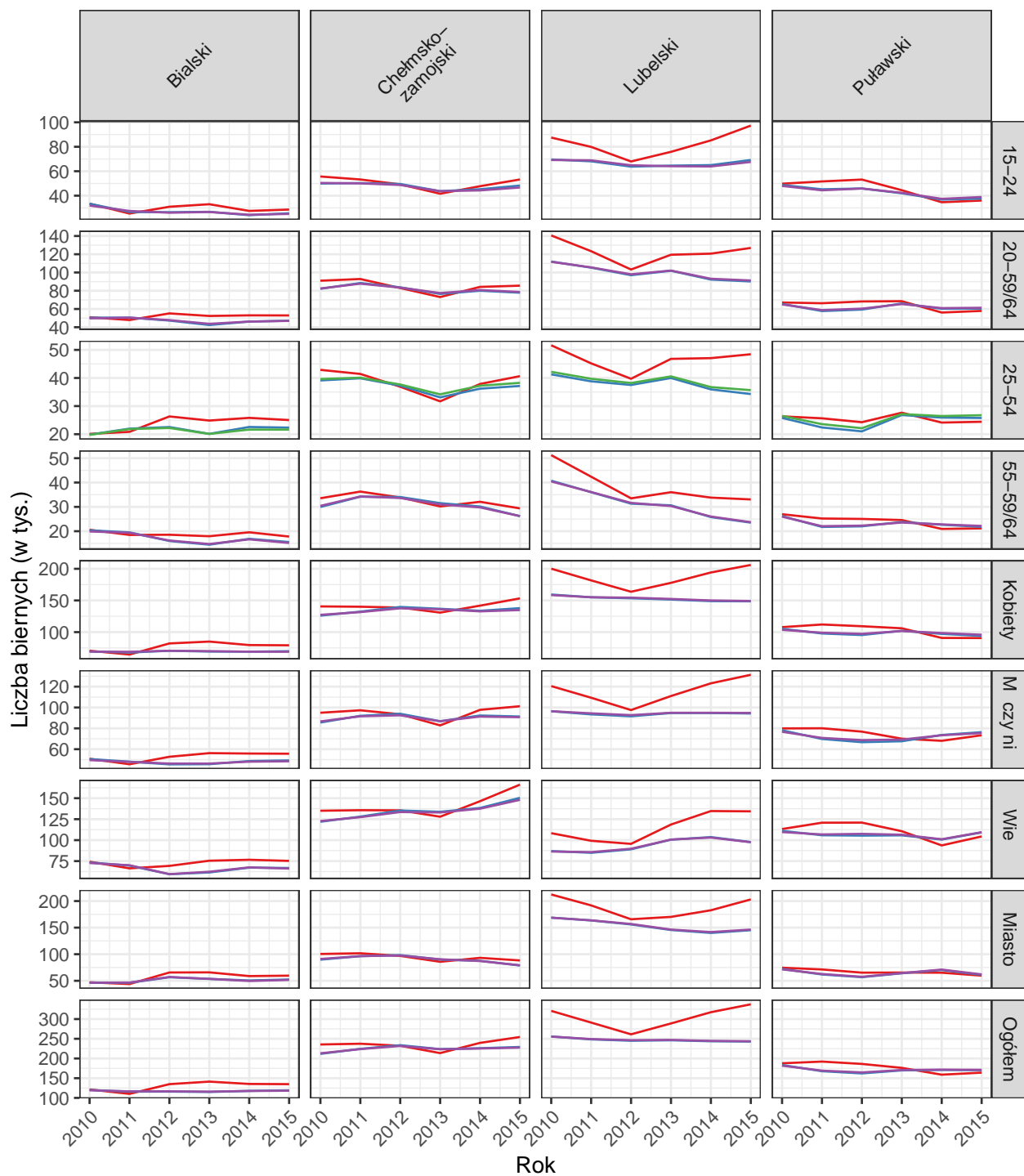


Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: ŁÓDZKIE



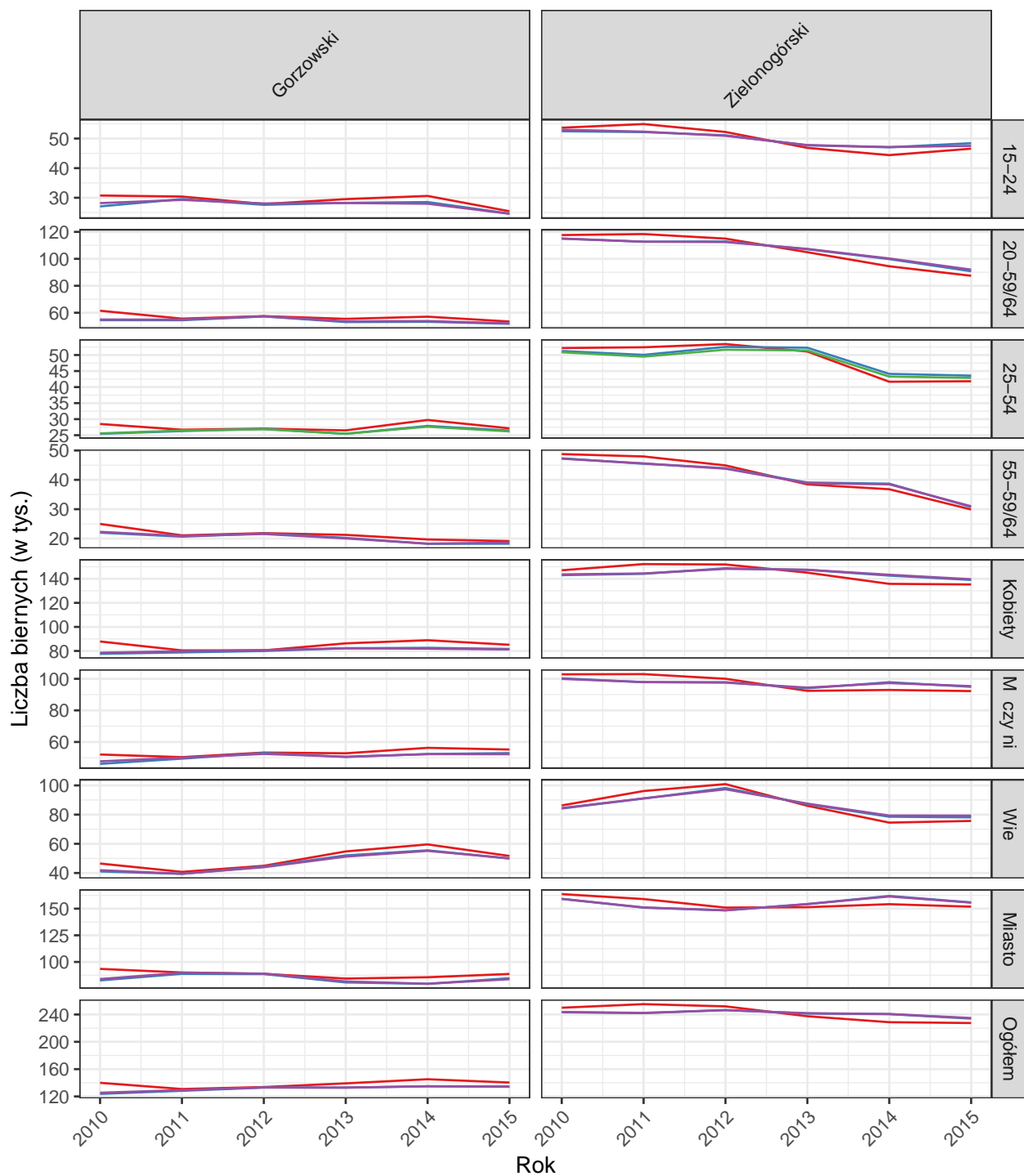
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: LUBELSKIE



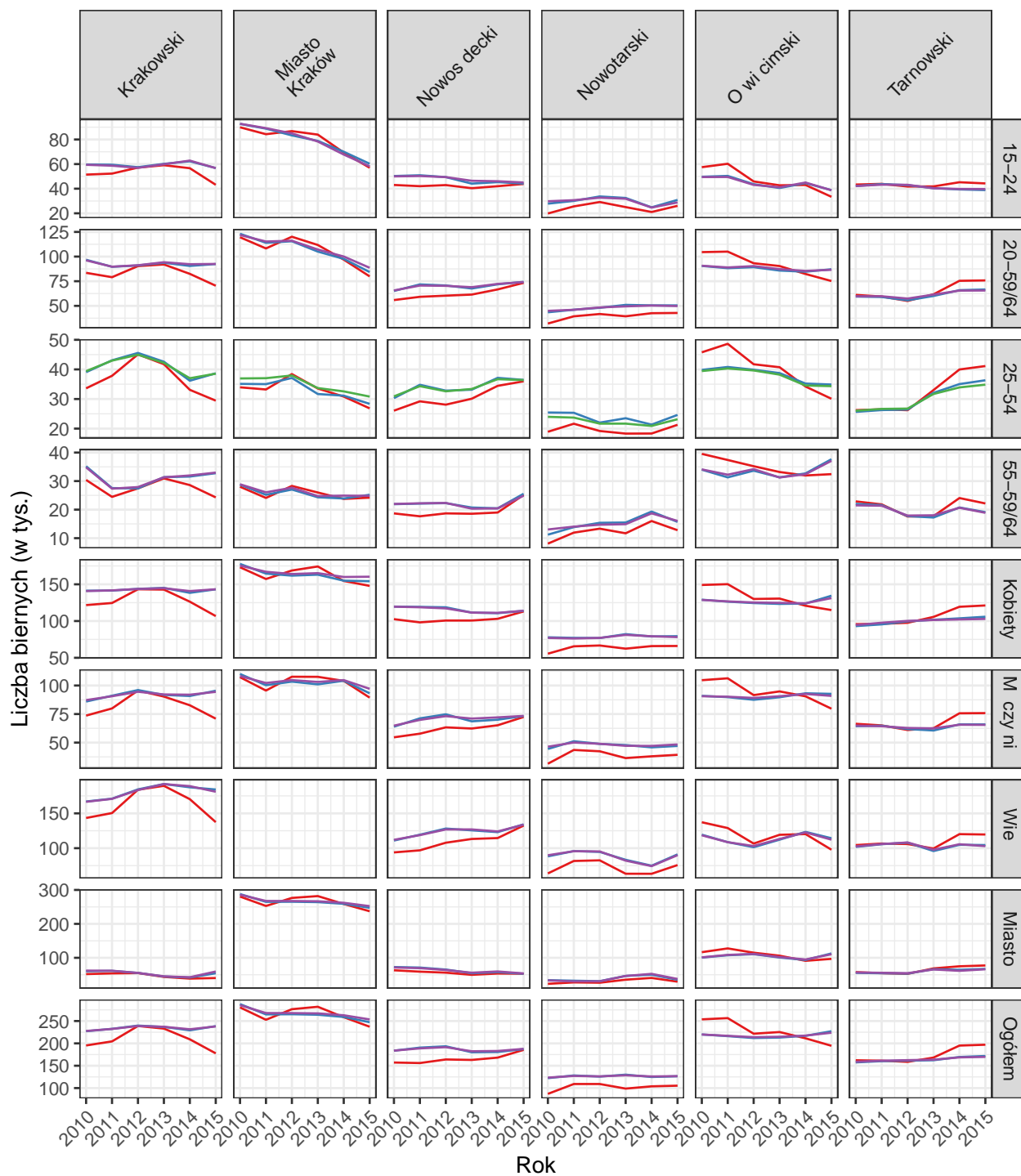
Estymator — Bezzo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: LUBUSKIE



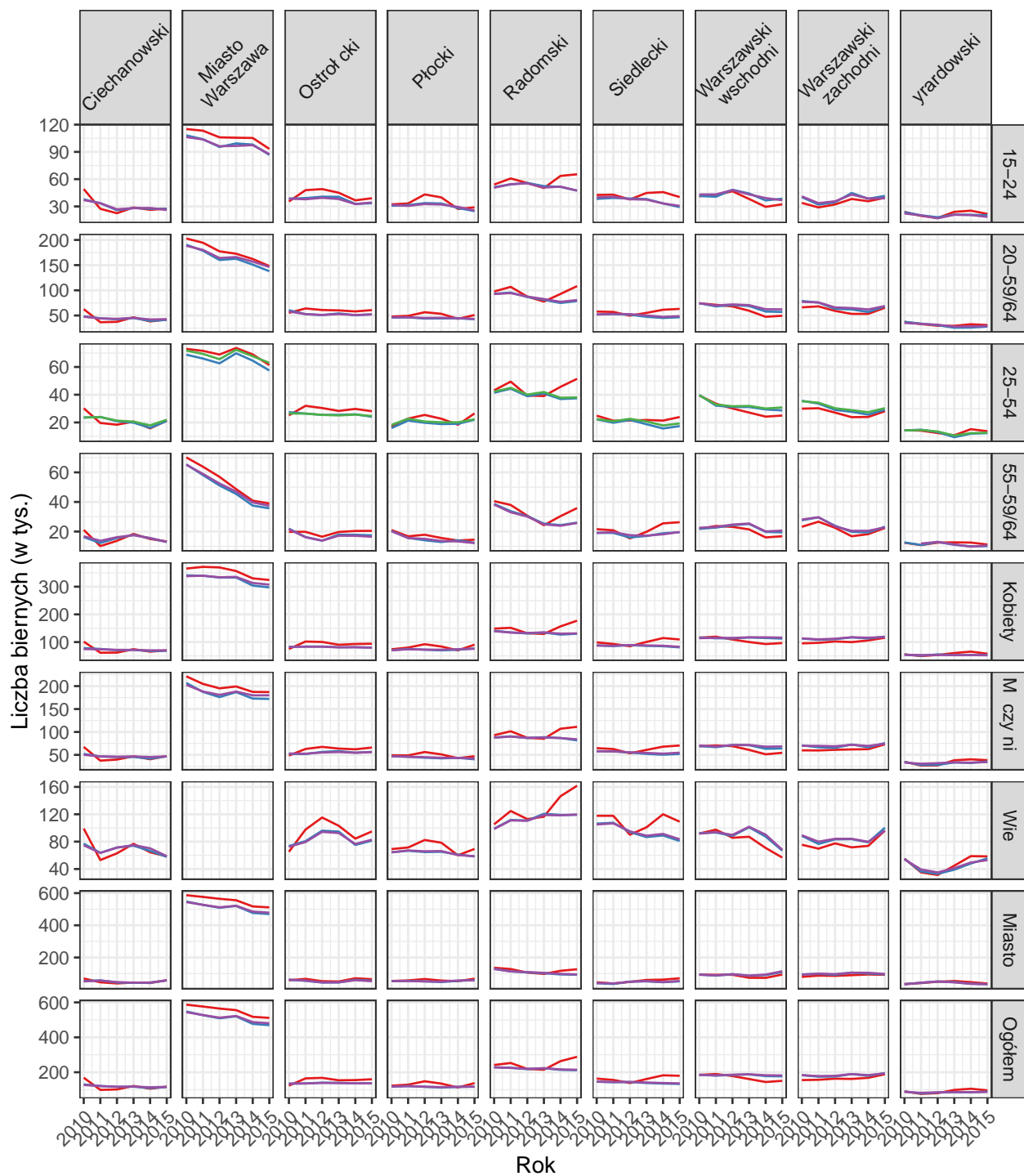
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla biernych  
Województwo: MAŁOPOLSKIE



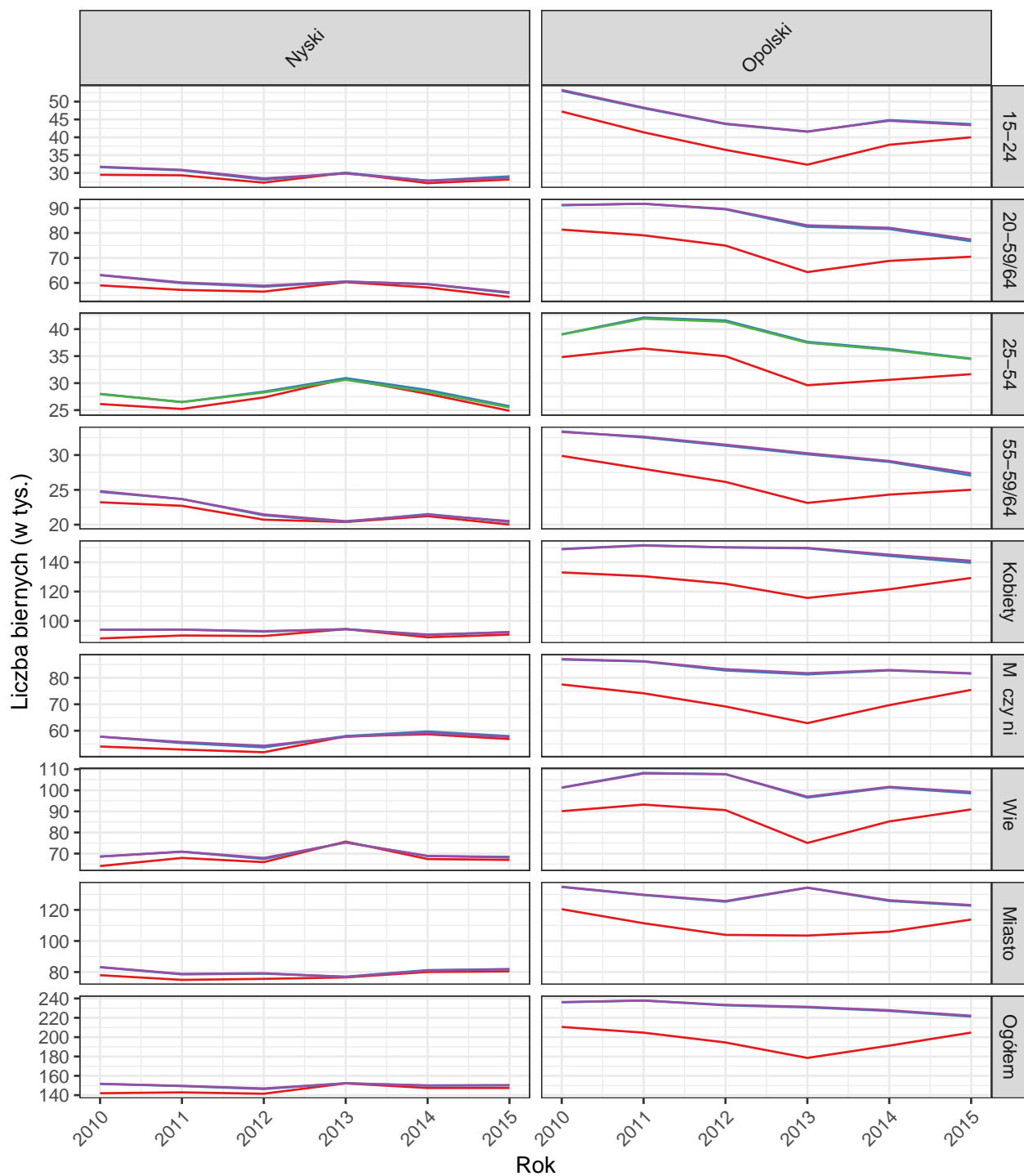
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: MAZOWIECKIE



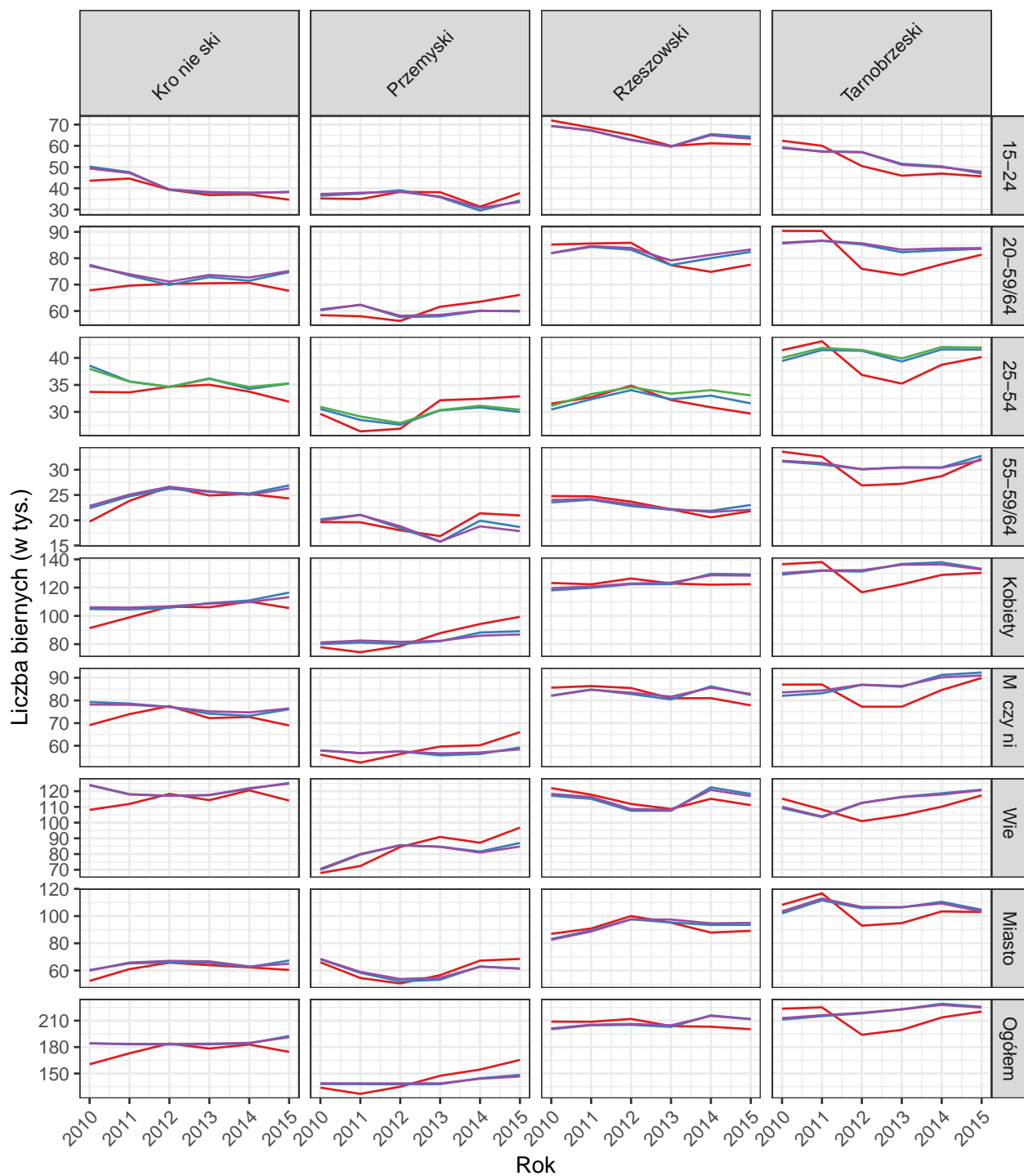
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla biernych  
Województwo: OPOLSKIE



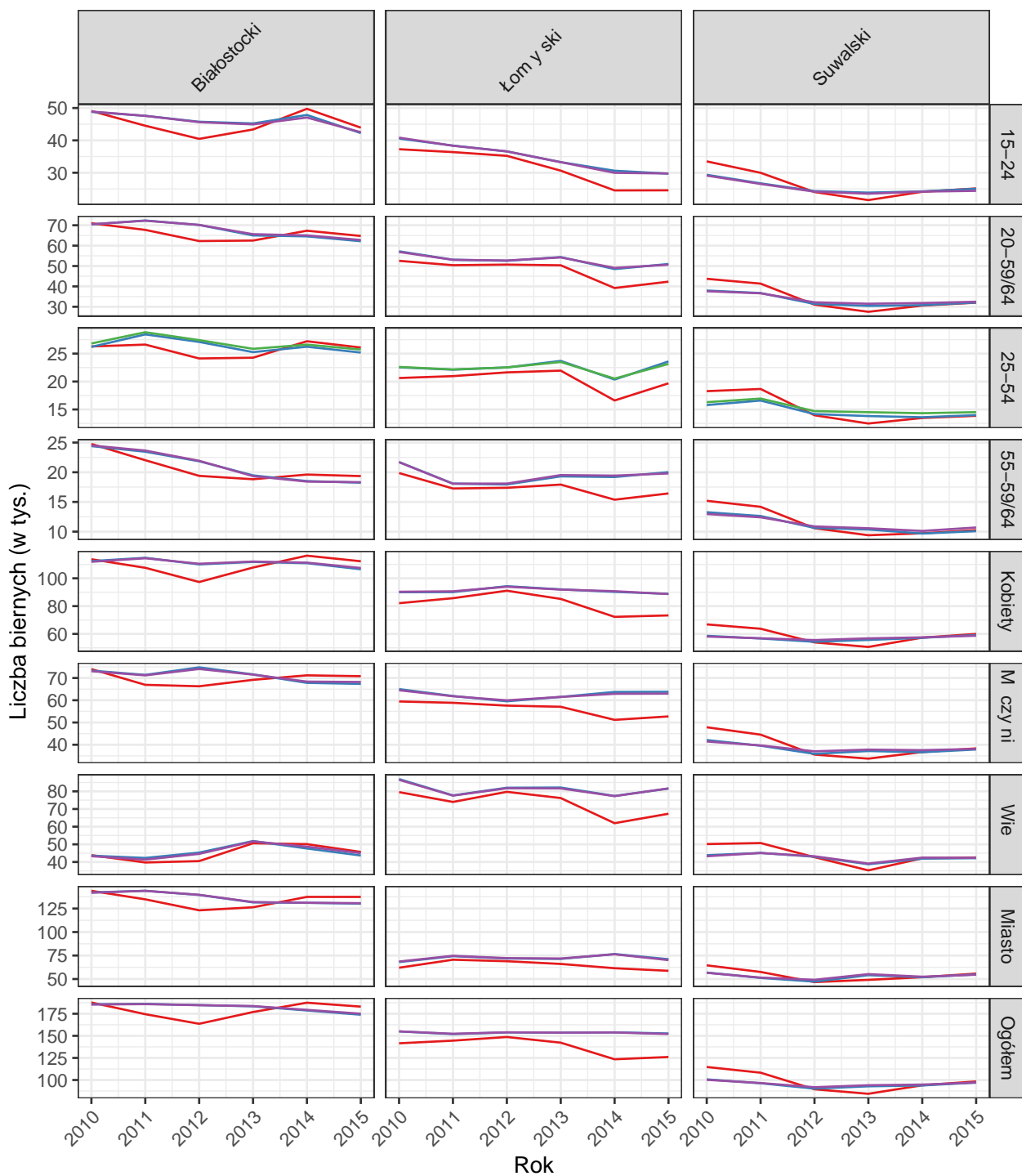
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

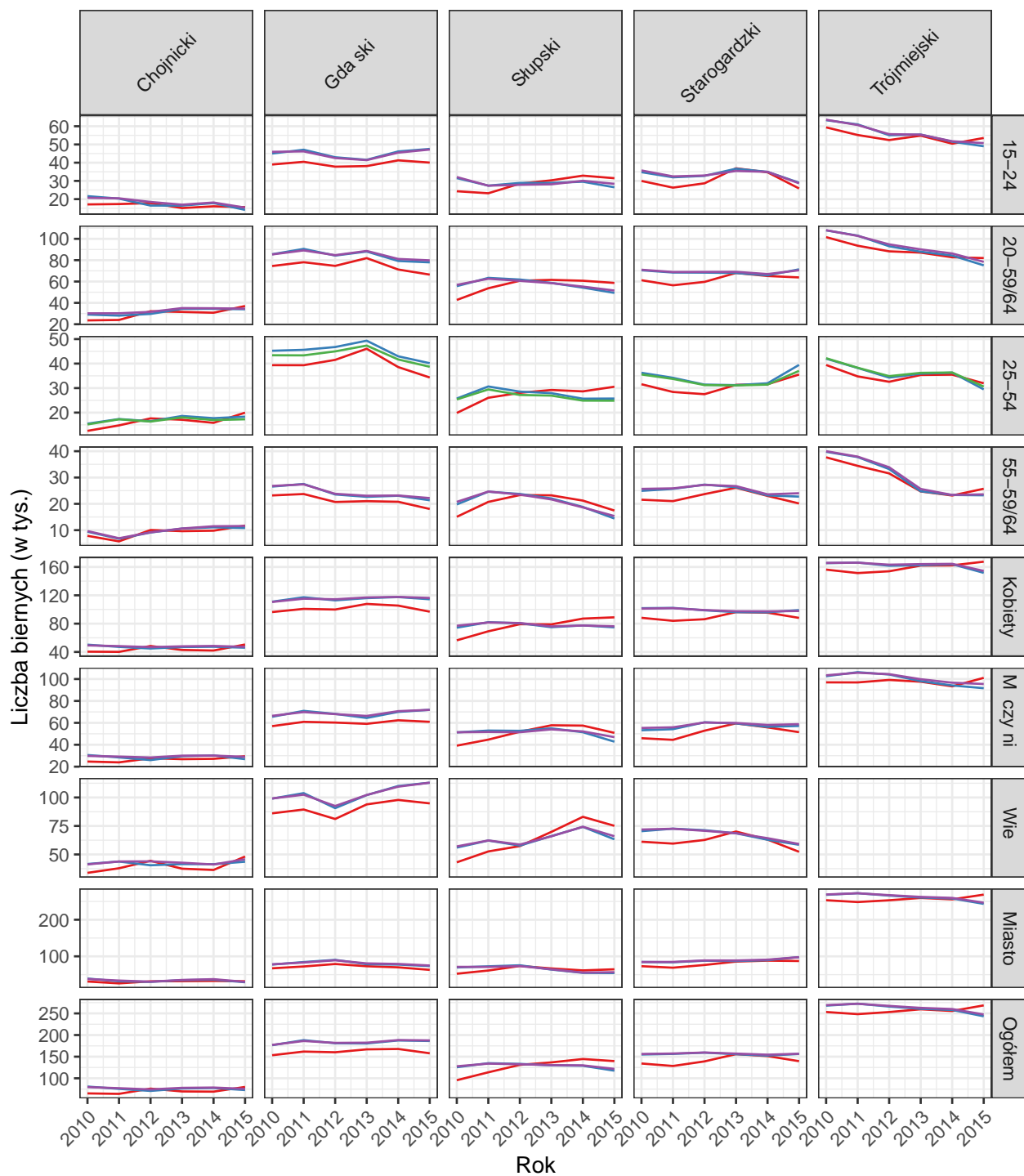
Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: PODLASKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

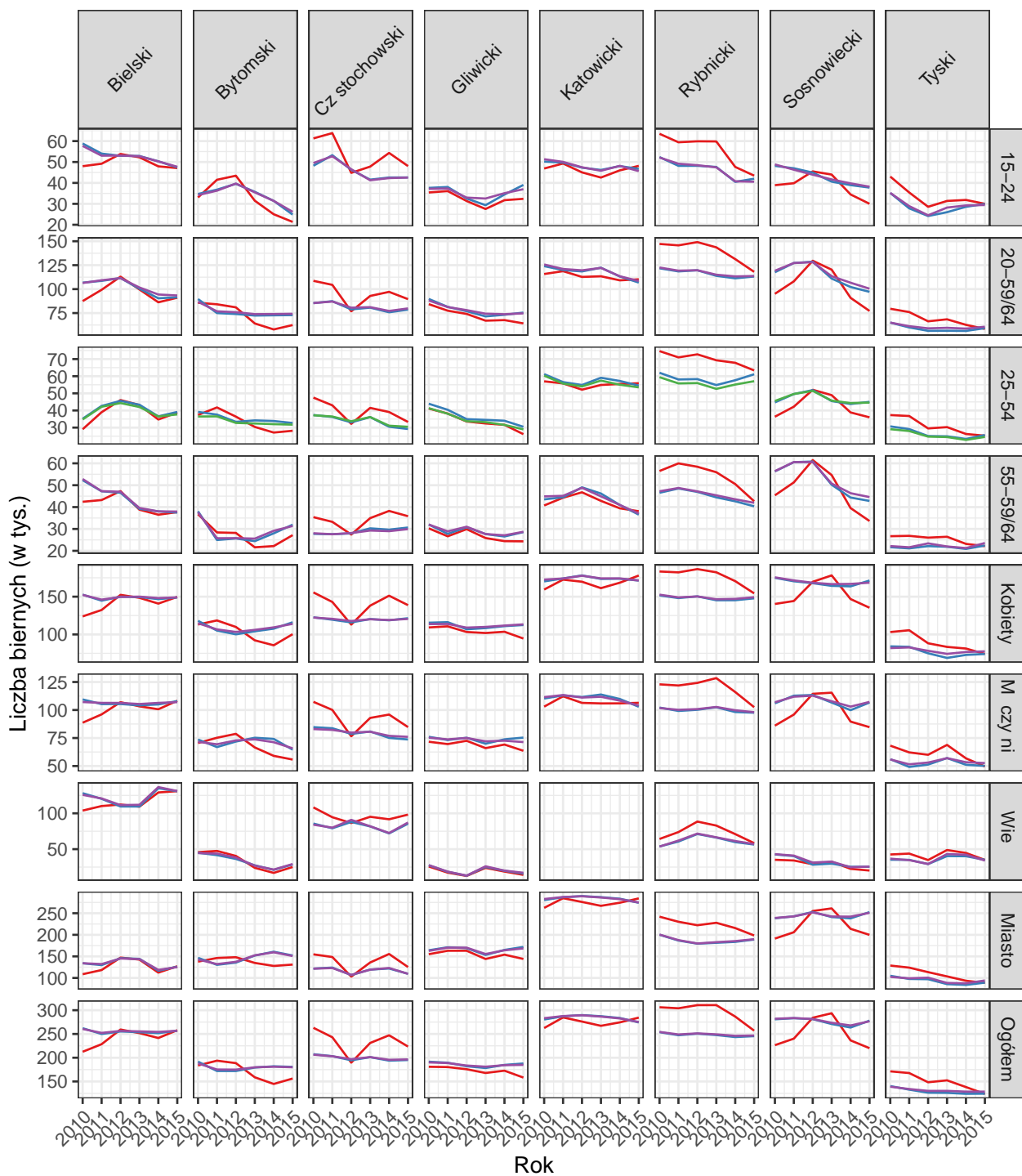


Porównanie oszacowań według estymatorów dla biernych  
Województwo: POMORSKIE



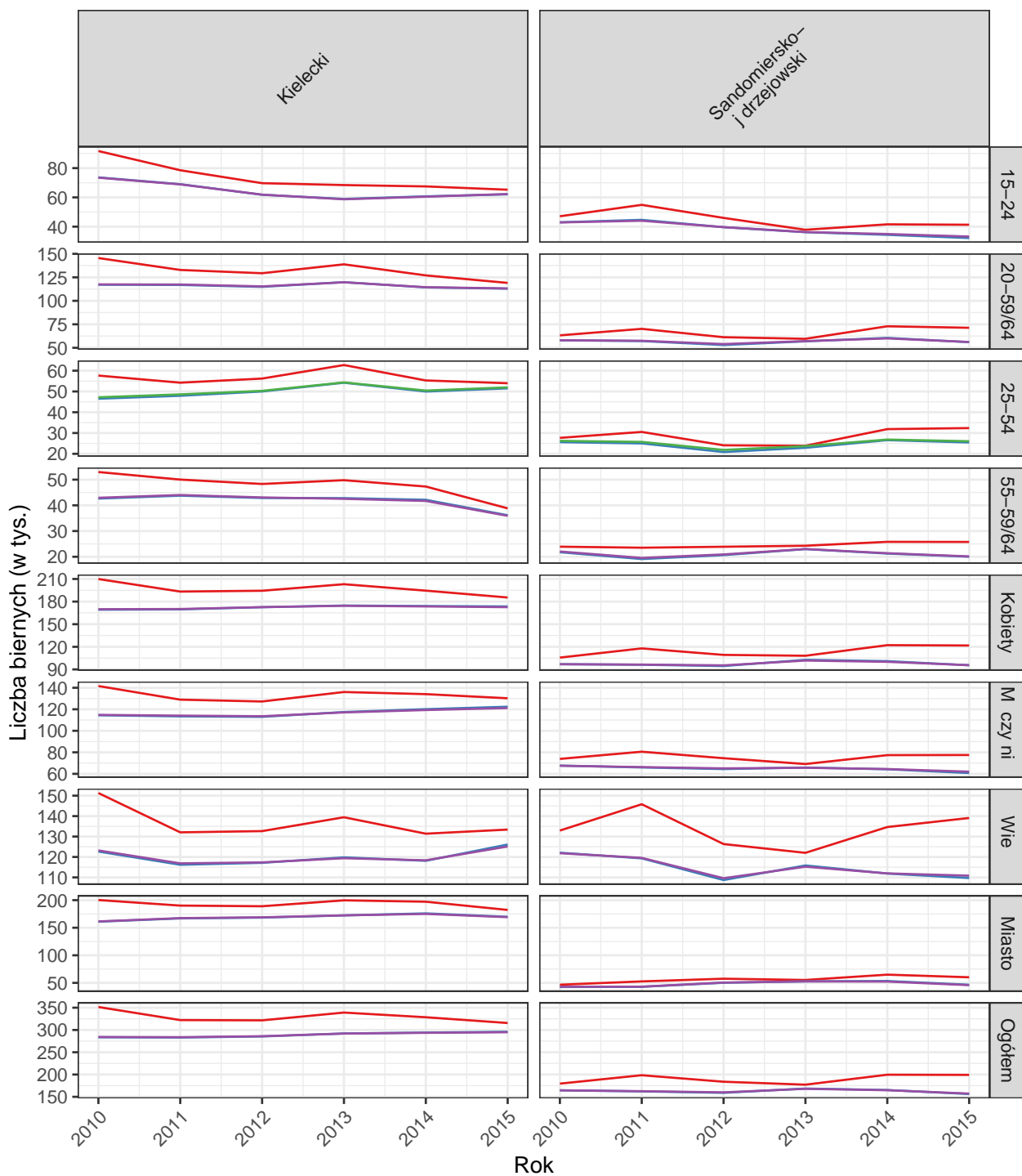
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: L SKIE



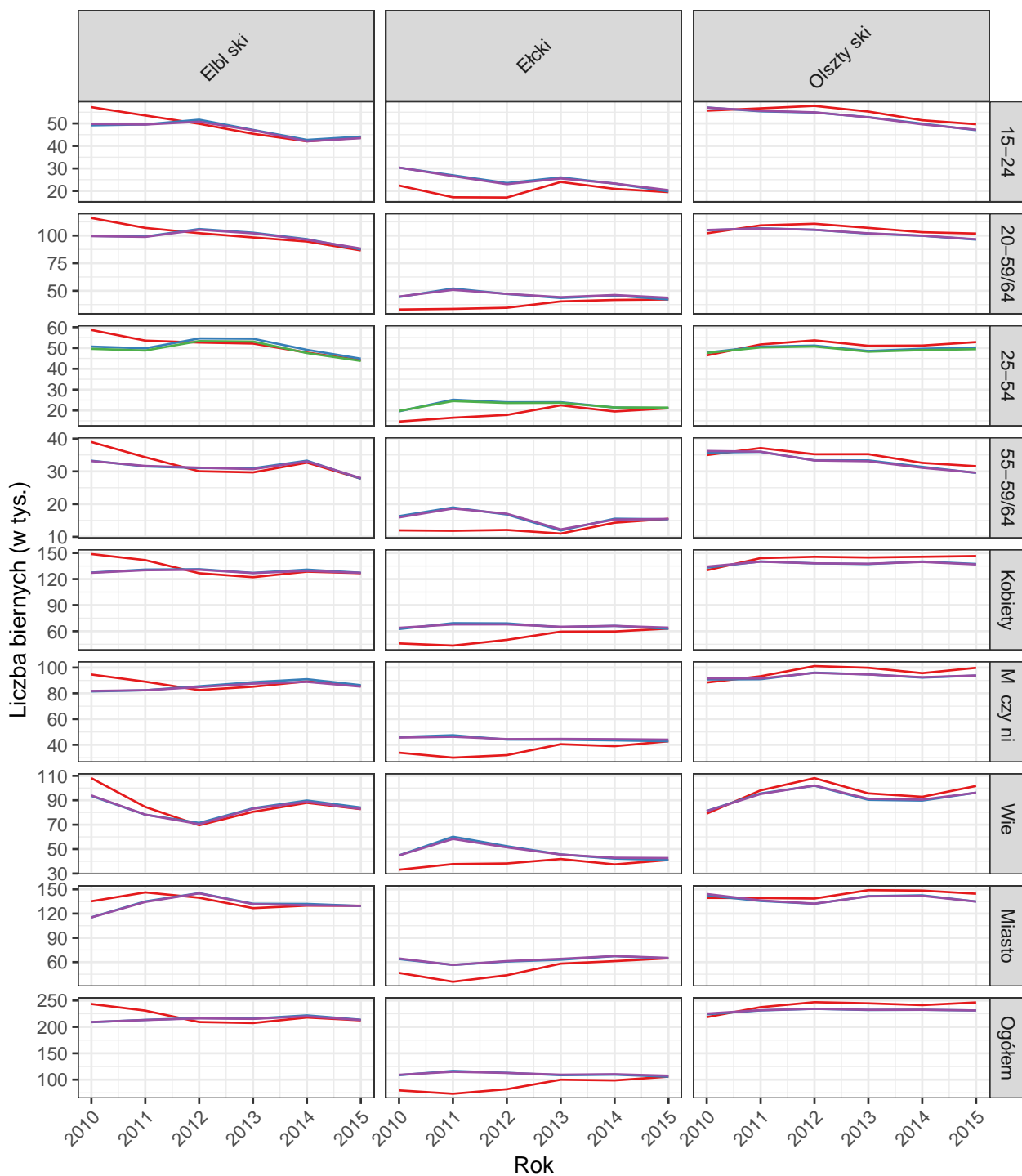
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla biernych  
Województwo: WI TOKRZYSKIE



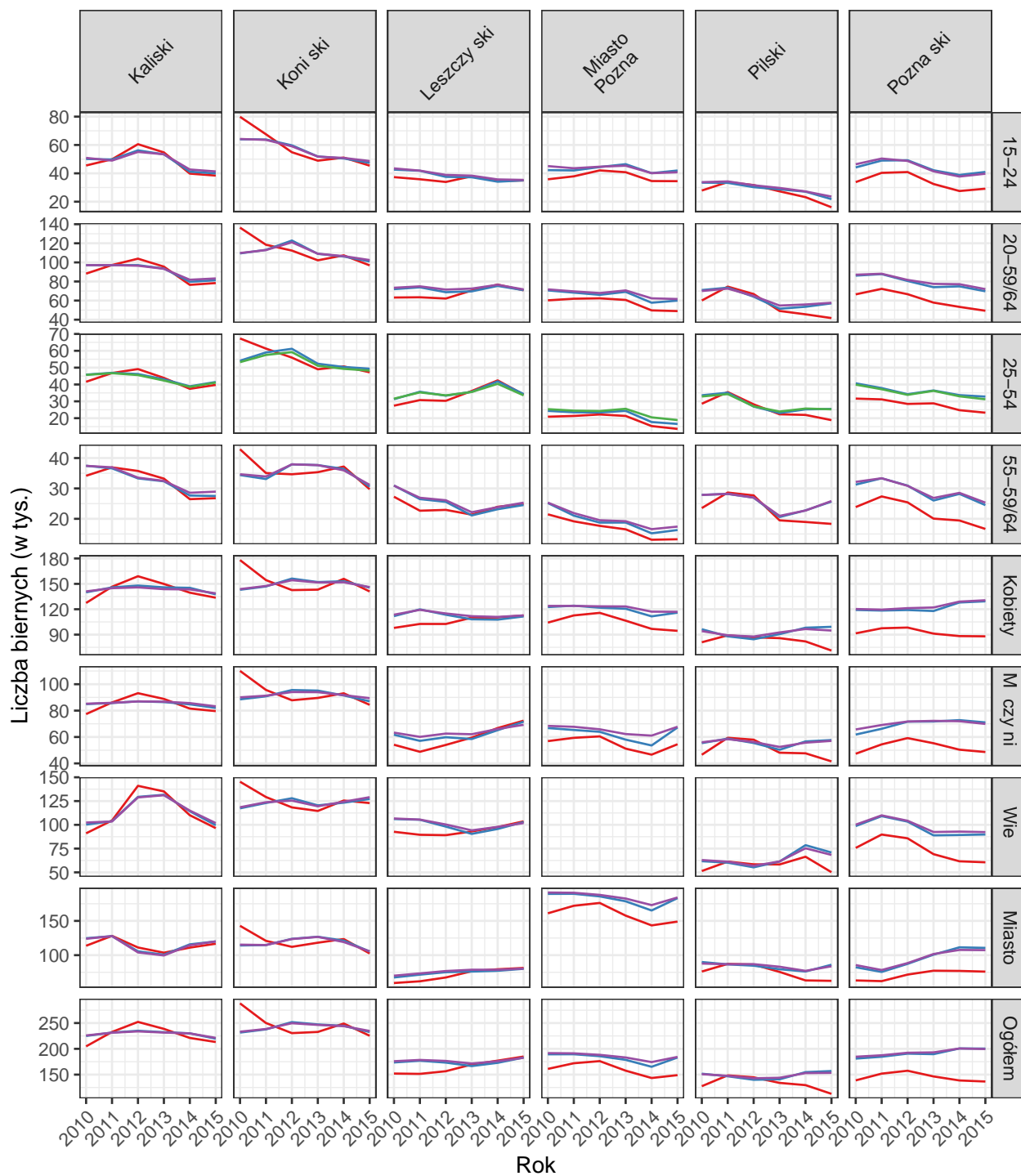
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: WARMI SKO-MAZURSKIE



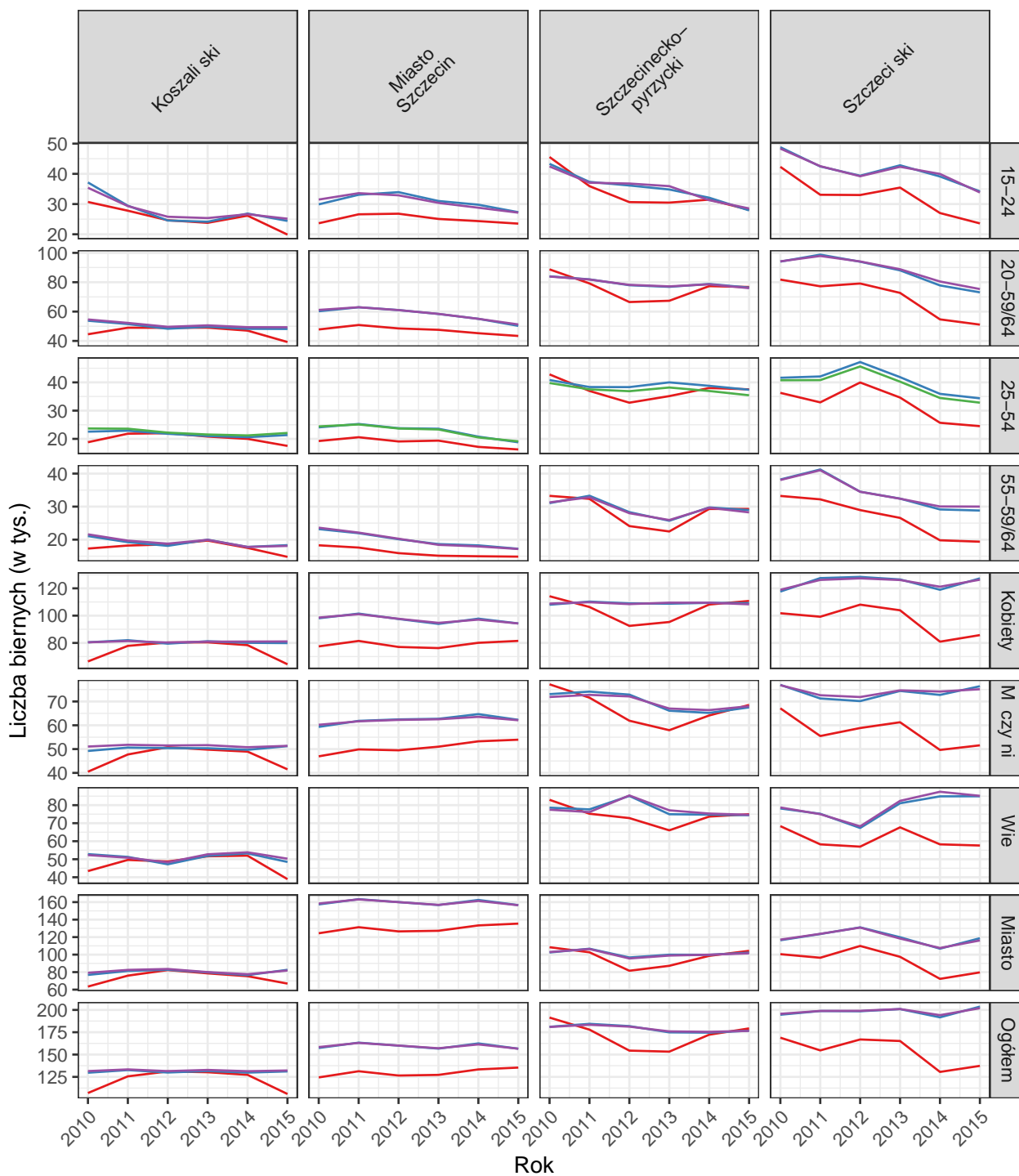
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



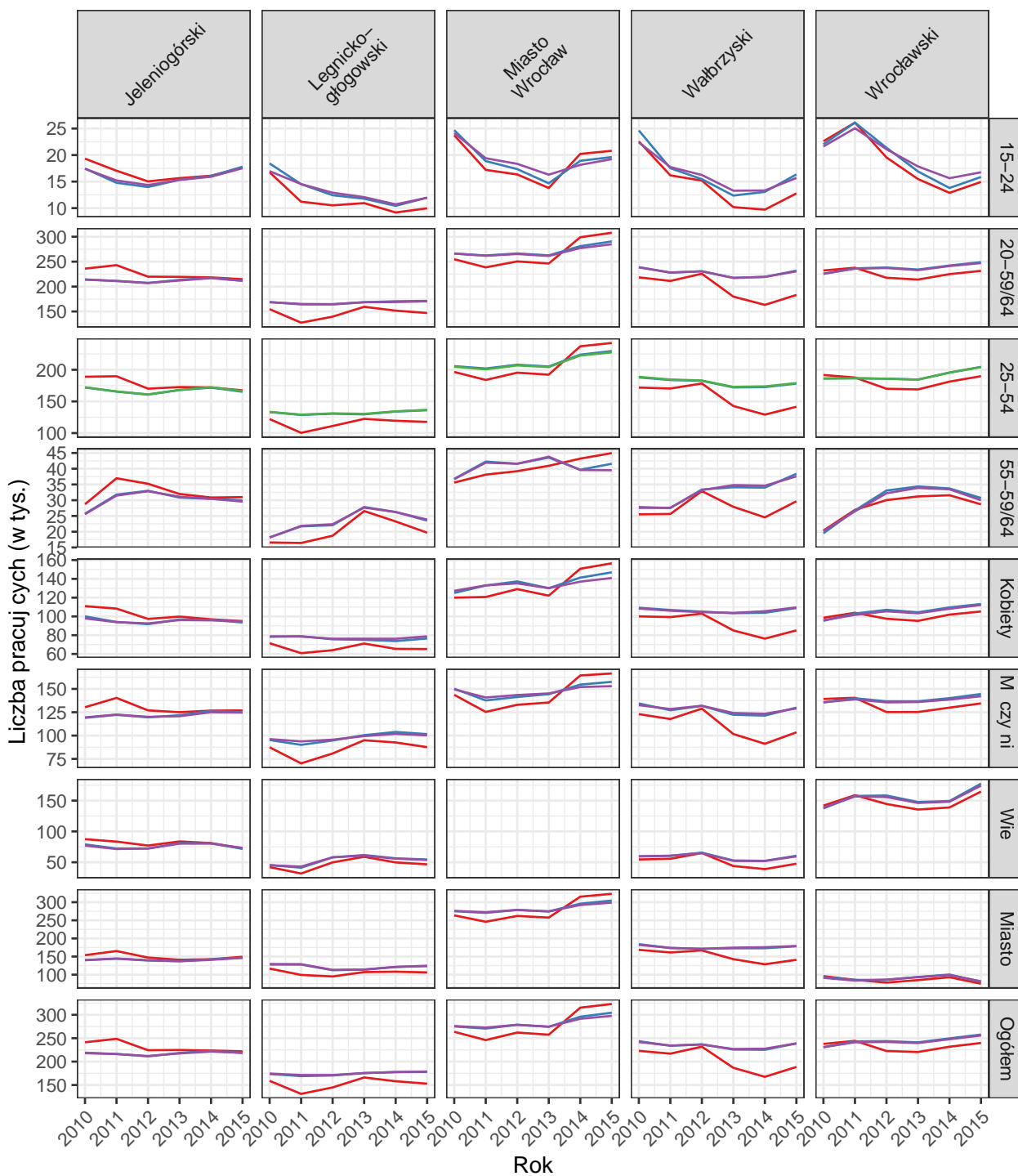
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla biernych  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



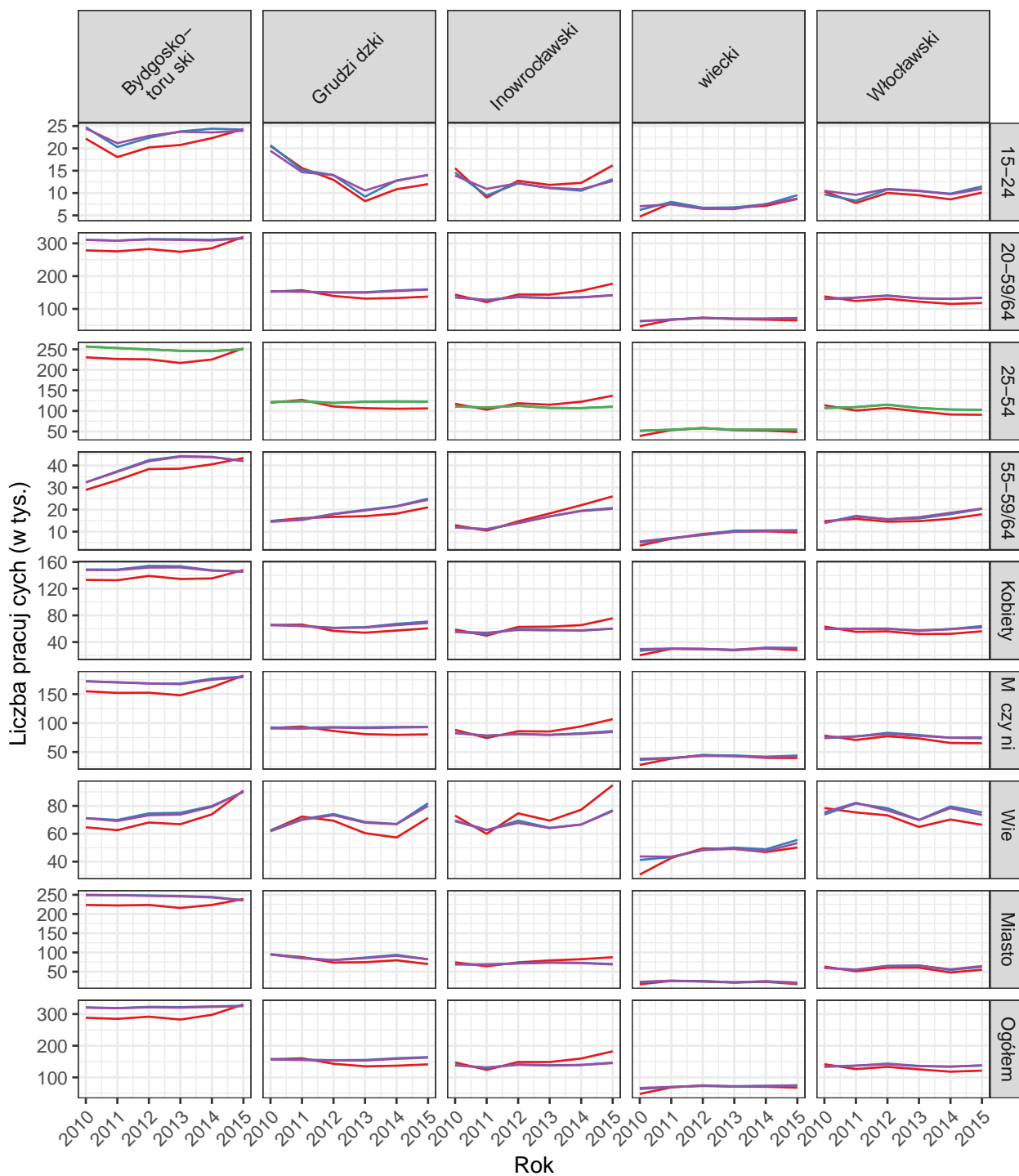
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: DOLNO LASKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

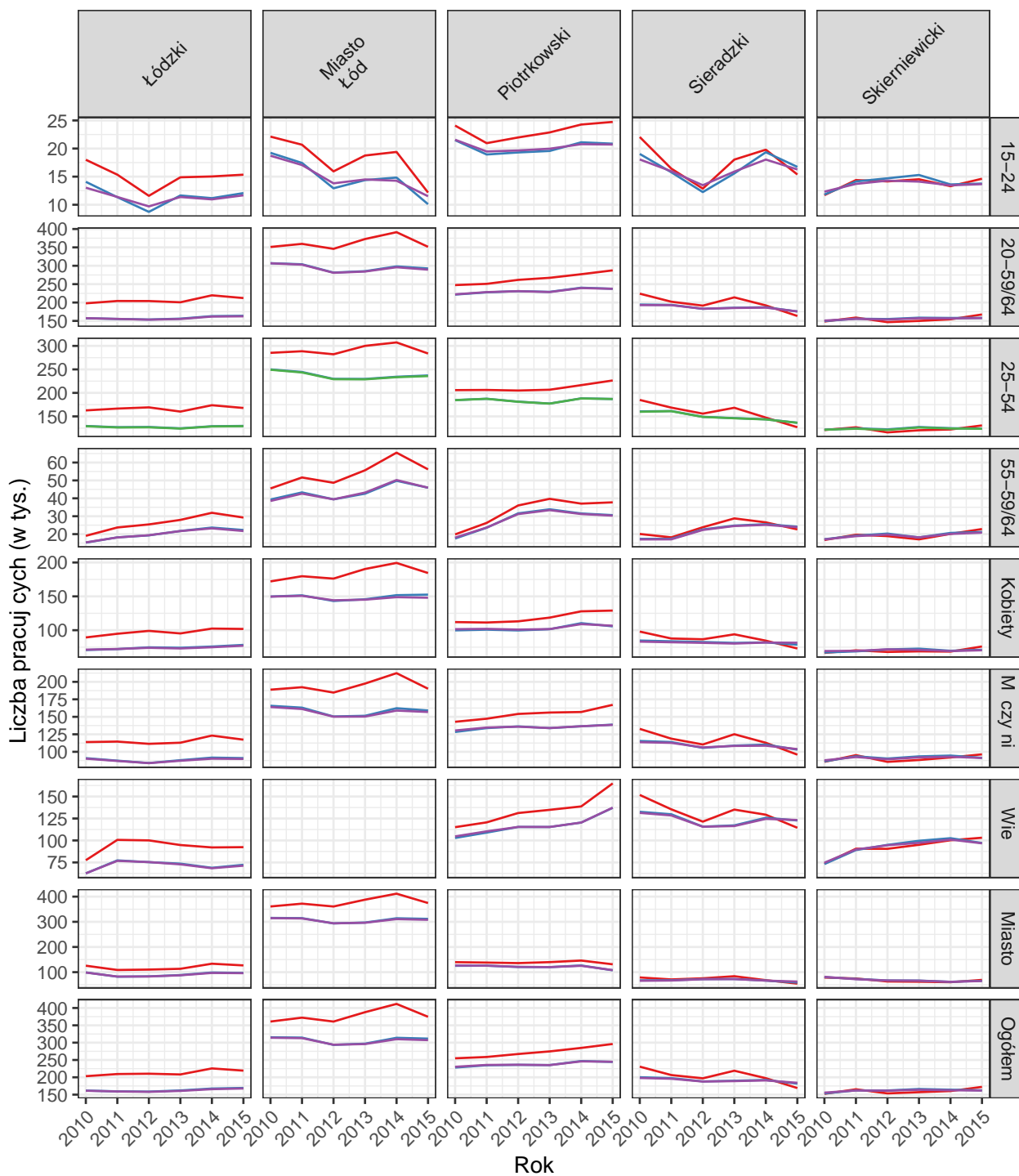
Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

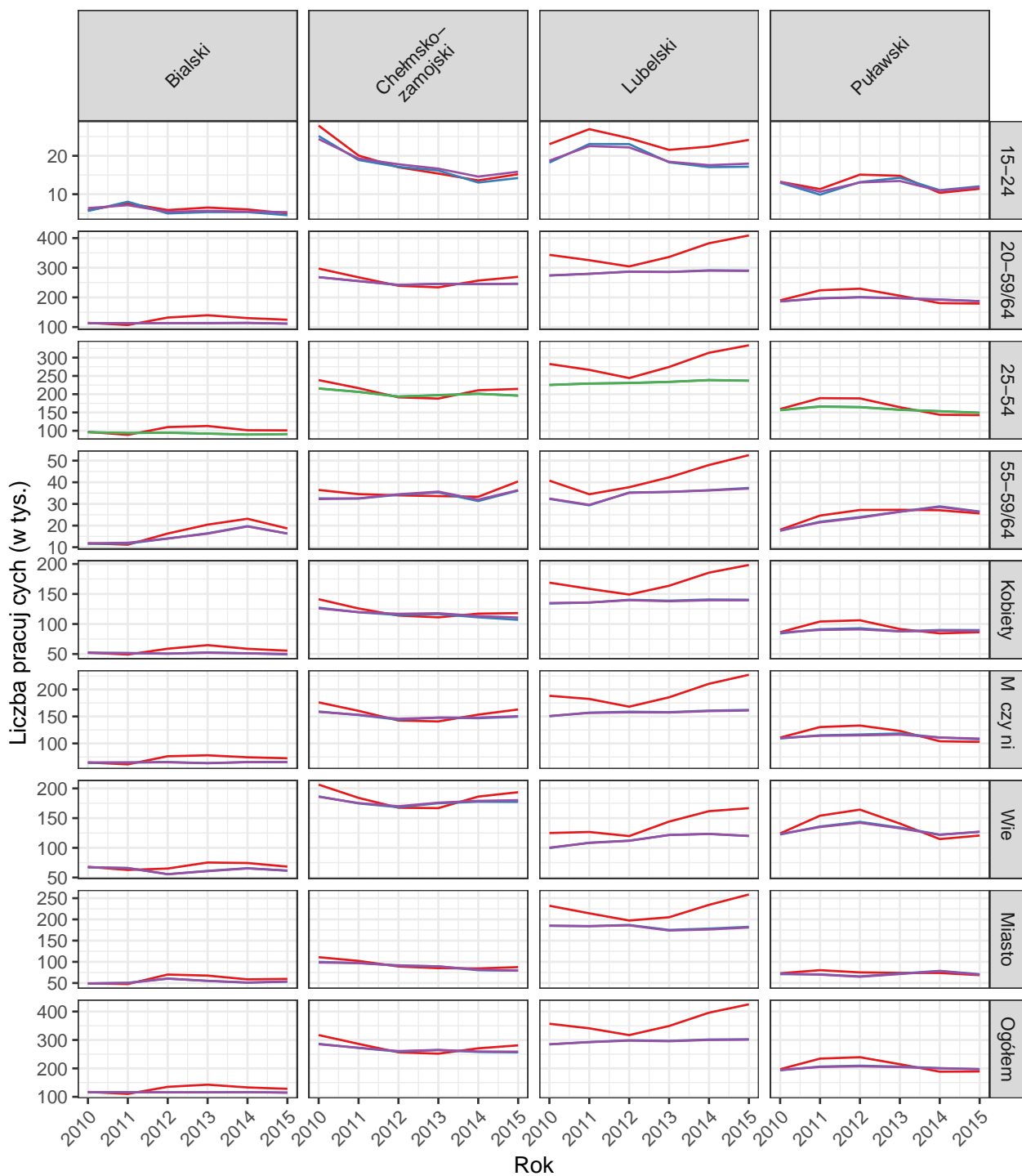


Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: ŁÓDZKIE



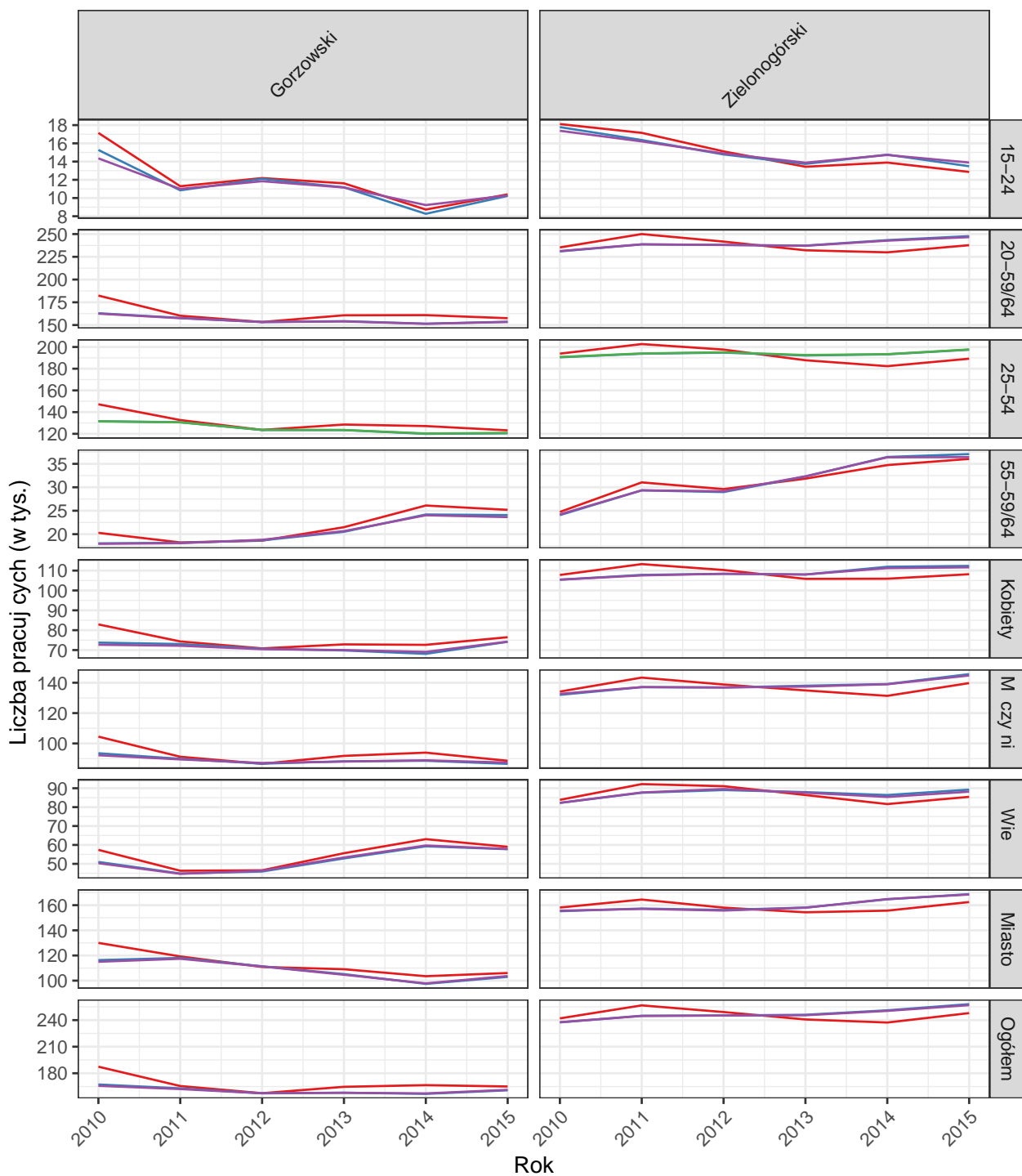
Estymator — Bezośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: LUBELSKIE



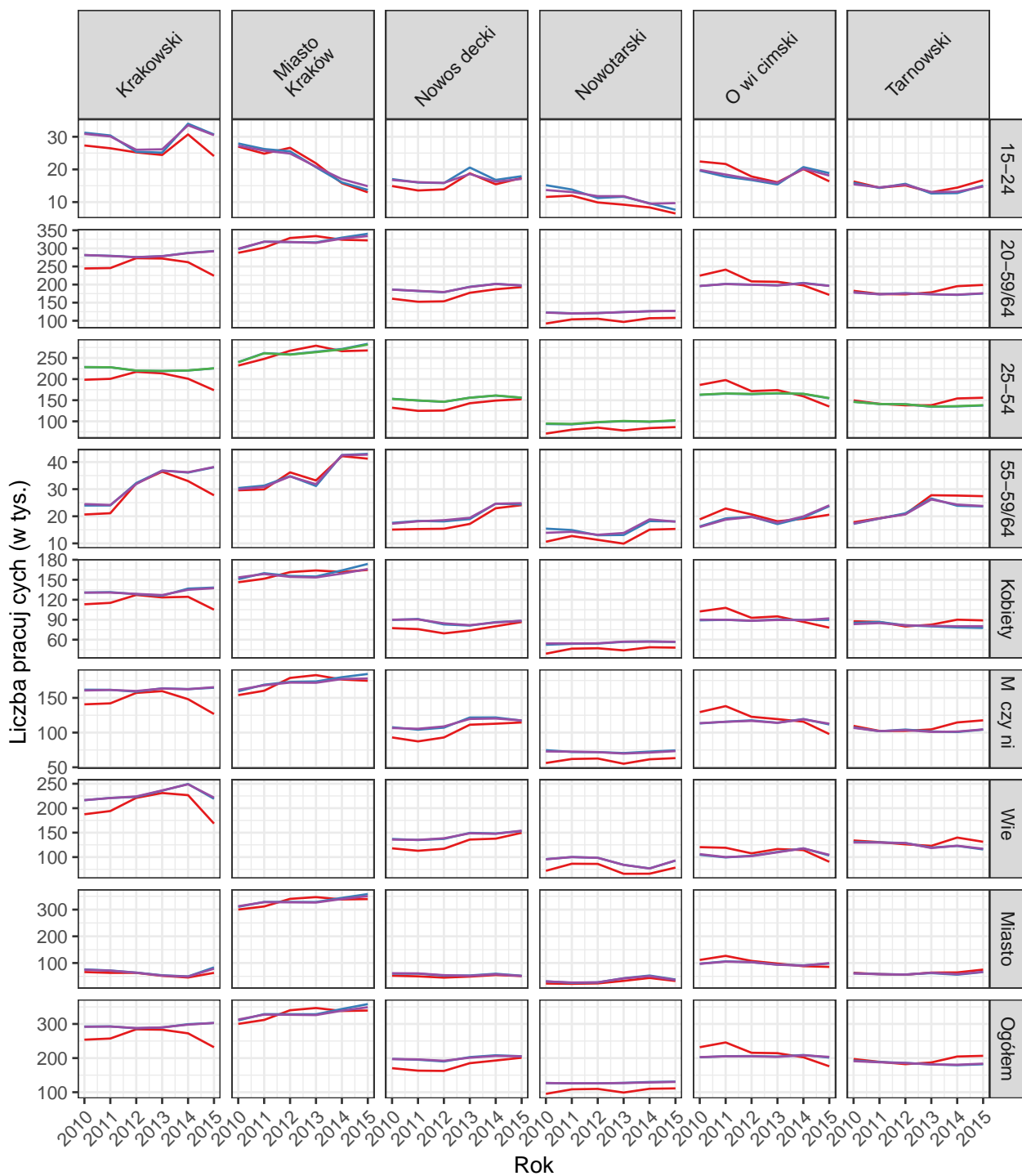
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla pracujących  
Województwo: LUBUSKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

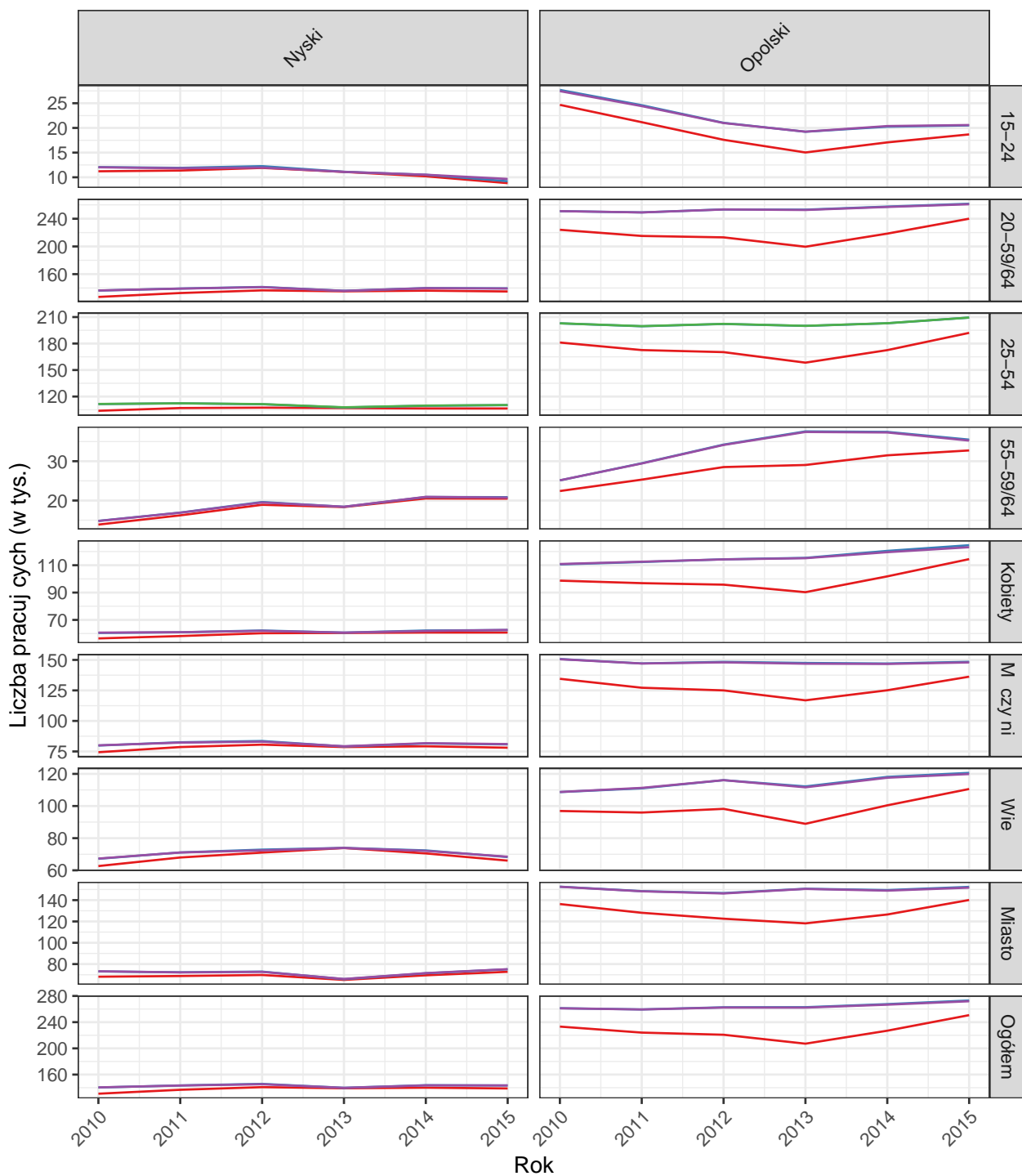
Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: MAŁOPOLSKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

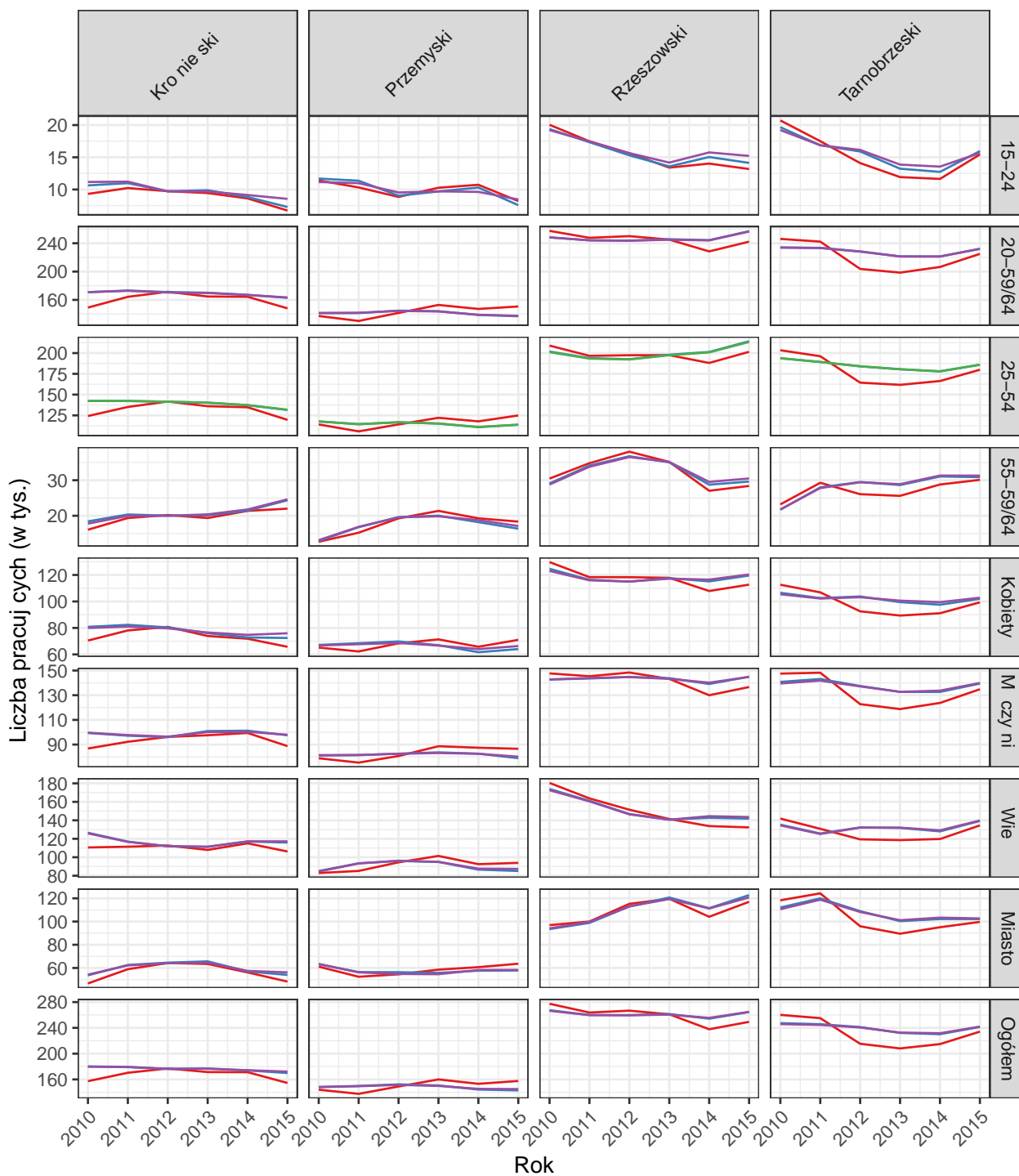


Porównanie oszacowań według estymatorów dla pracujących  
Województwo: OPOLSKIE



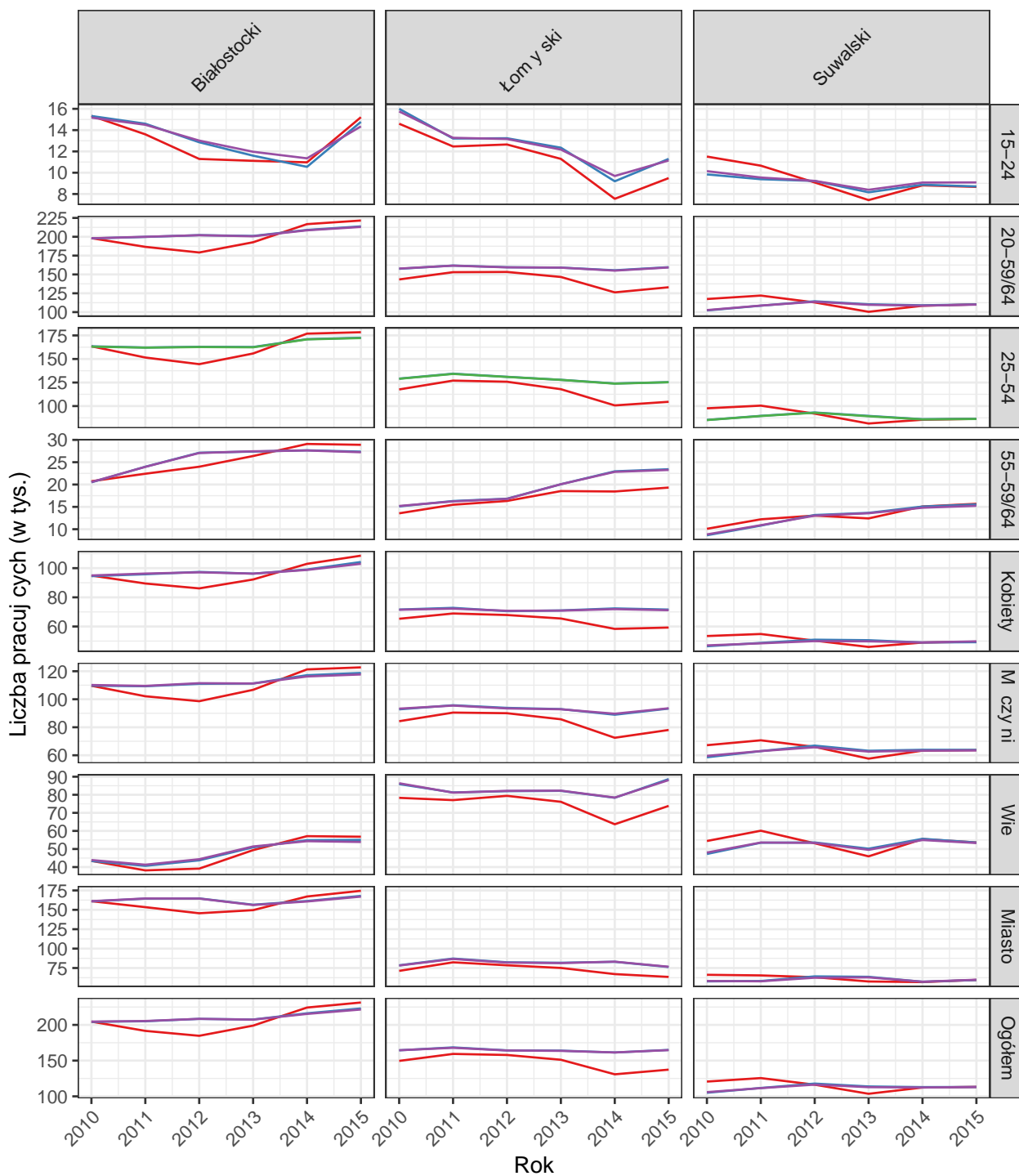
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

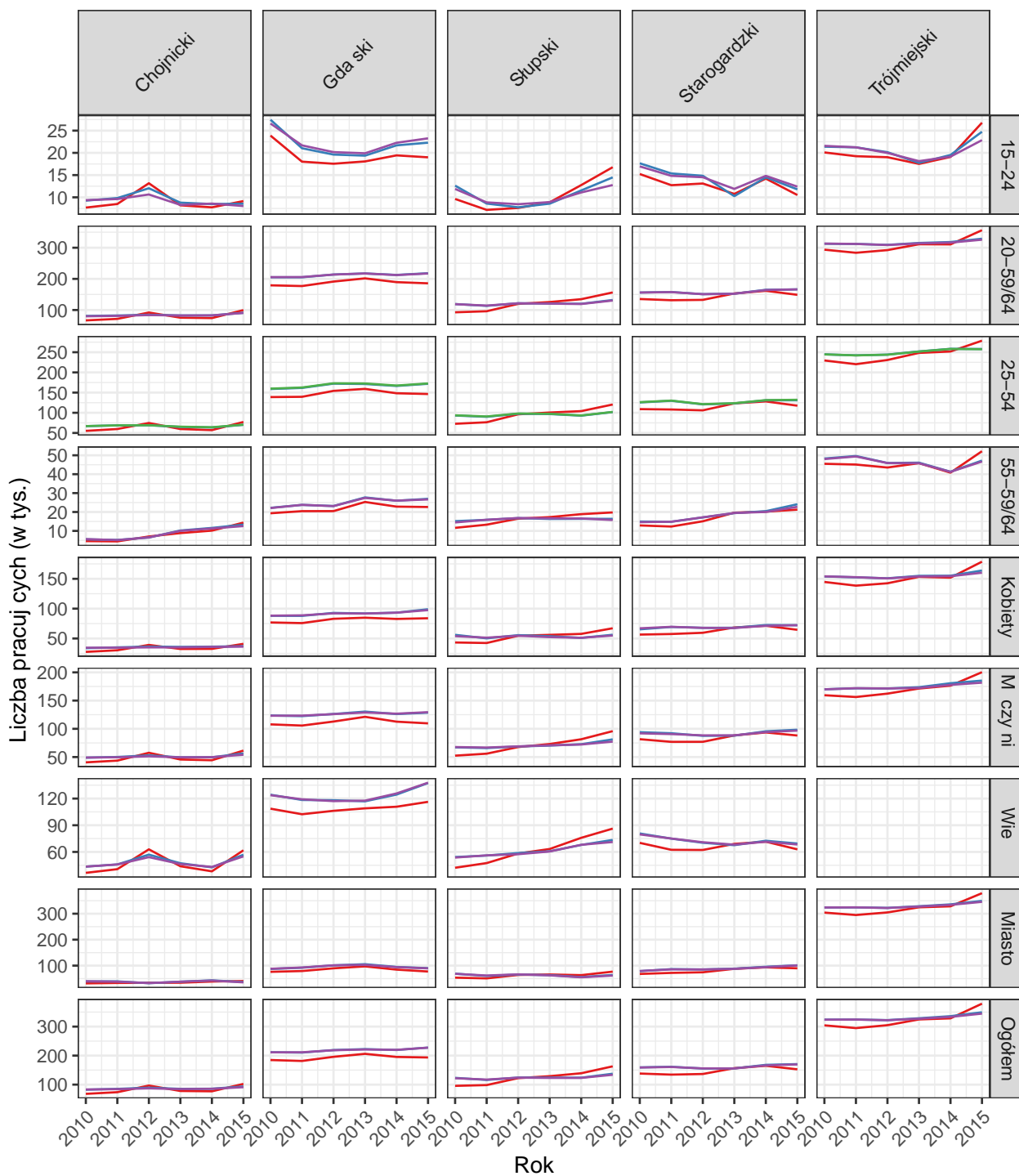
Porównanie oszacowań według estymatorów dla pracujących  
Województwo: PODLASKIE



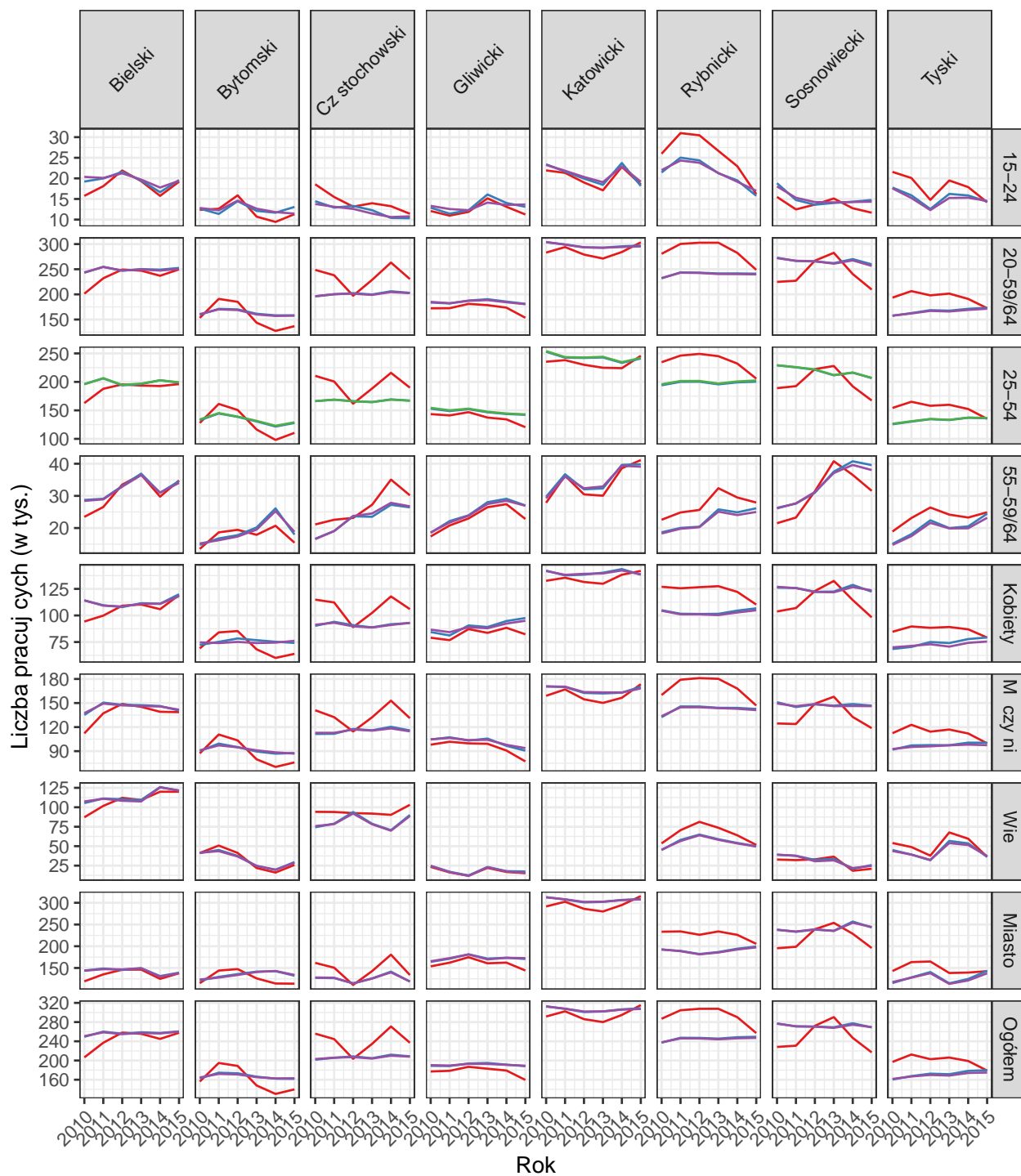
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2



Porównanie oszacowań według estymatorów dla pracujących  
Województwo: POMORSKIE

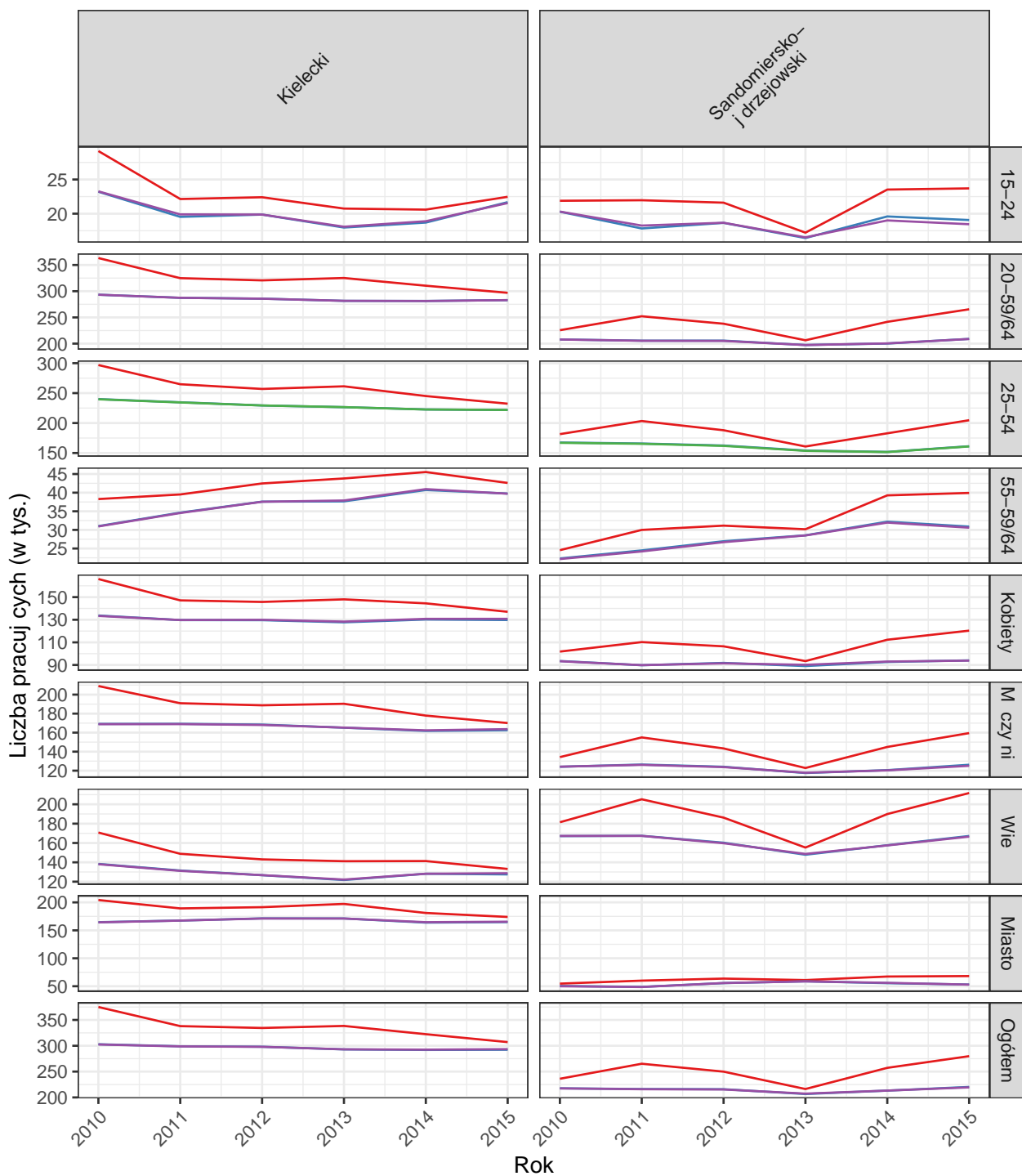


Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: LSKIE



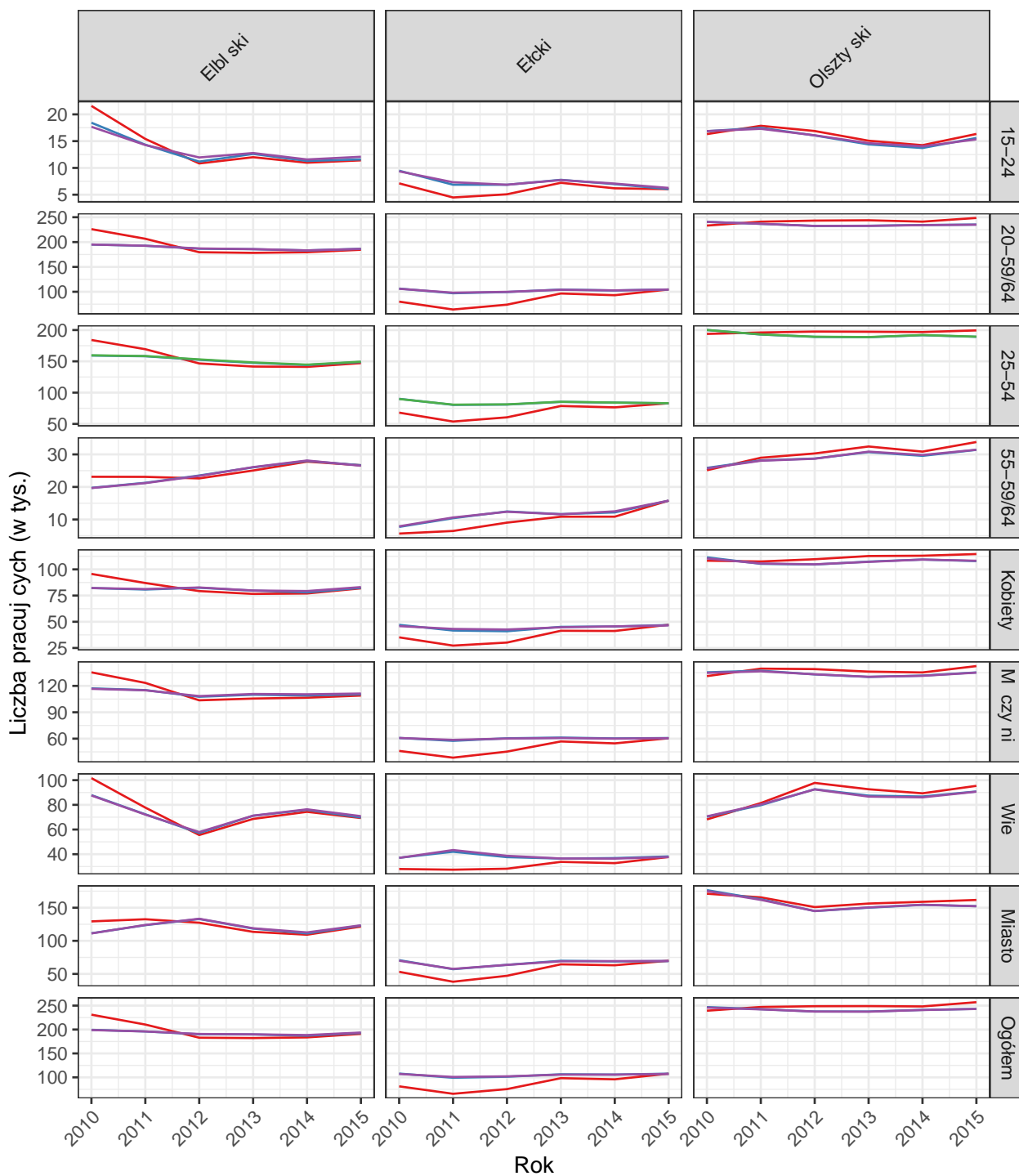
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: WI TOKRZYSKIE



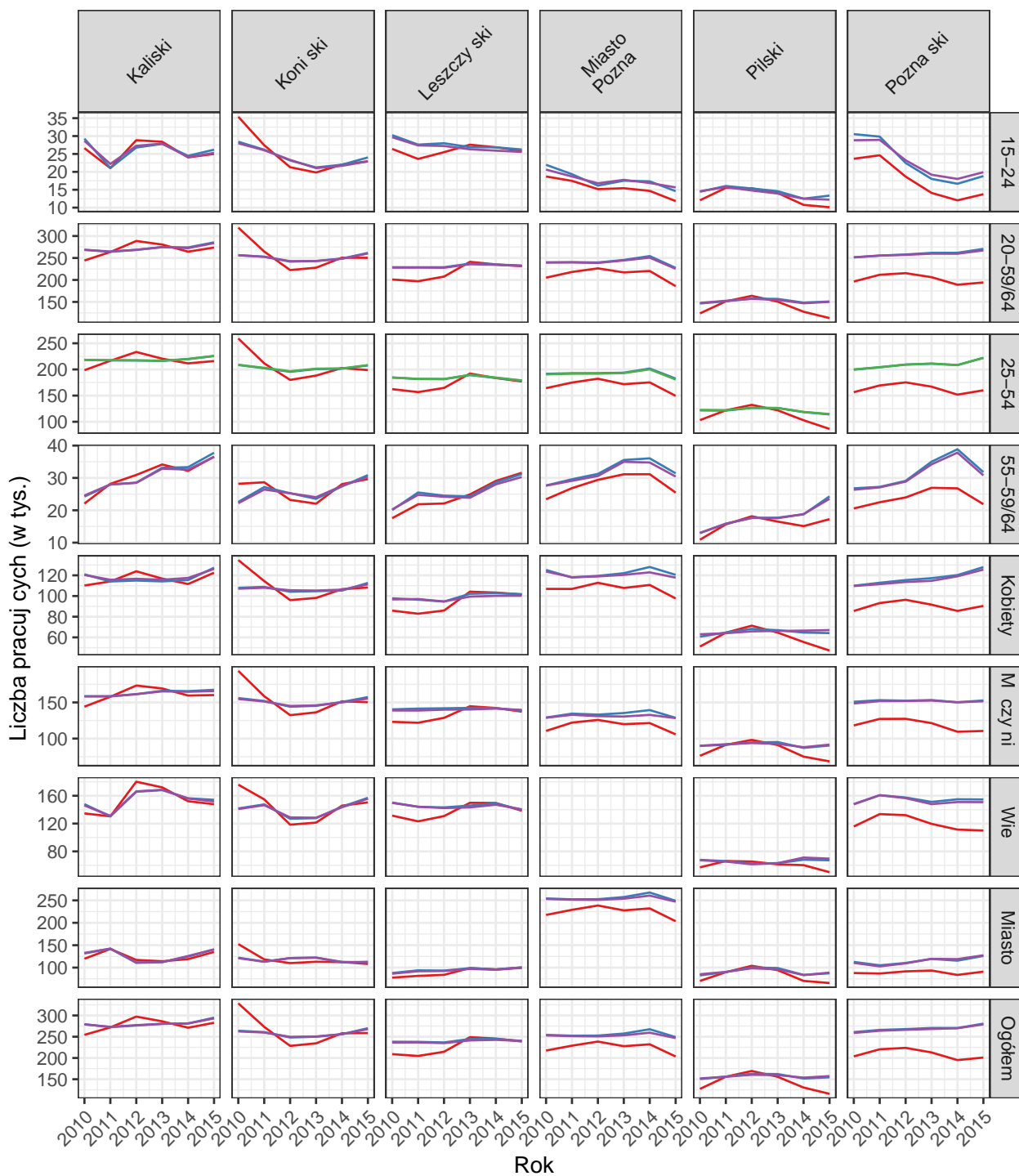
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowań według estymatorów dla pracujących  
Województwo: WARMI SKO-MAZURSKIE



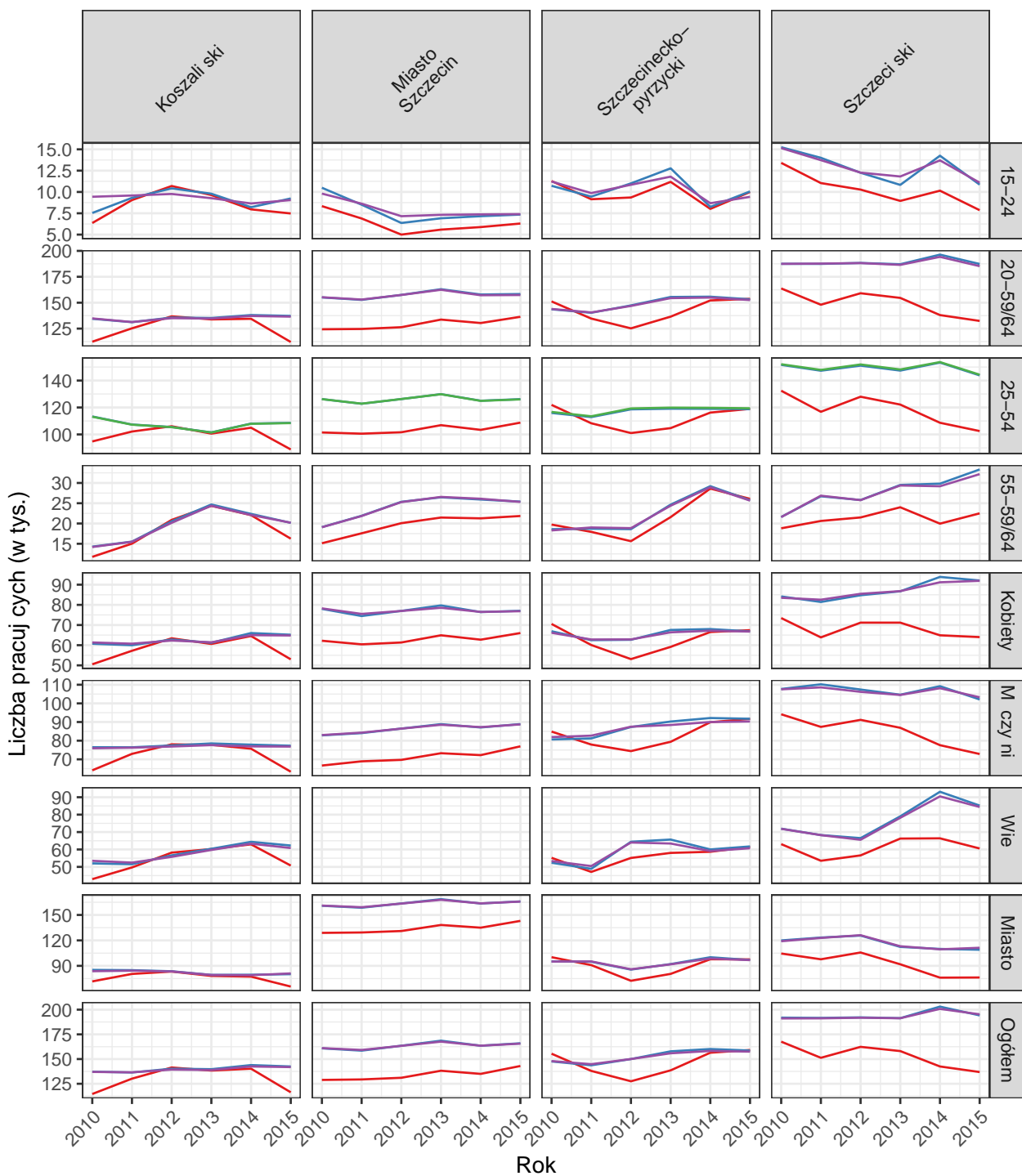
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



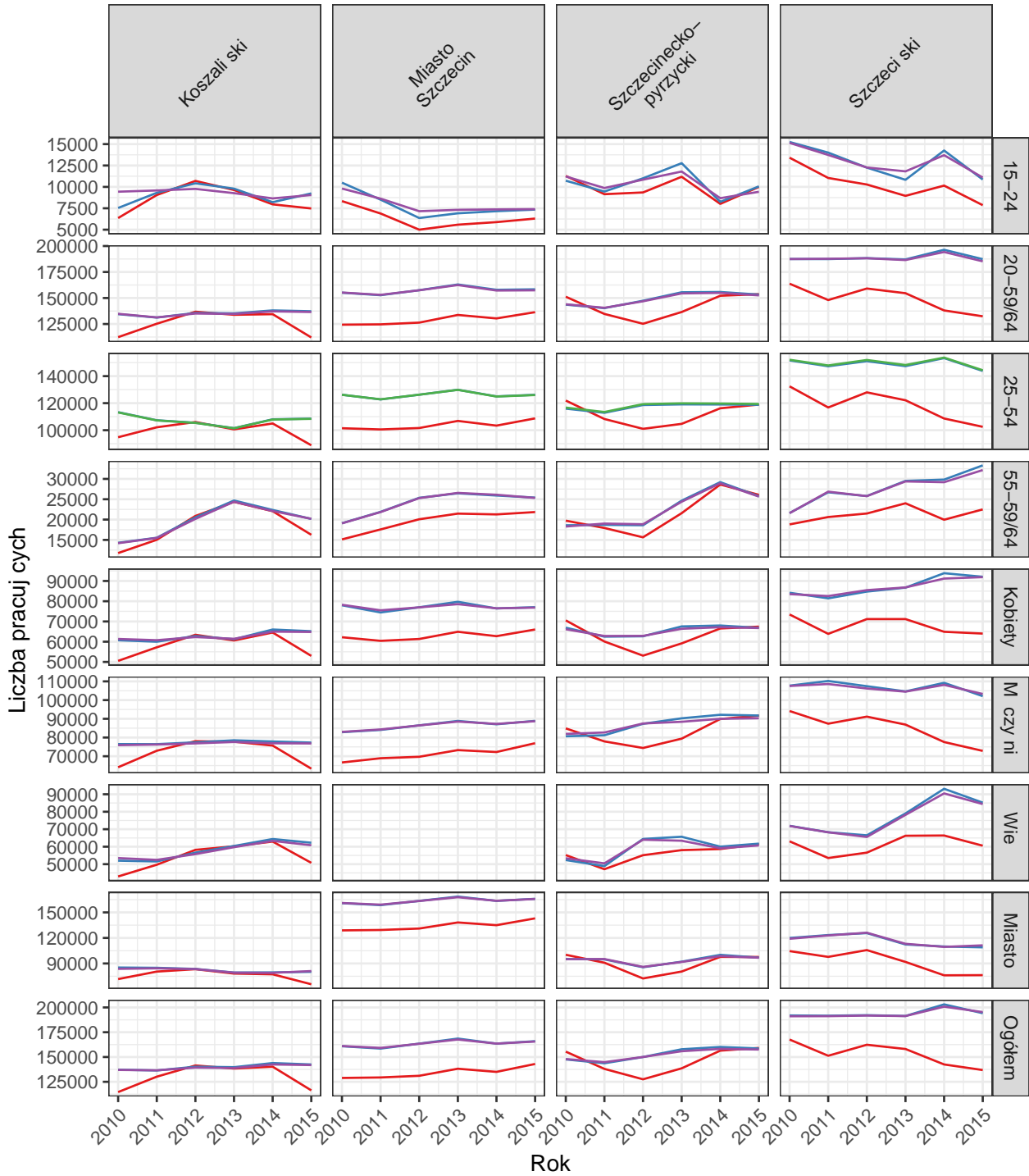
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



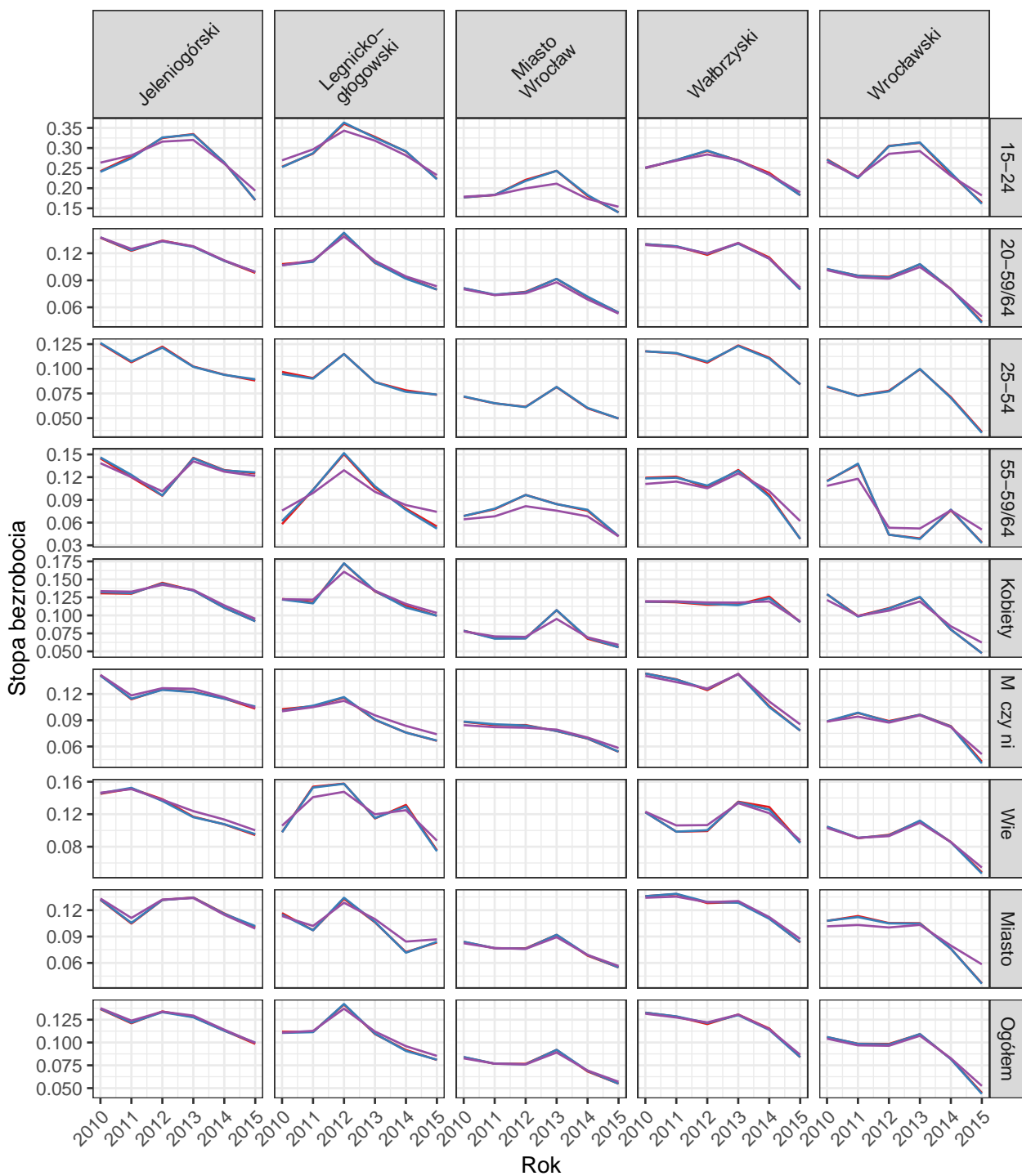
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla pracujących  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

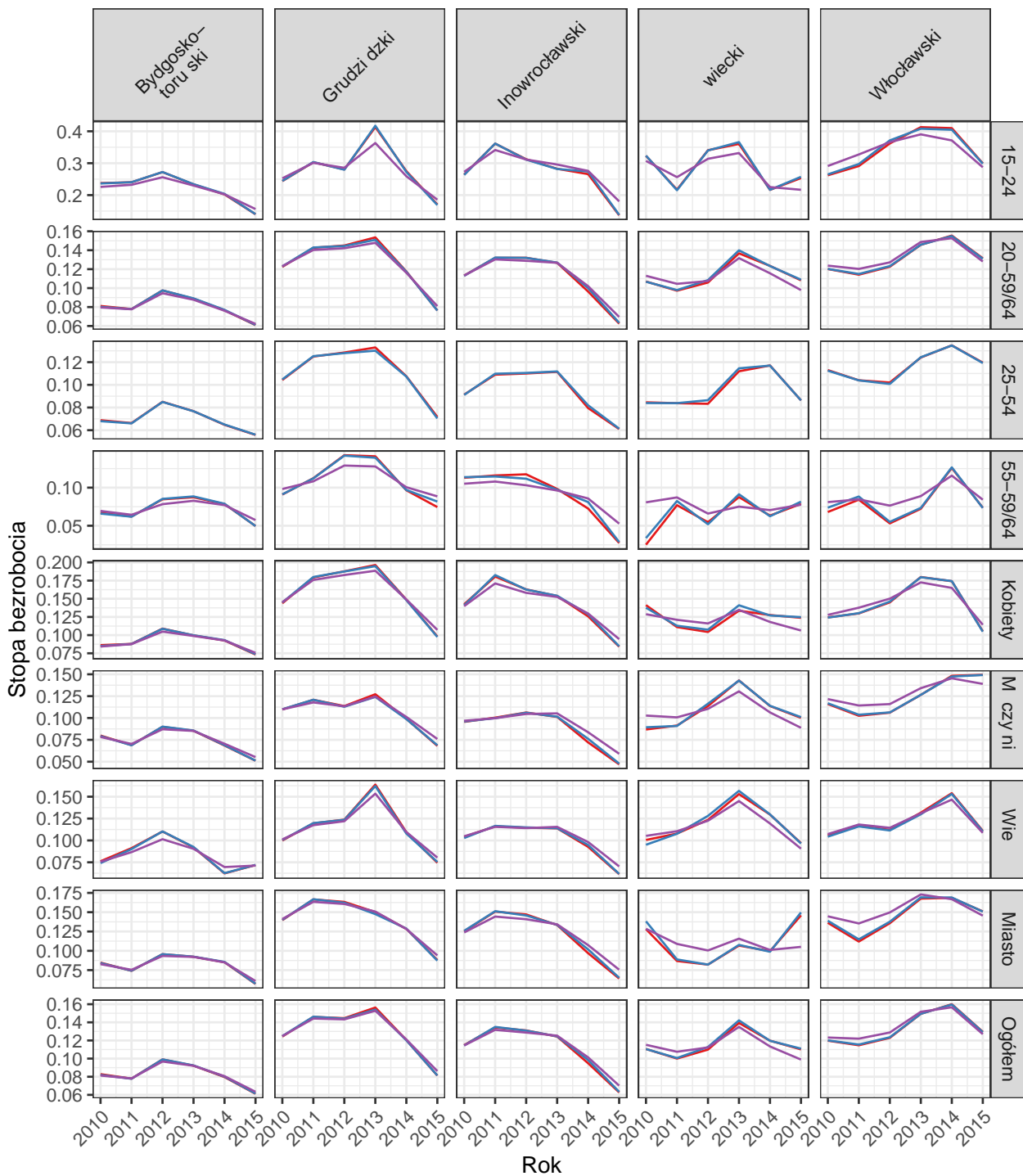
Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: DOLNO L SKIE



Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

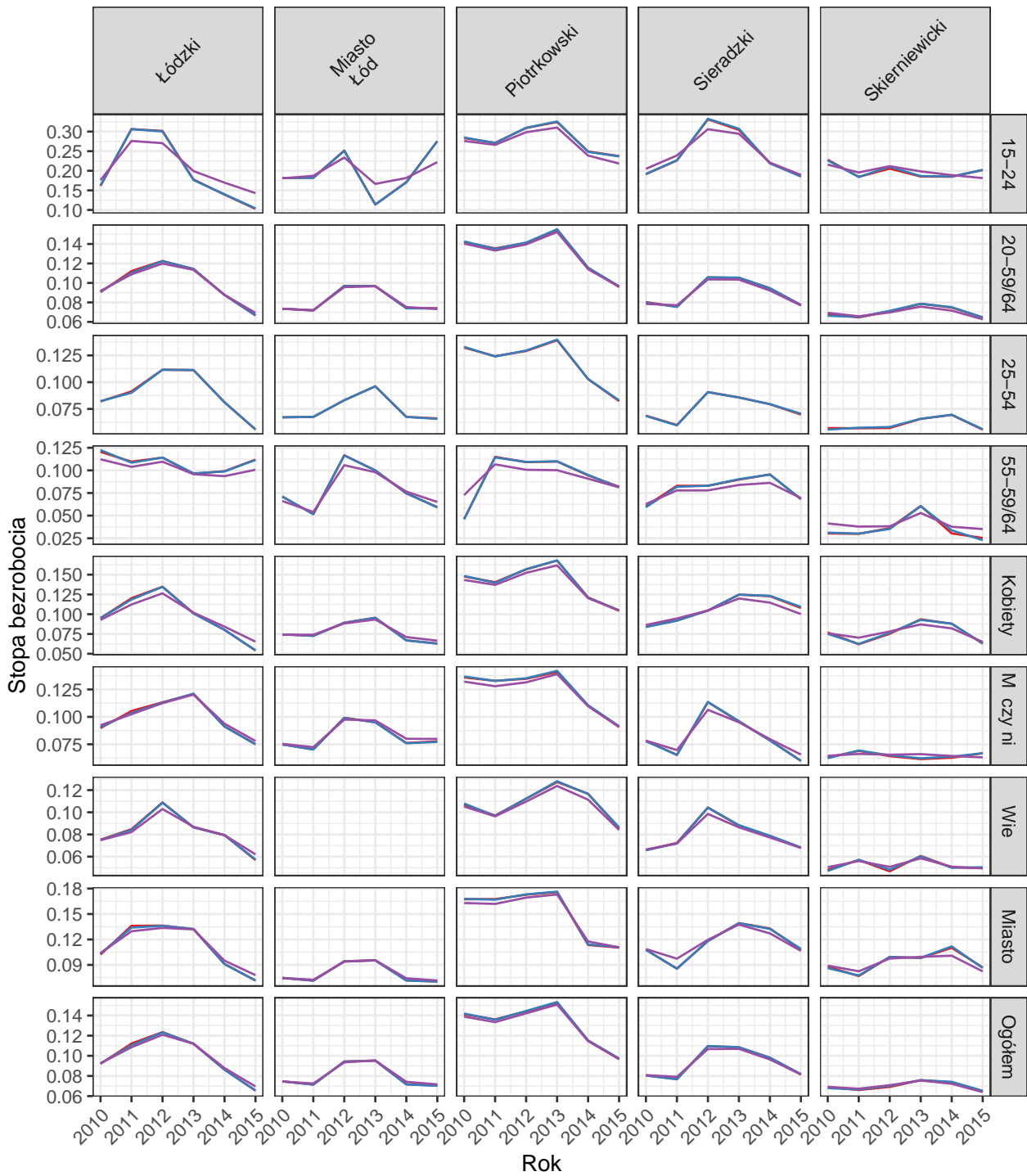


Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



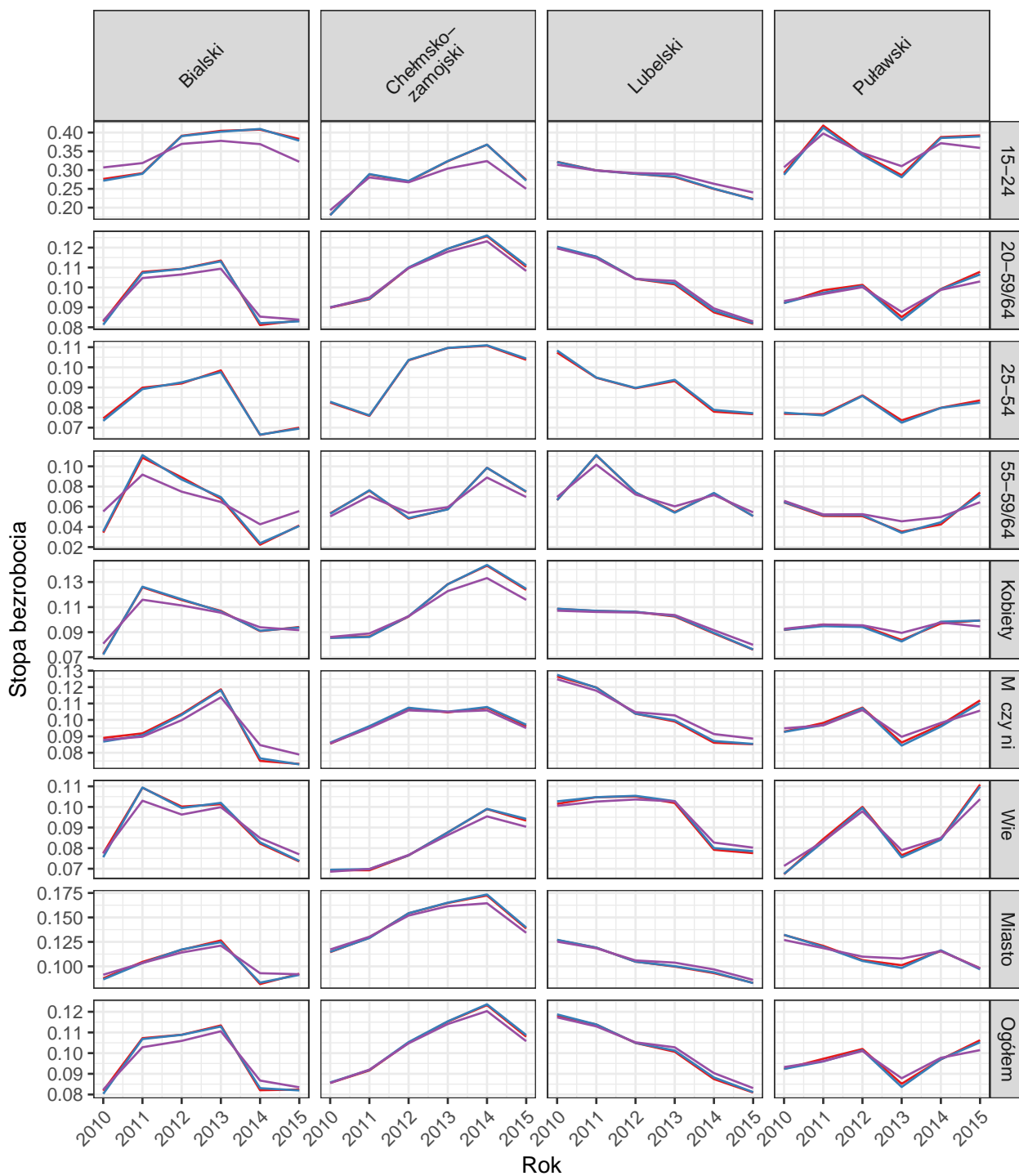
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: ŁÓDZKIE



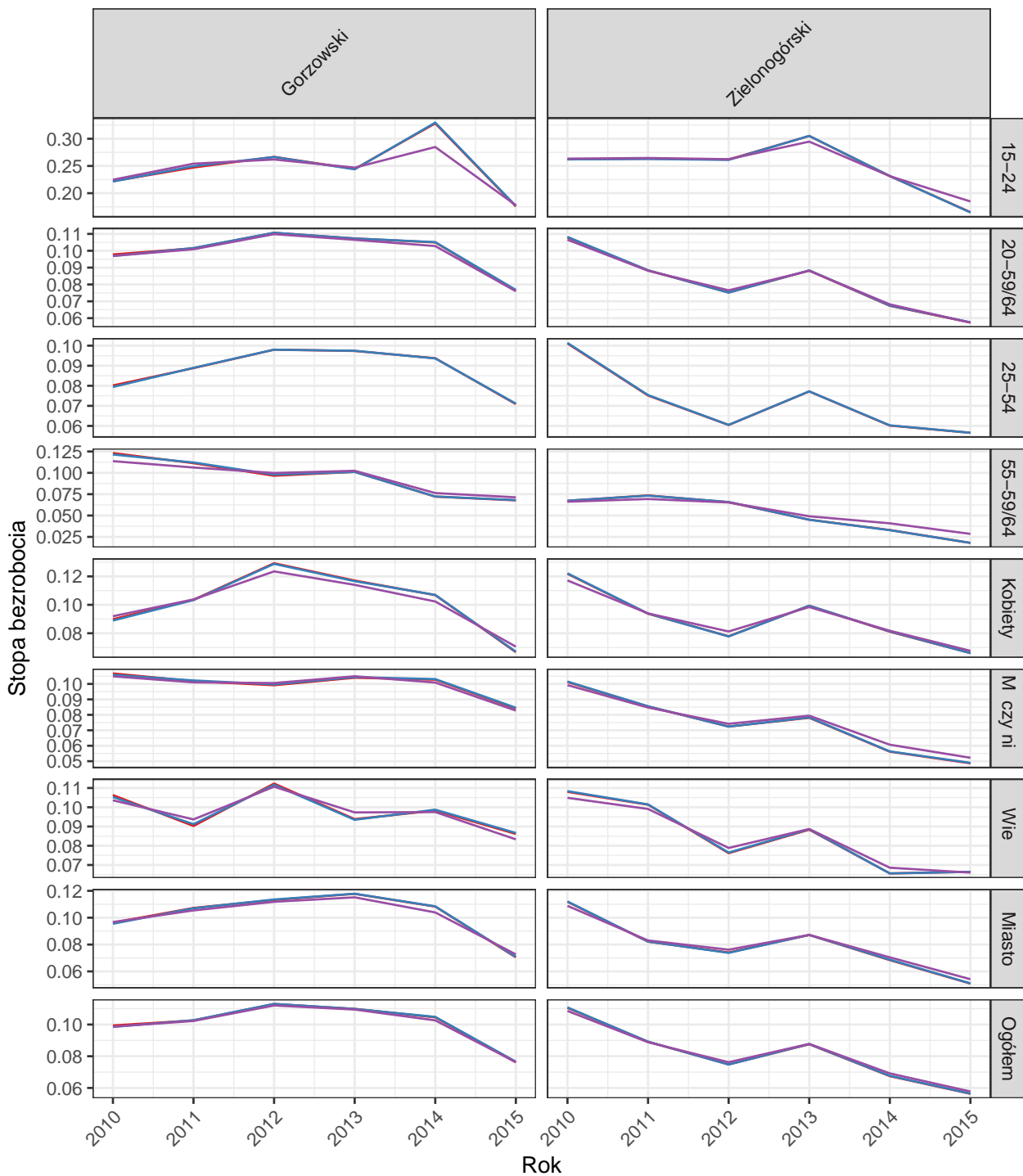
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: LUBELSKIE



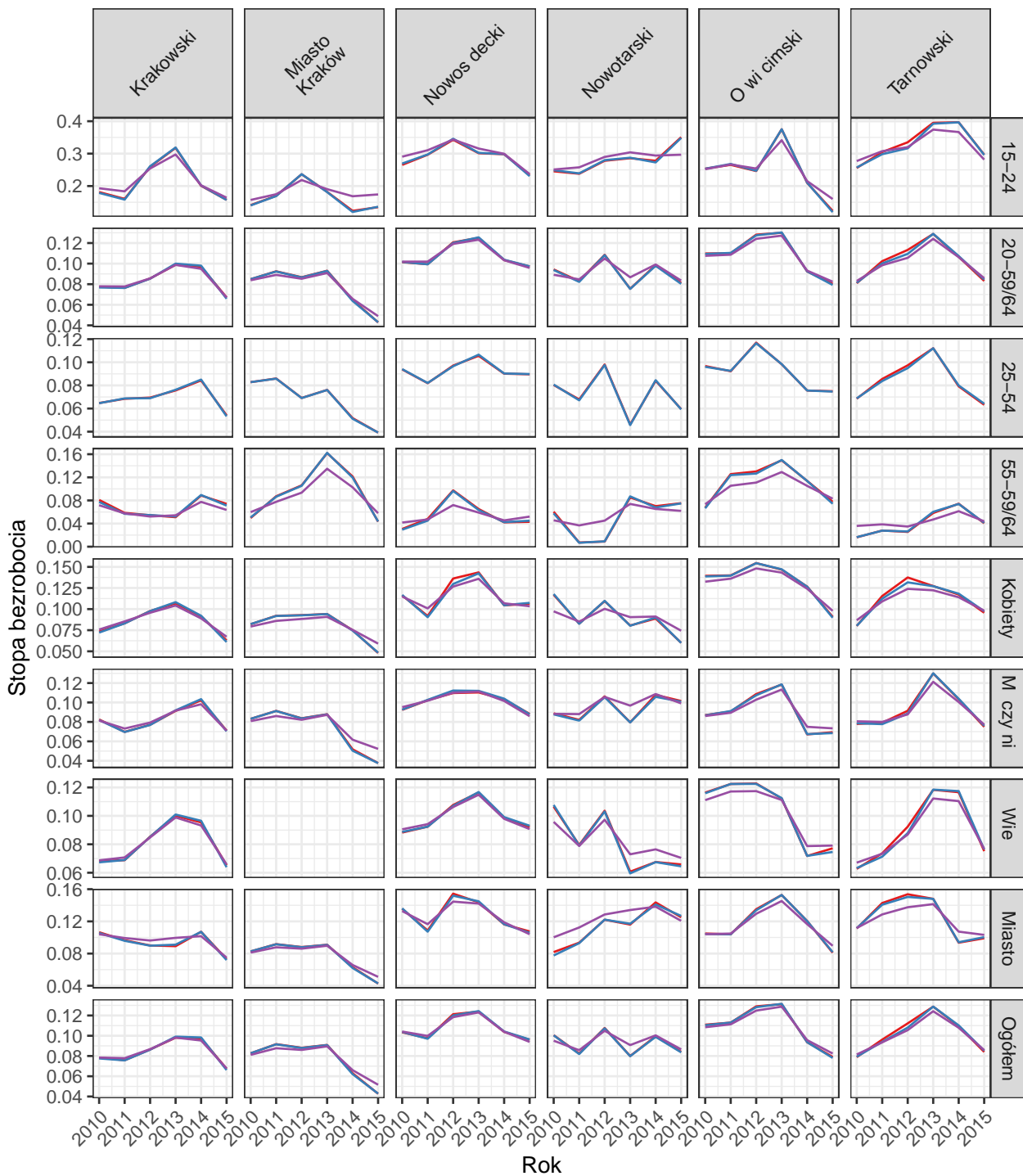
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: LUBUSKIE



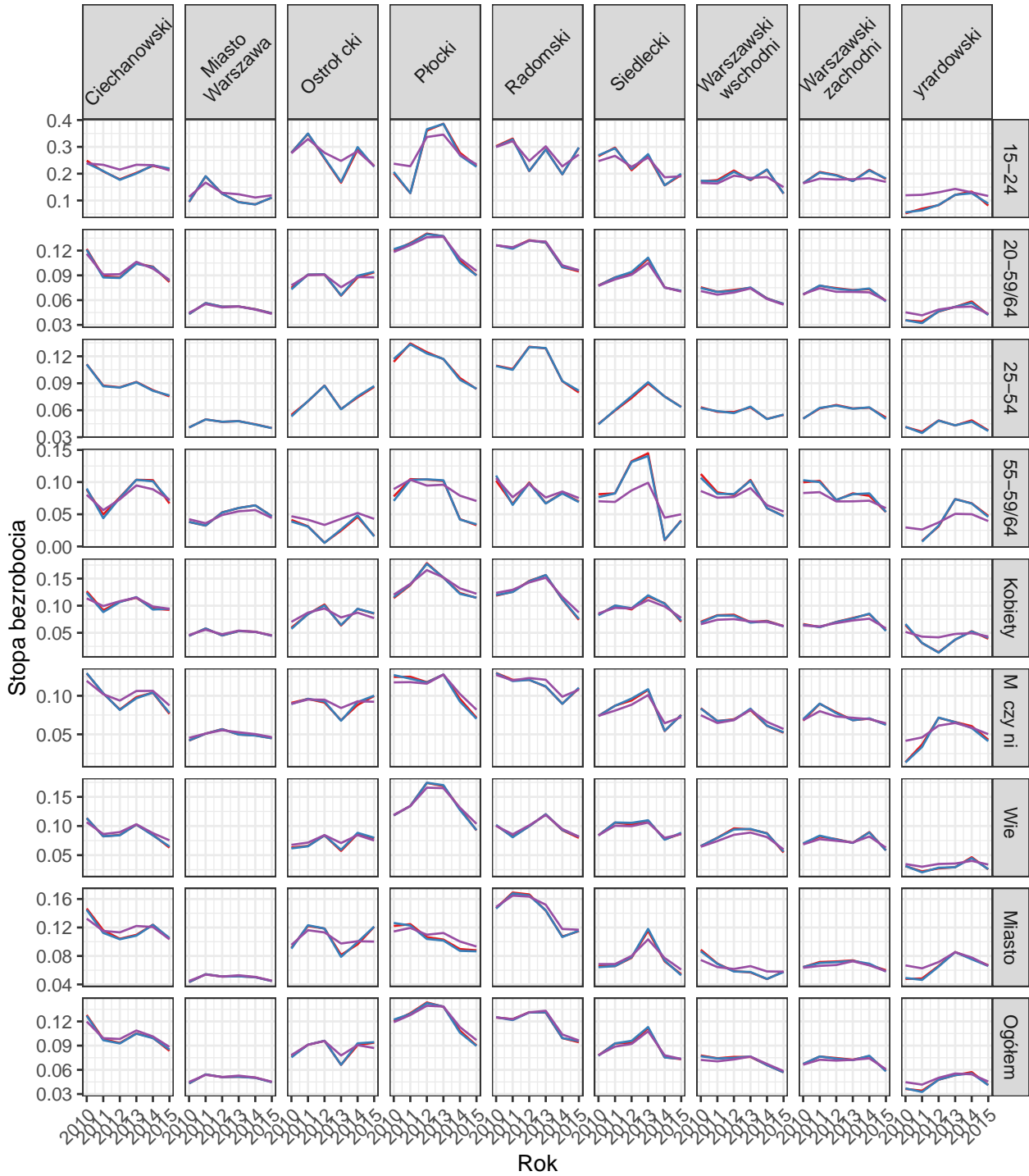
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: MAŁOPOLSKIE



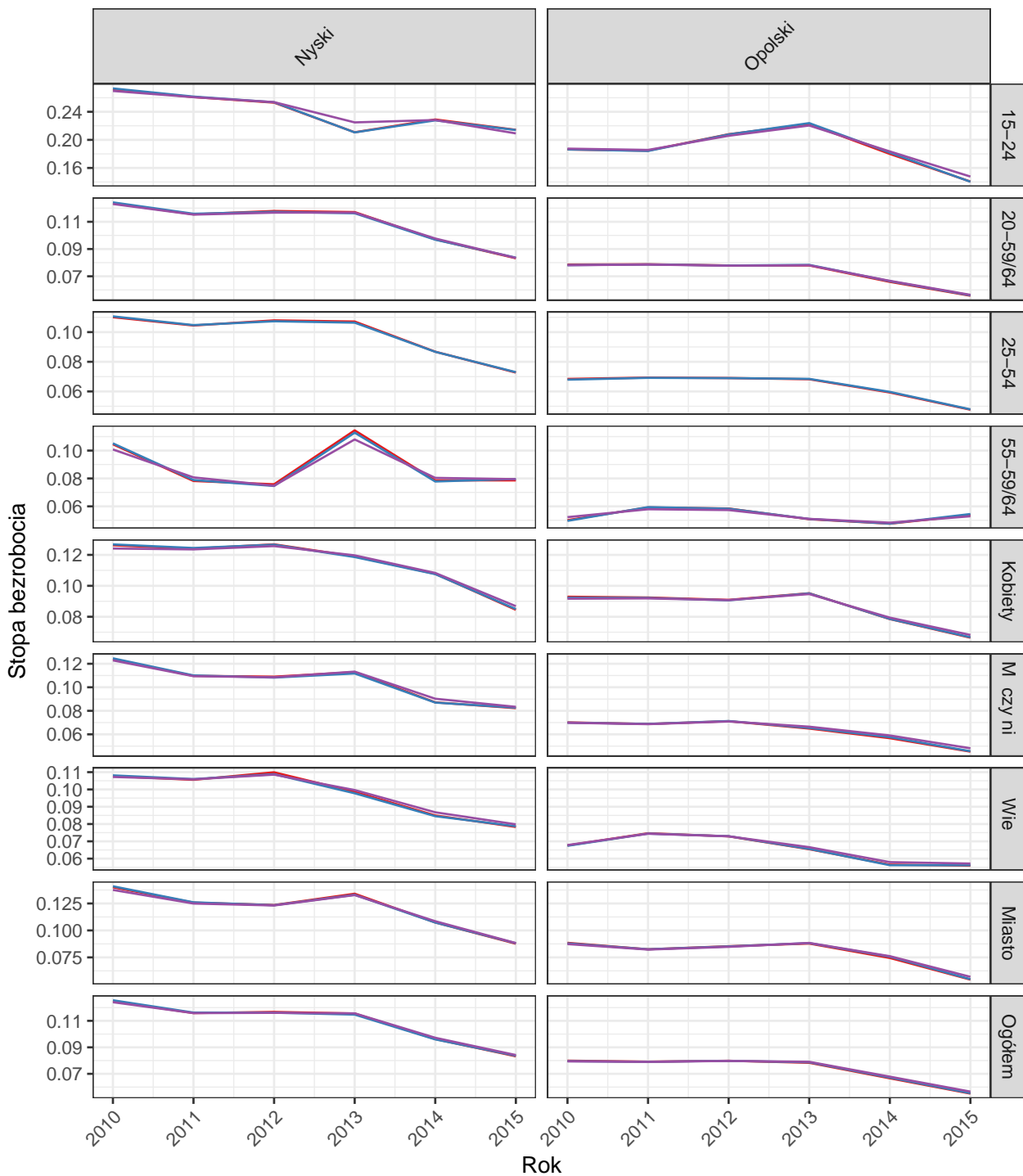
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: MAZOWIECKIE



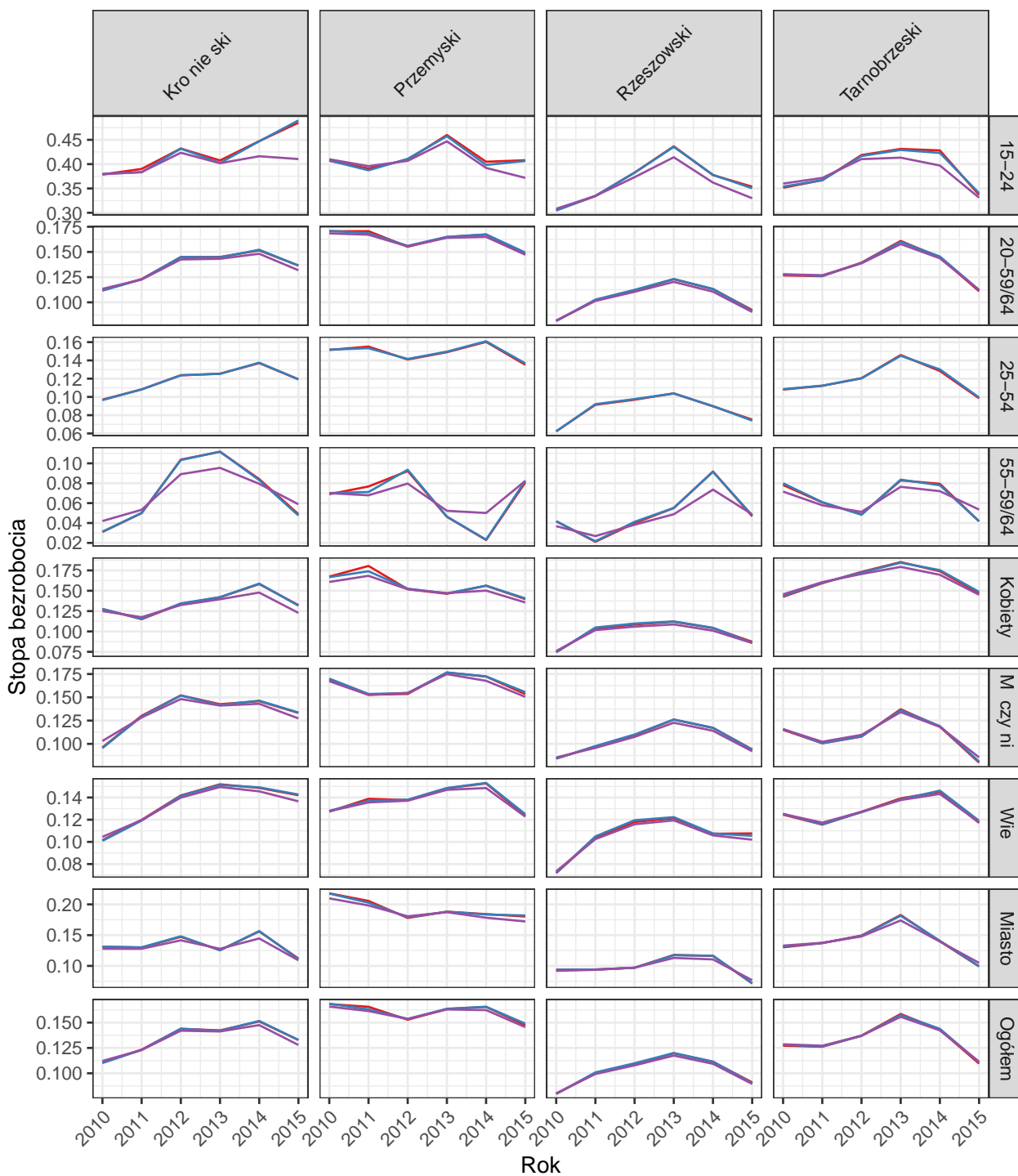
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: OPOLSKIE



Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

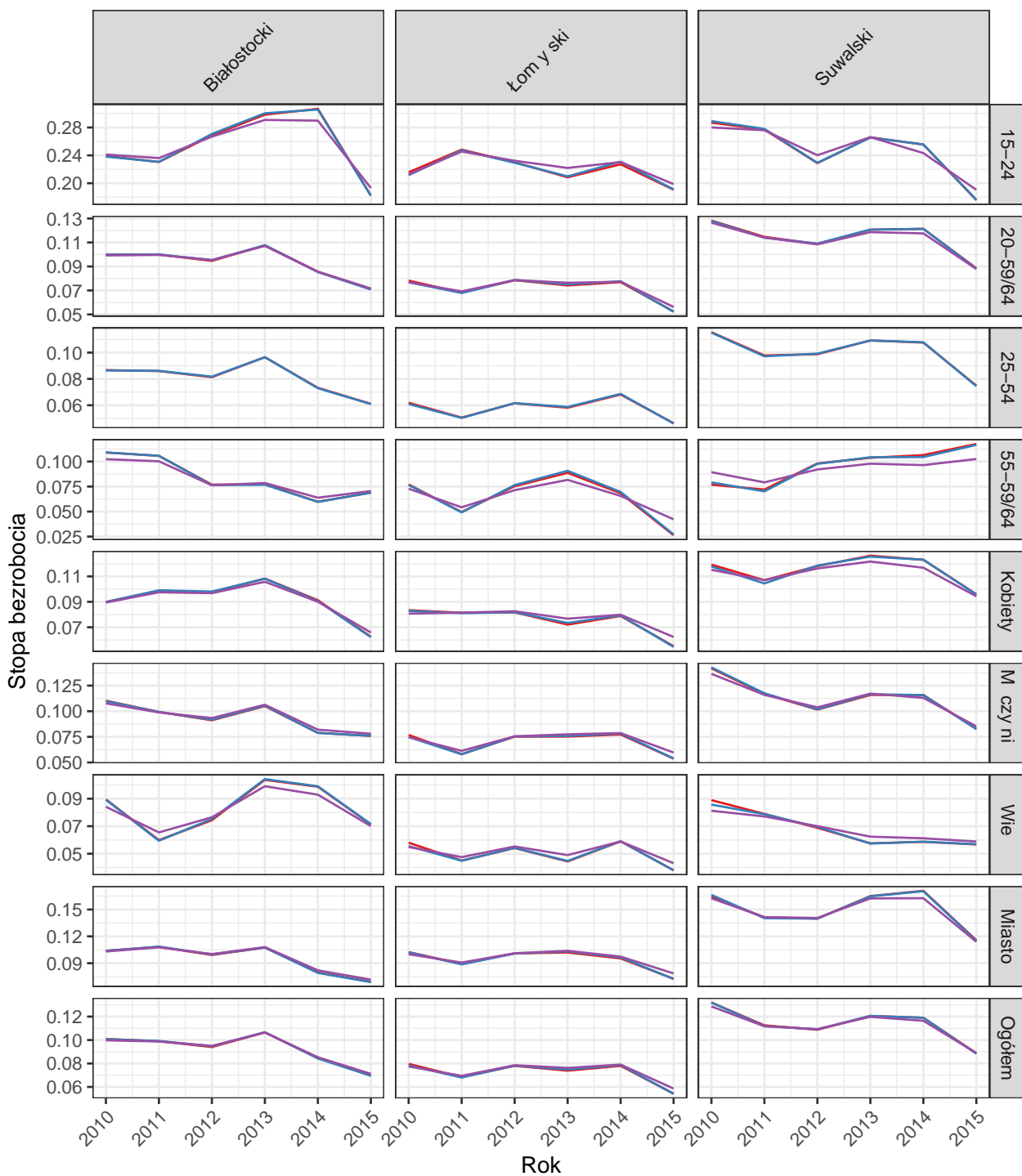
Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

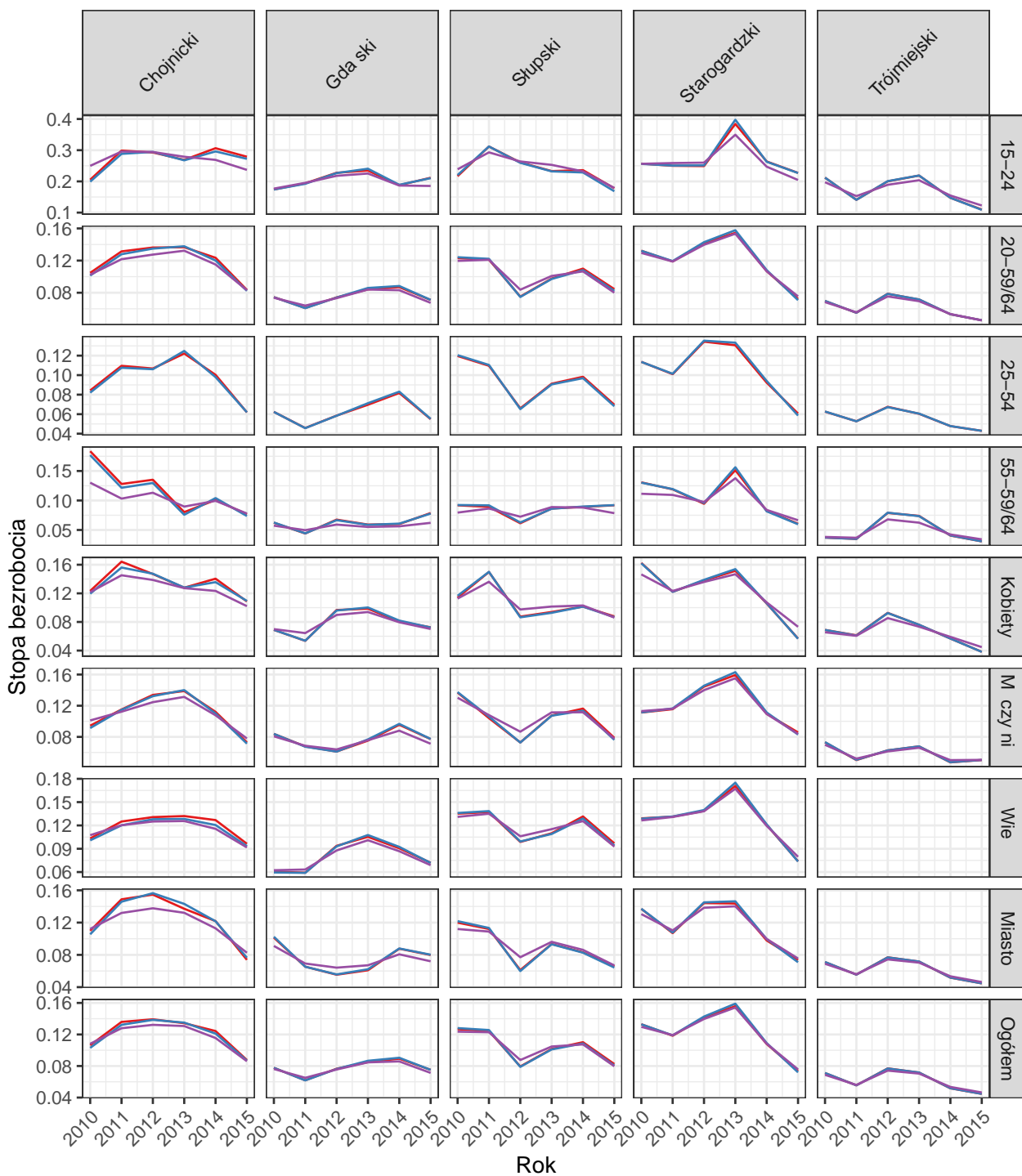


Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: PODLASKIE



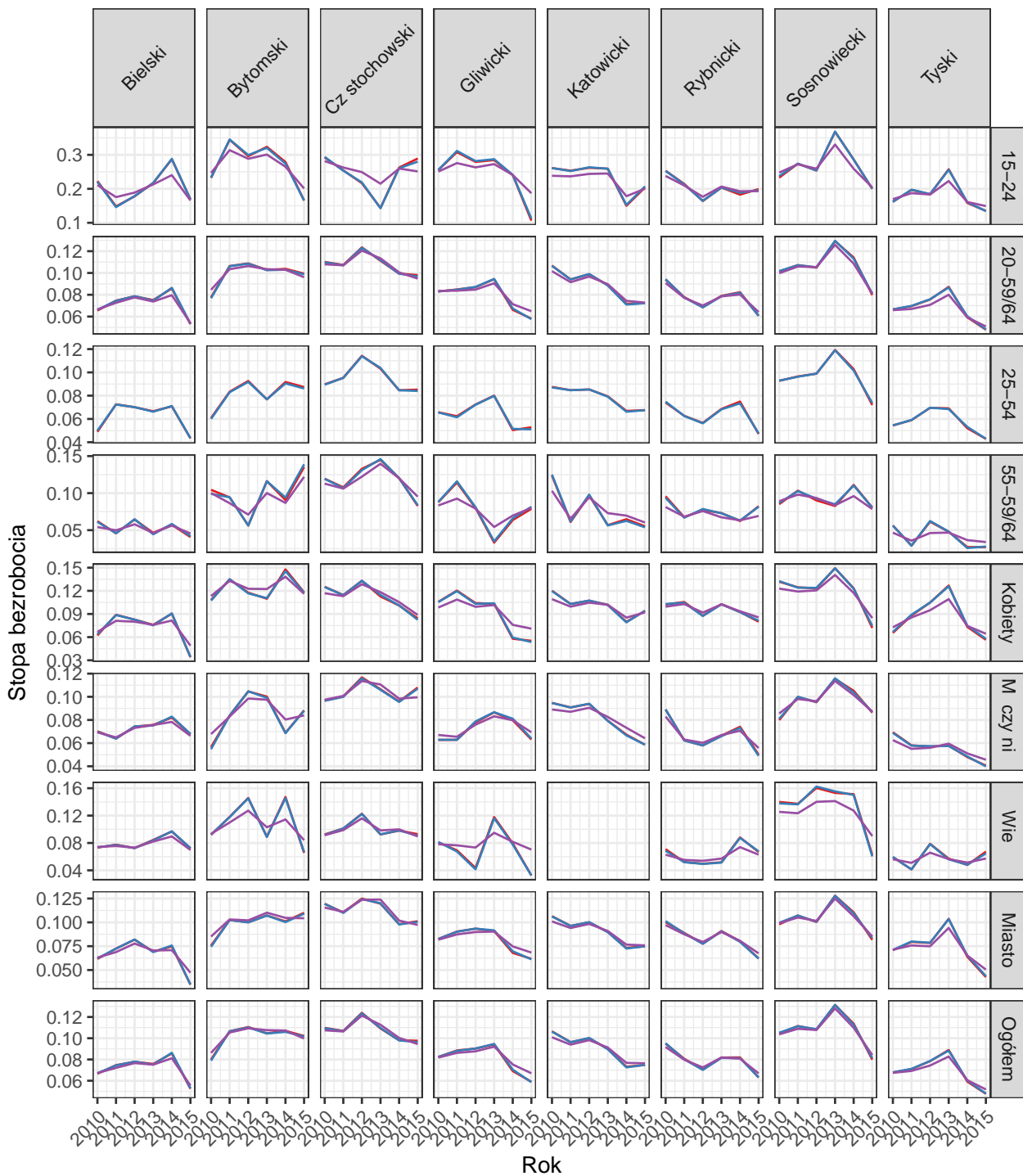
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: POMORSKIE



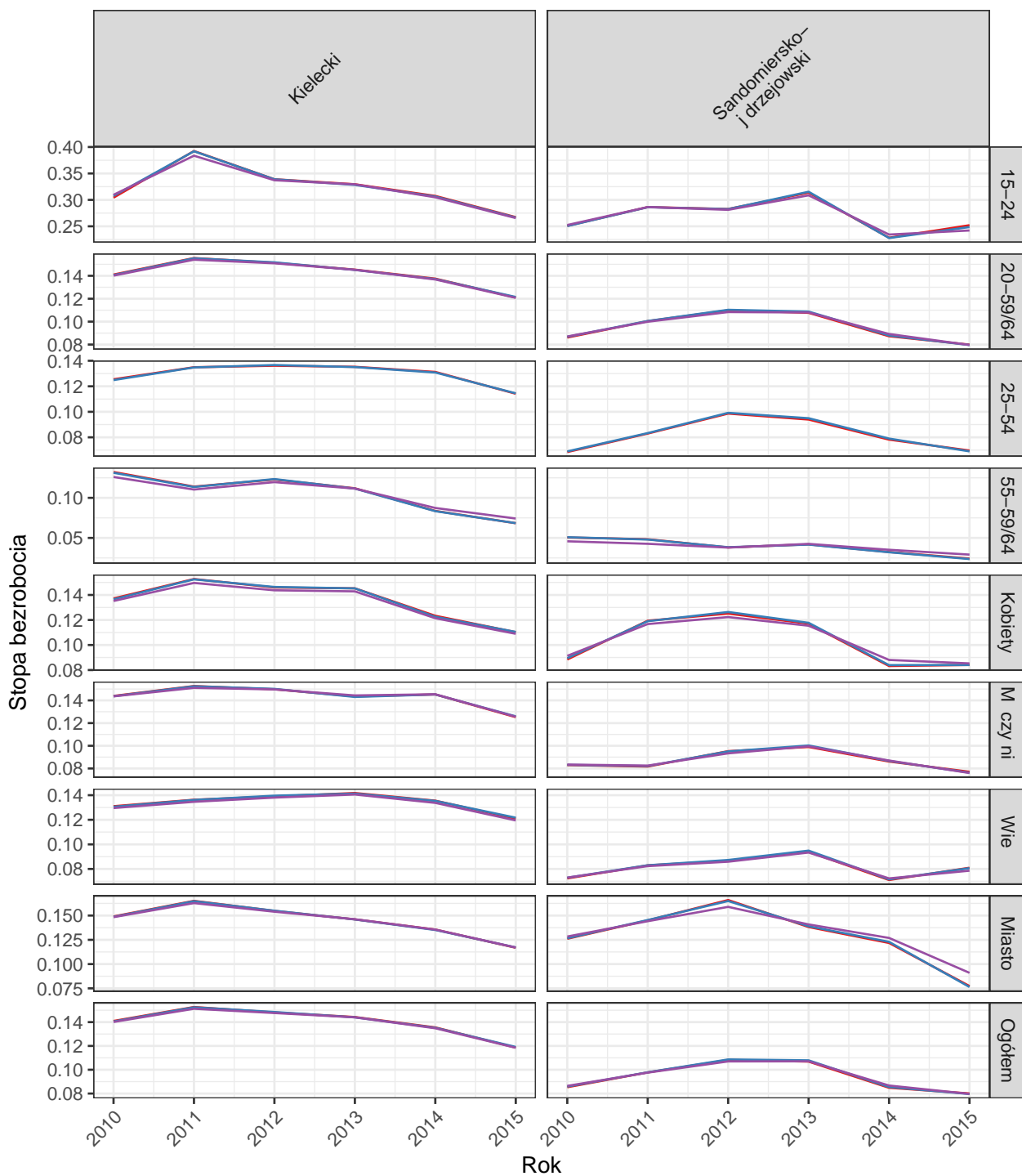
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: L SKIE



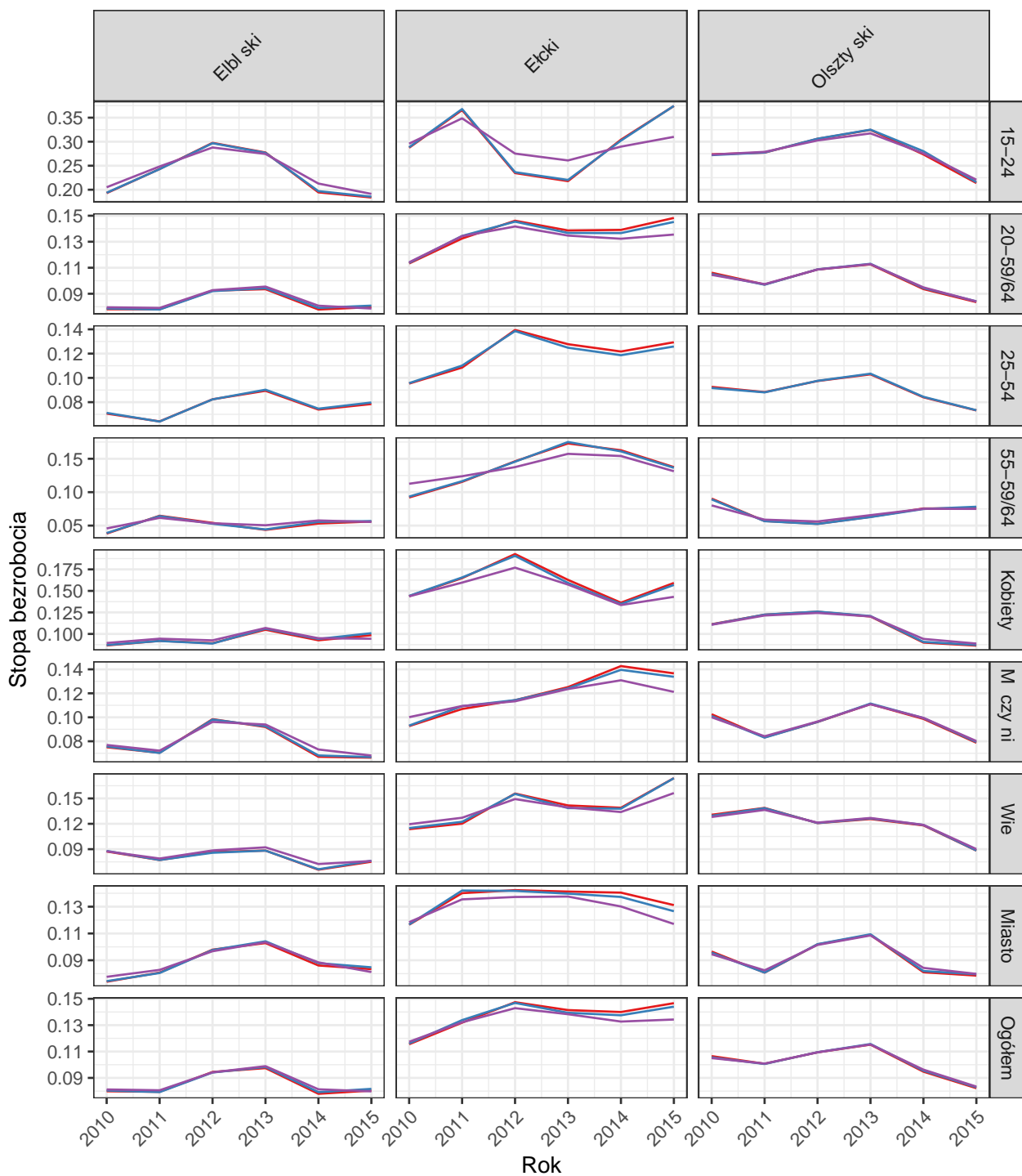
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: WI TOKRZYSKIE



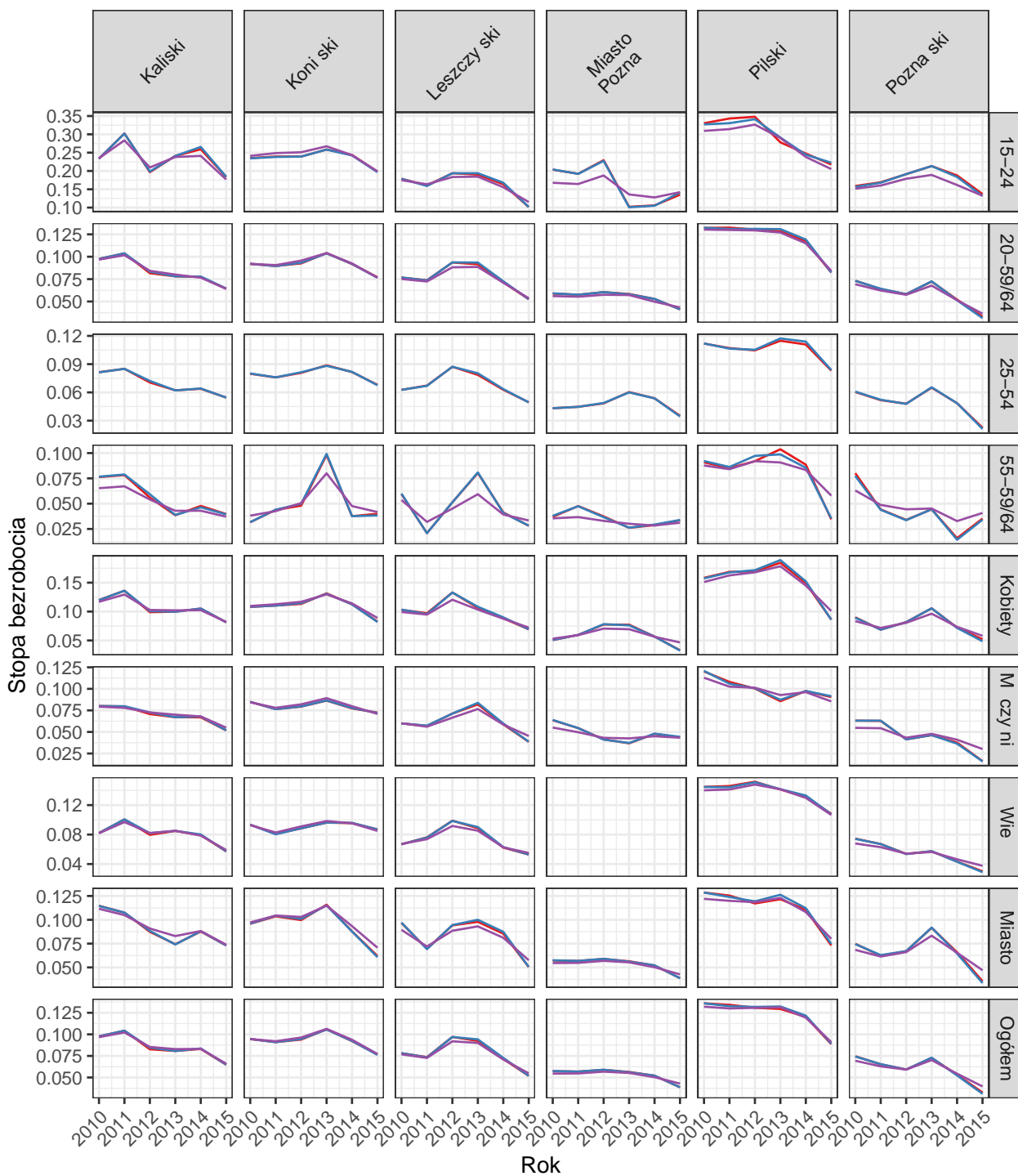
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: WARMI SKO-MAZURSKIE



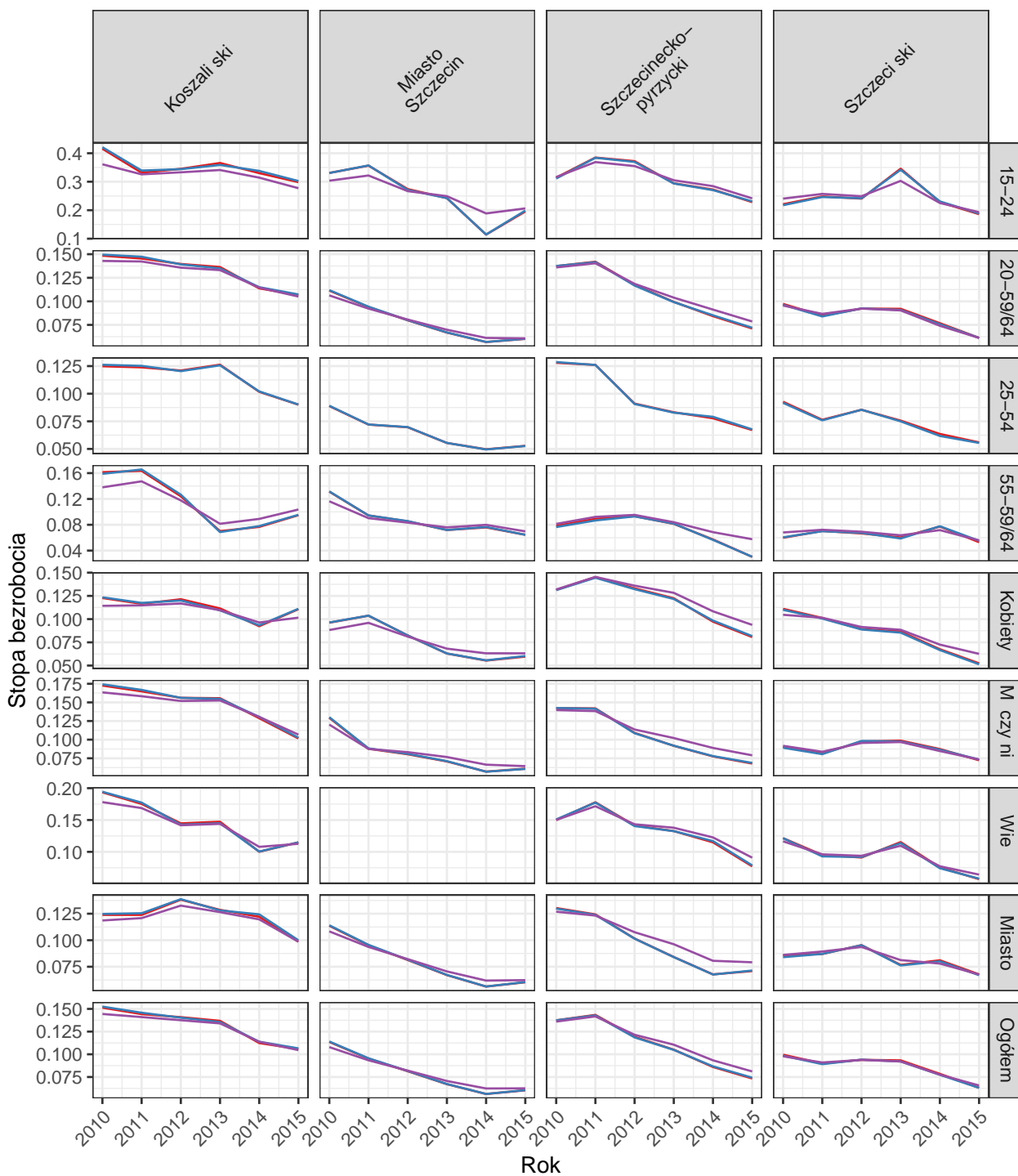
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



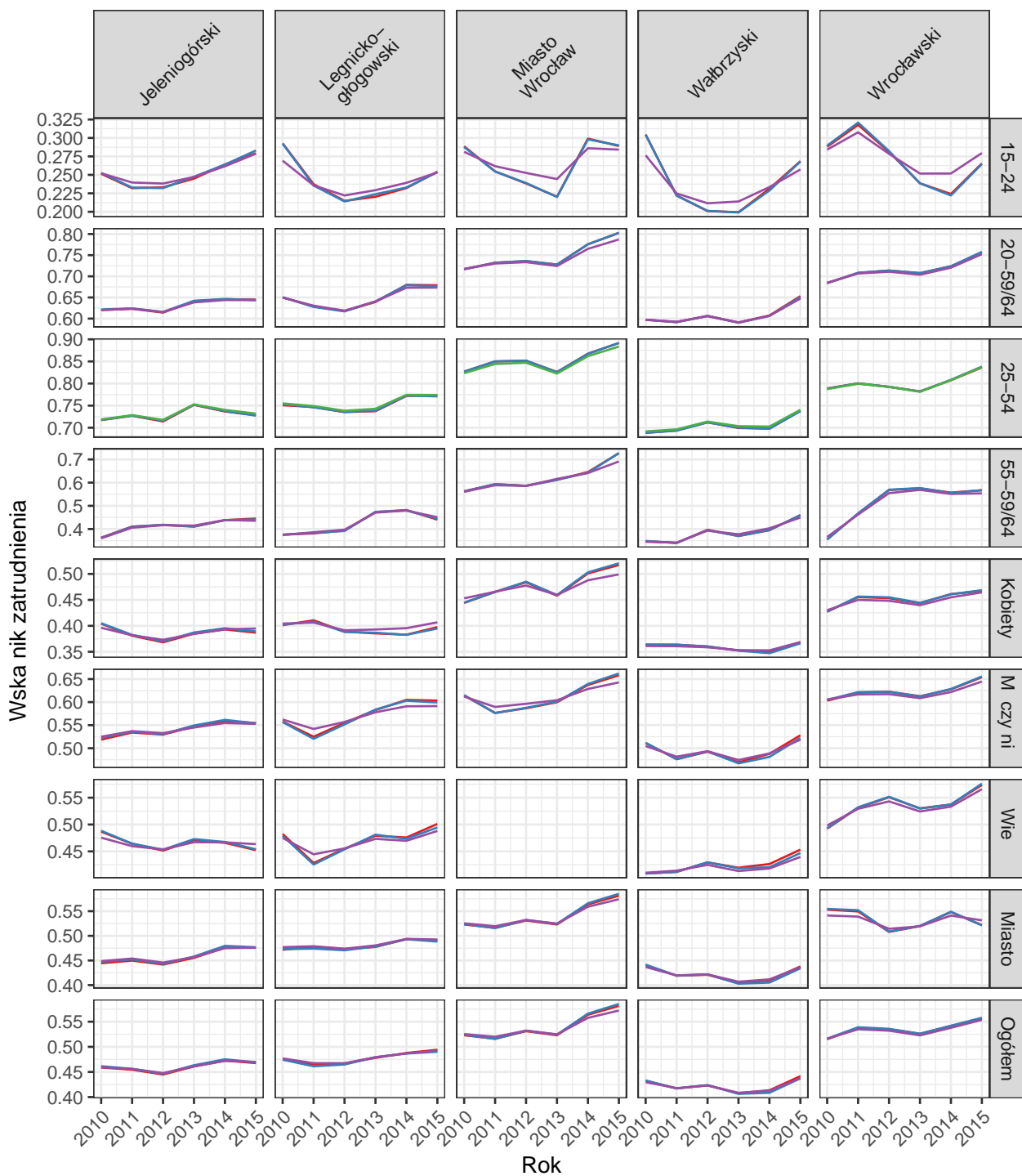
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla stopy bezrobocia  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

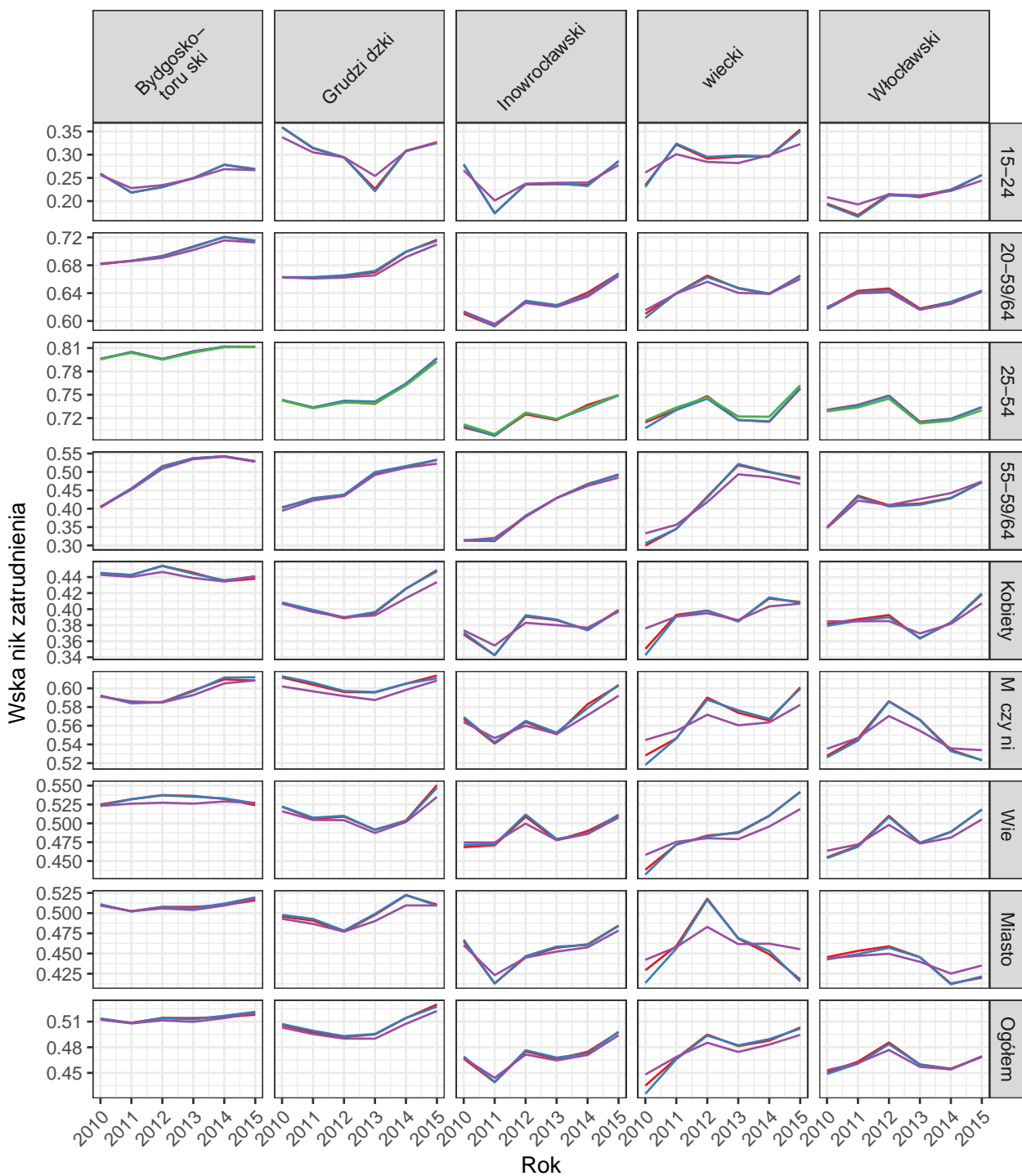
Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: DOLNO L SKIE



Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

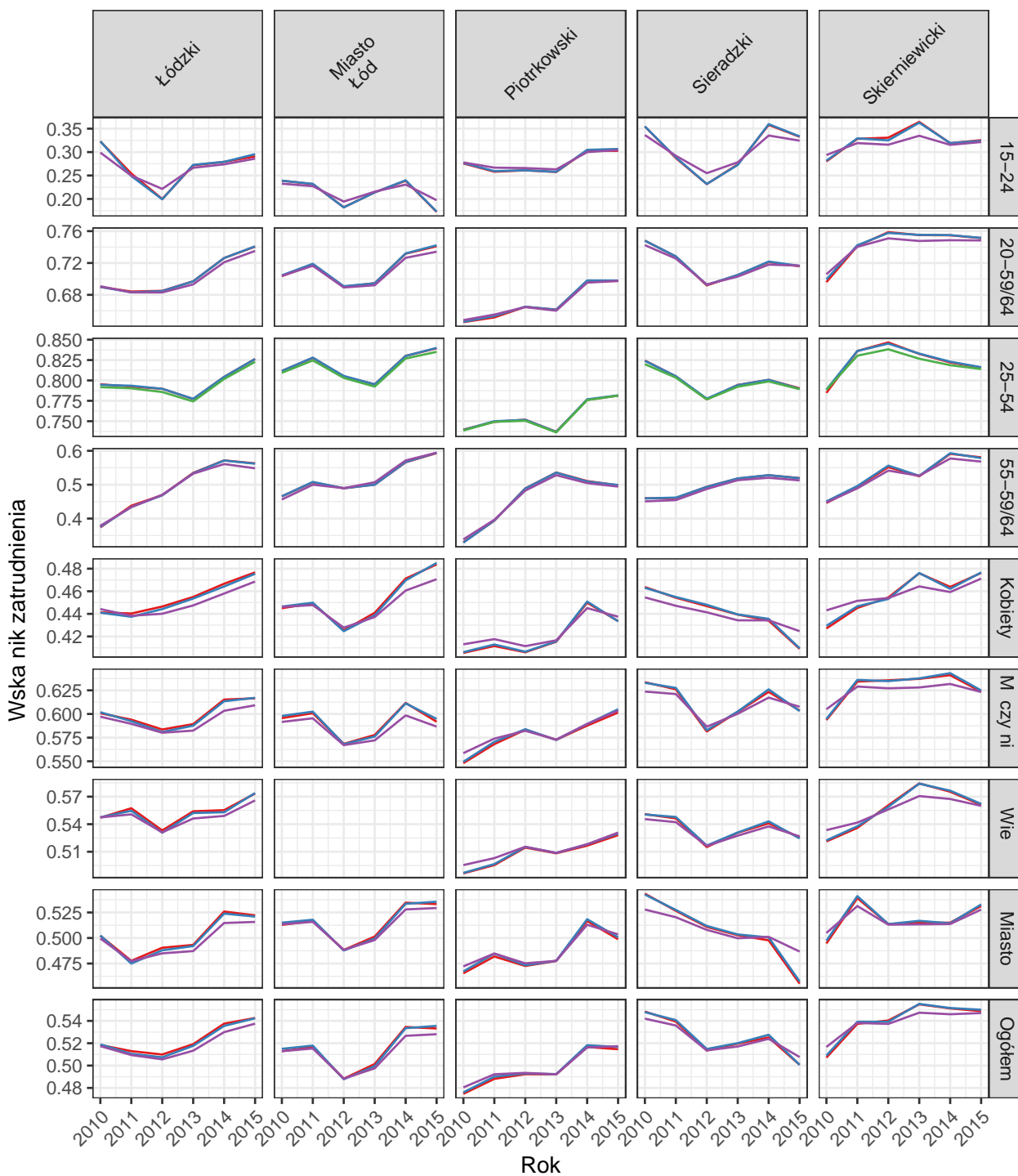


Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
 Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



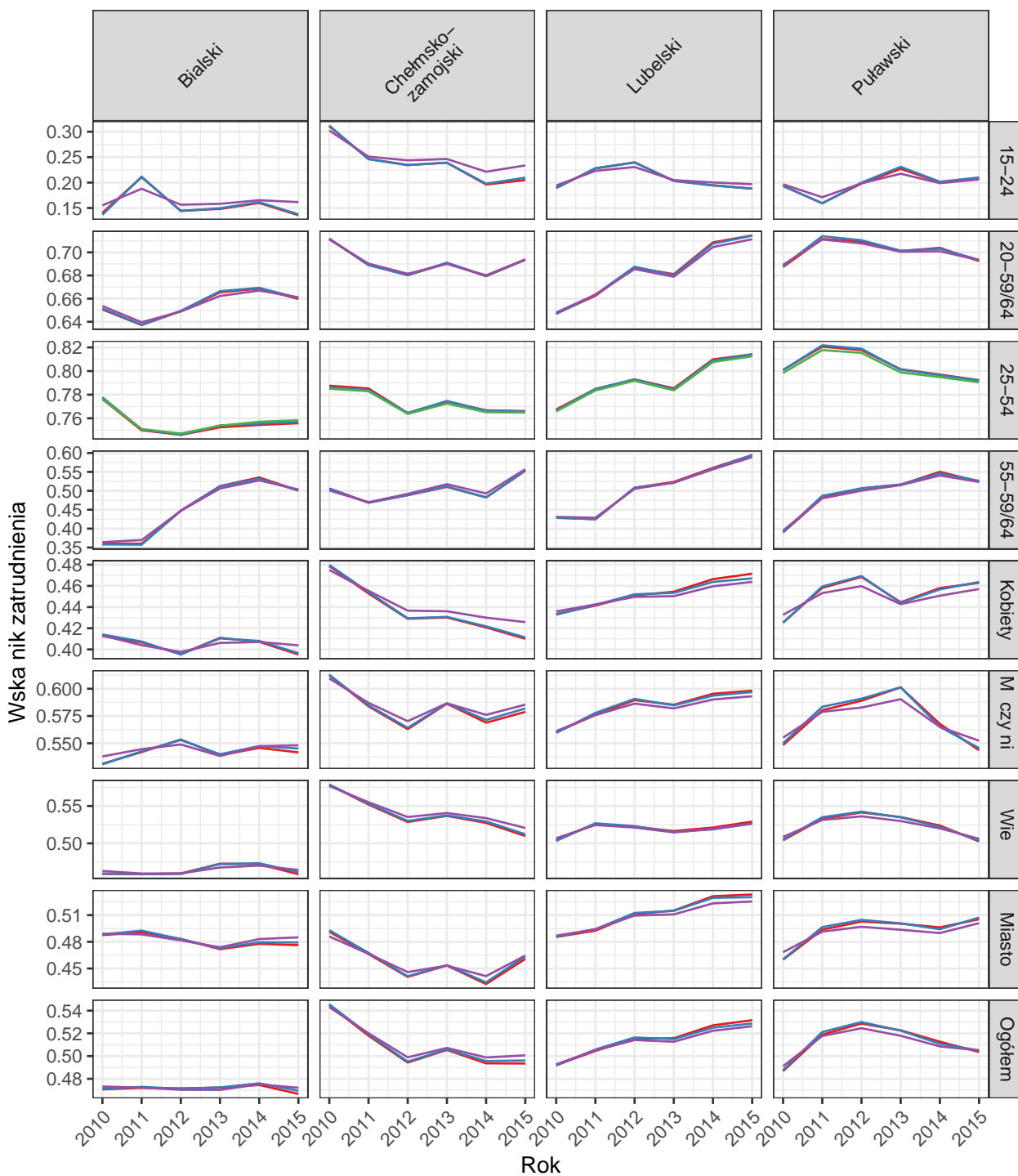
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: ŁÓDZKIE



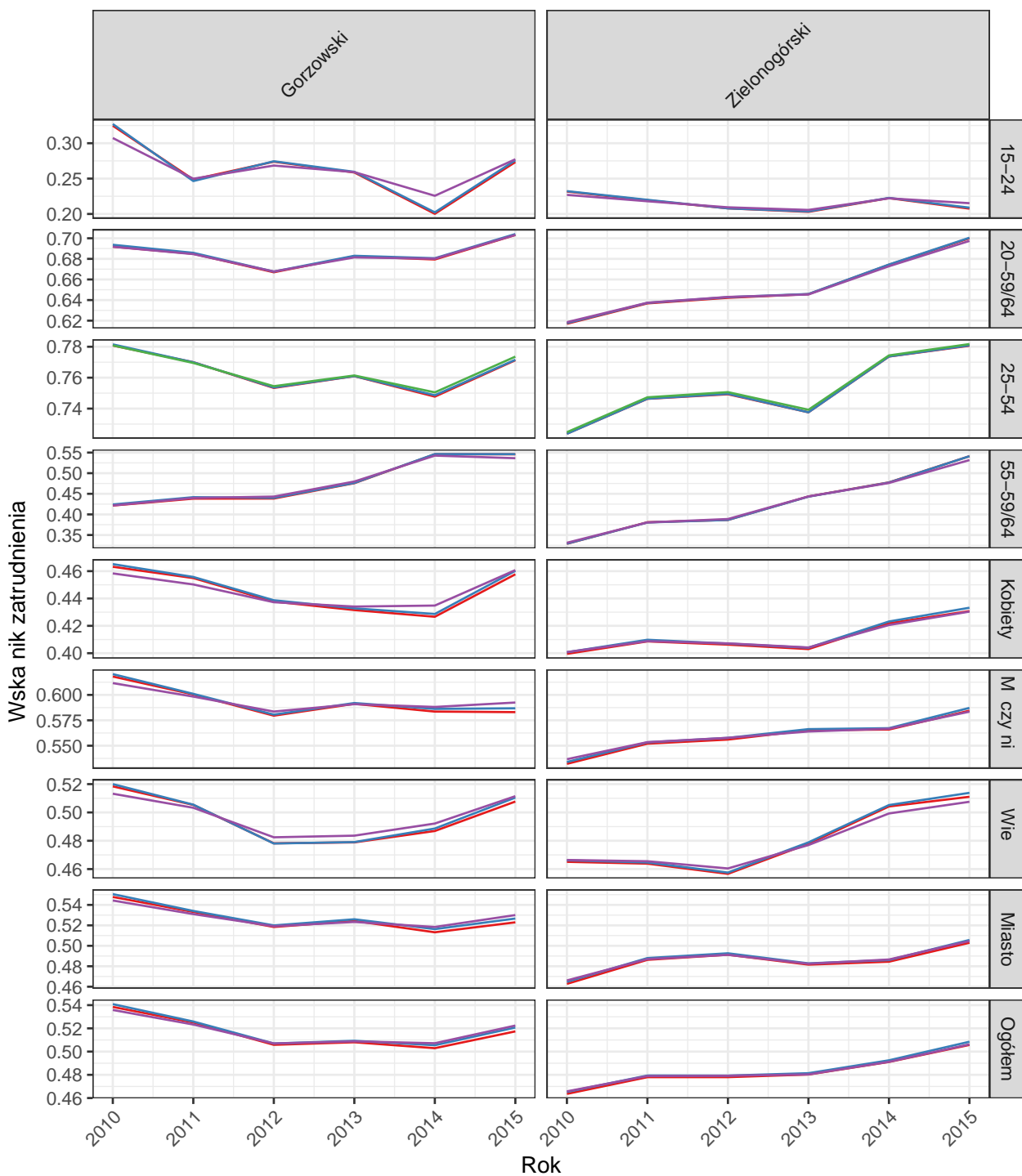
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: LUBELSKIE



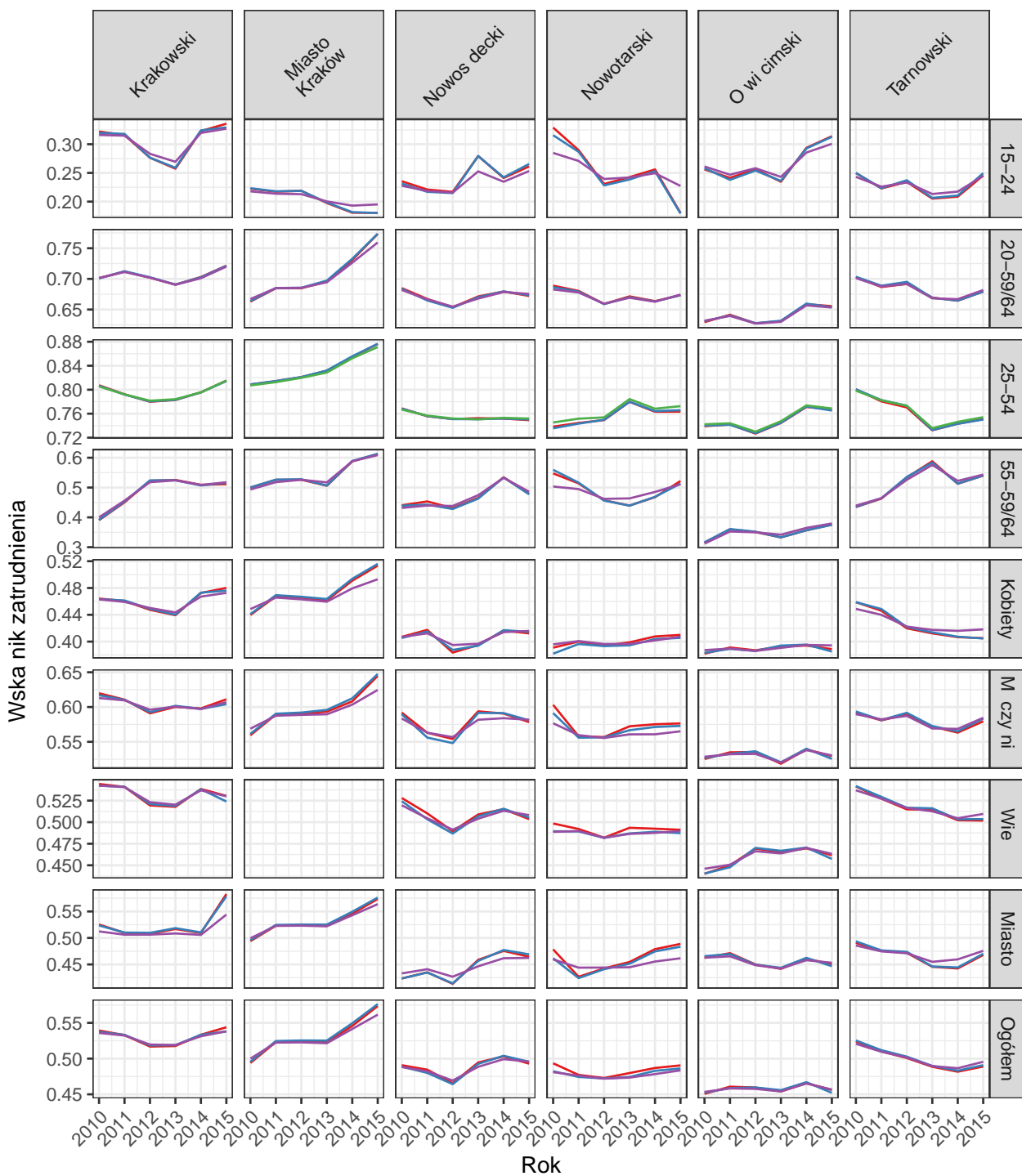
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: LUBUSKIE



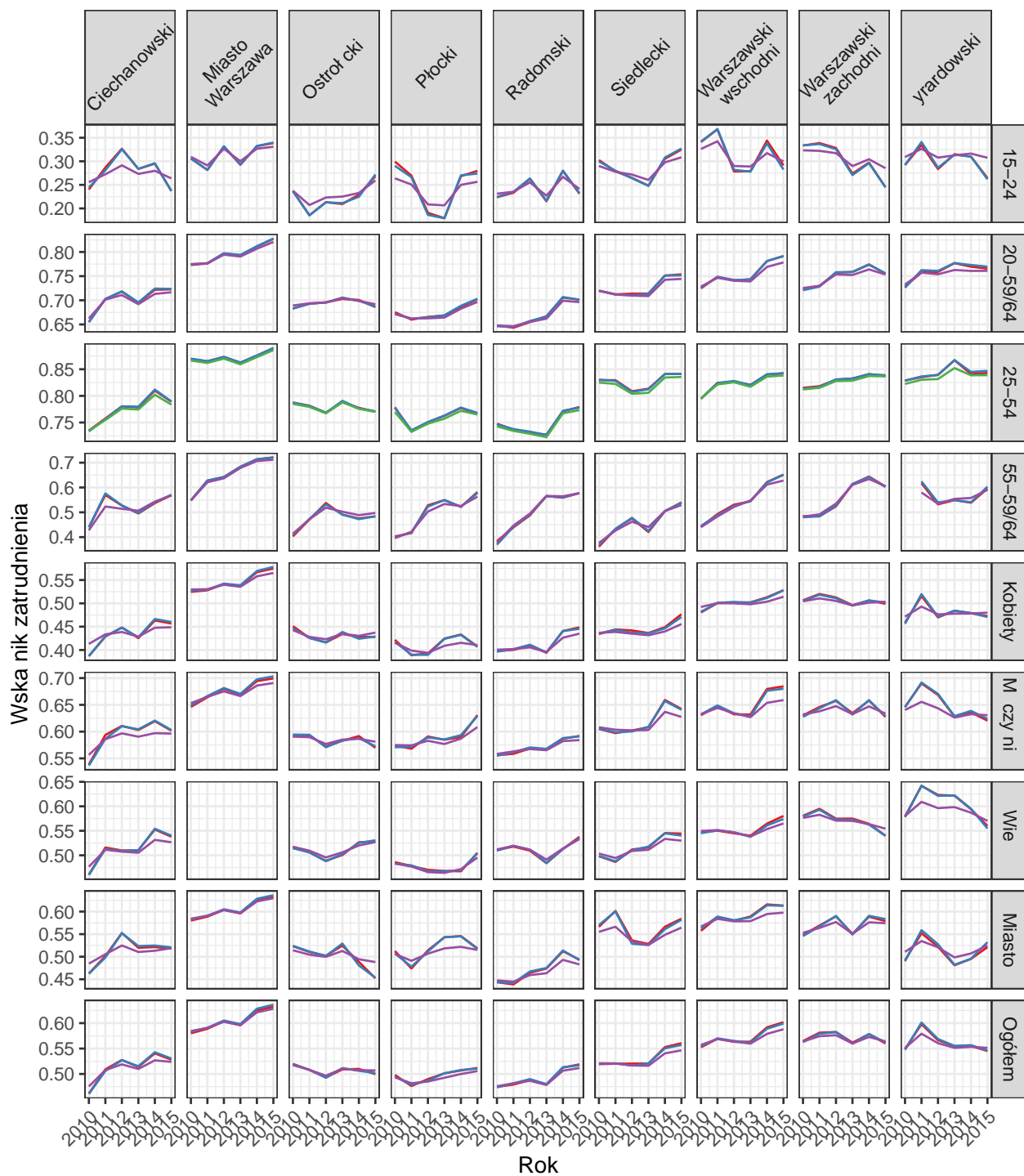
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: MAŁOPOLSKIE



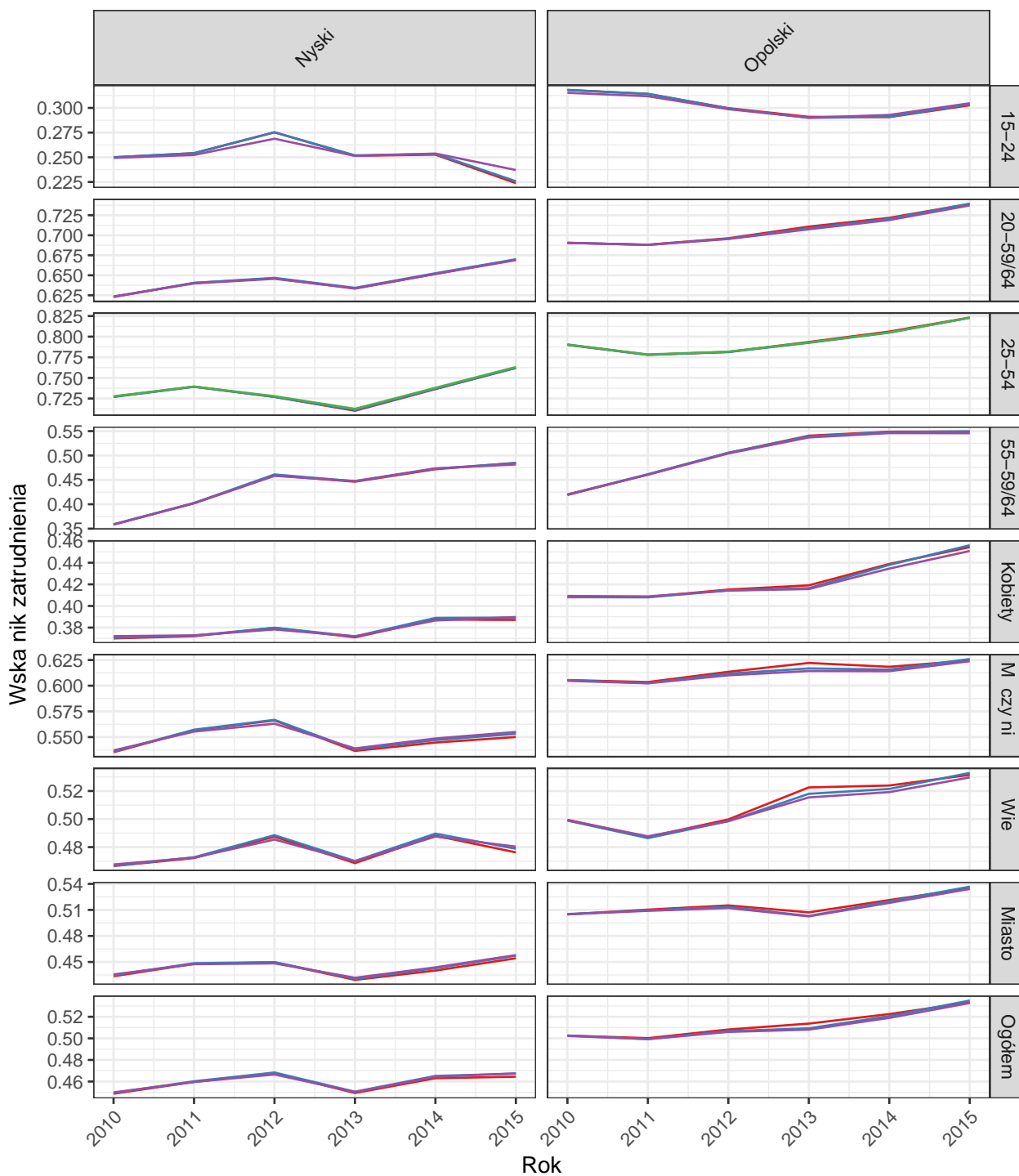
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: MAZOWIECKIE



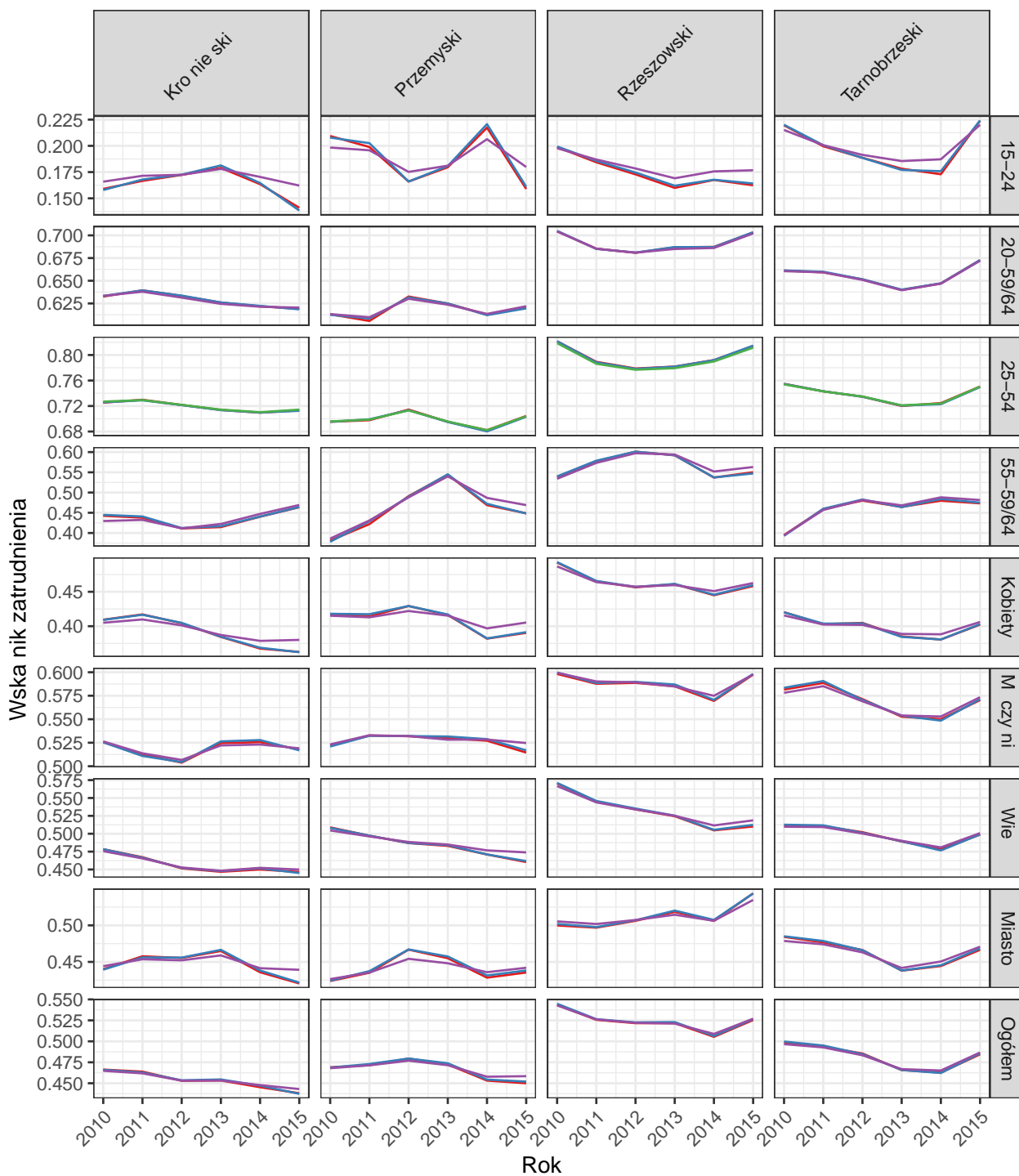
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: OPOLSKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

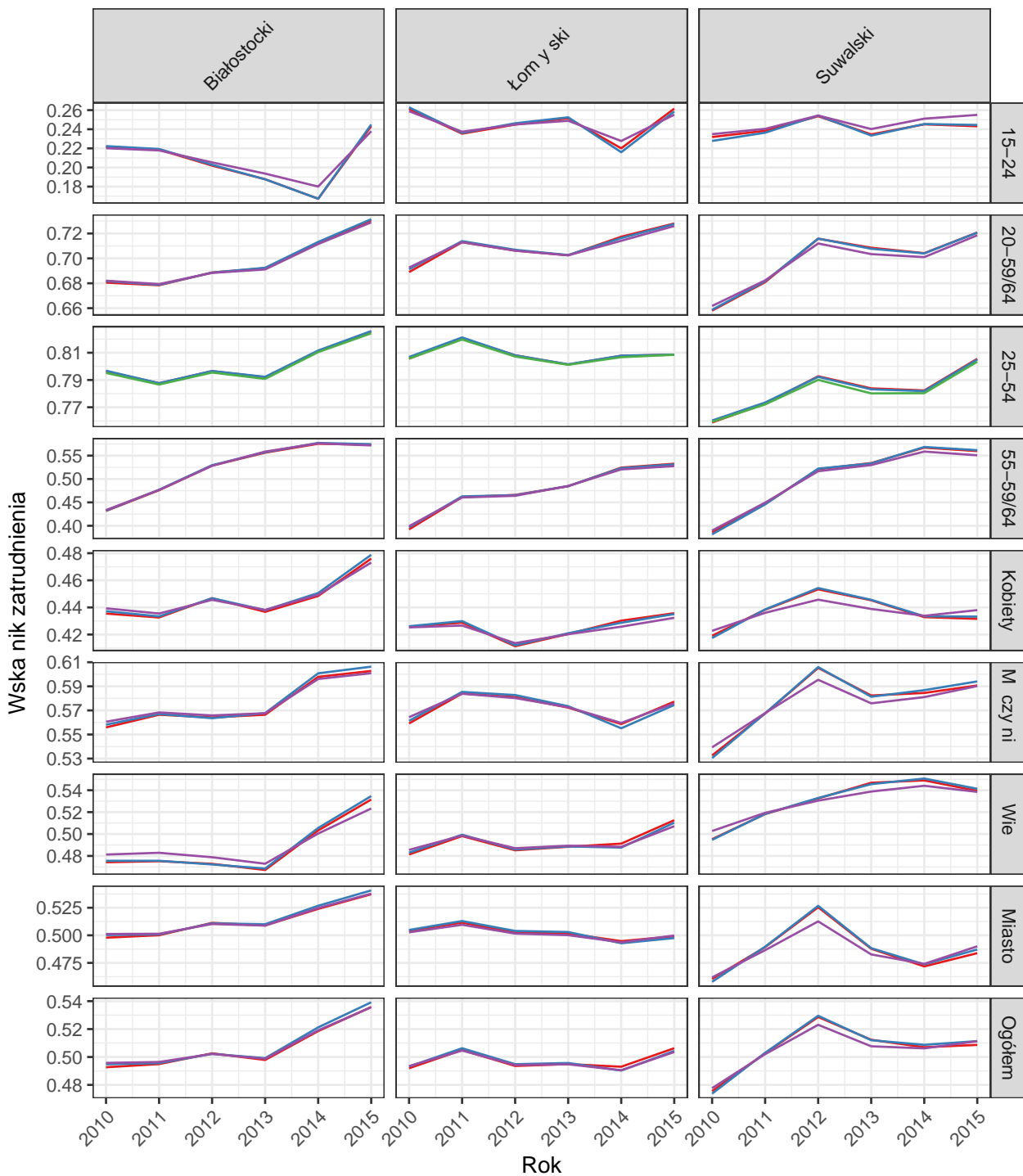
Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

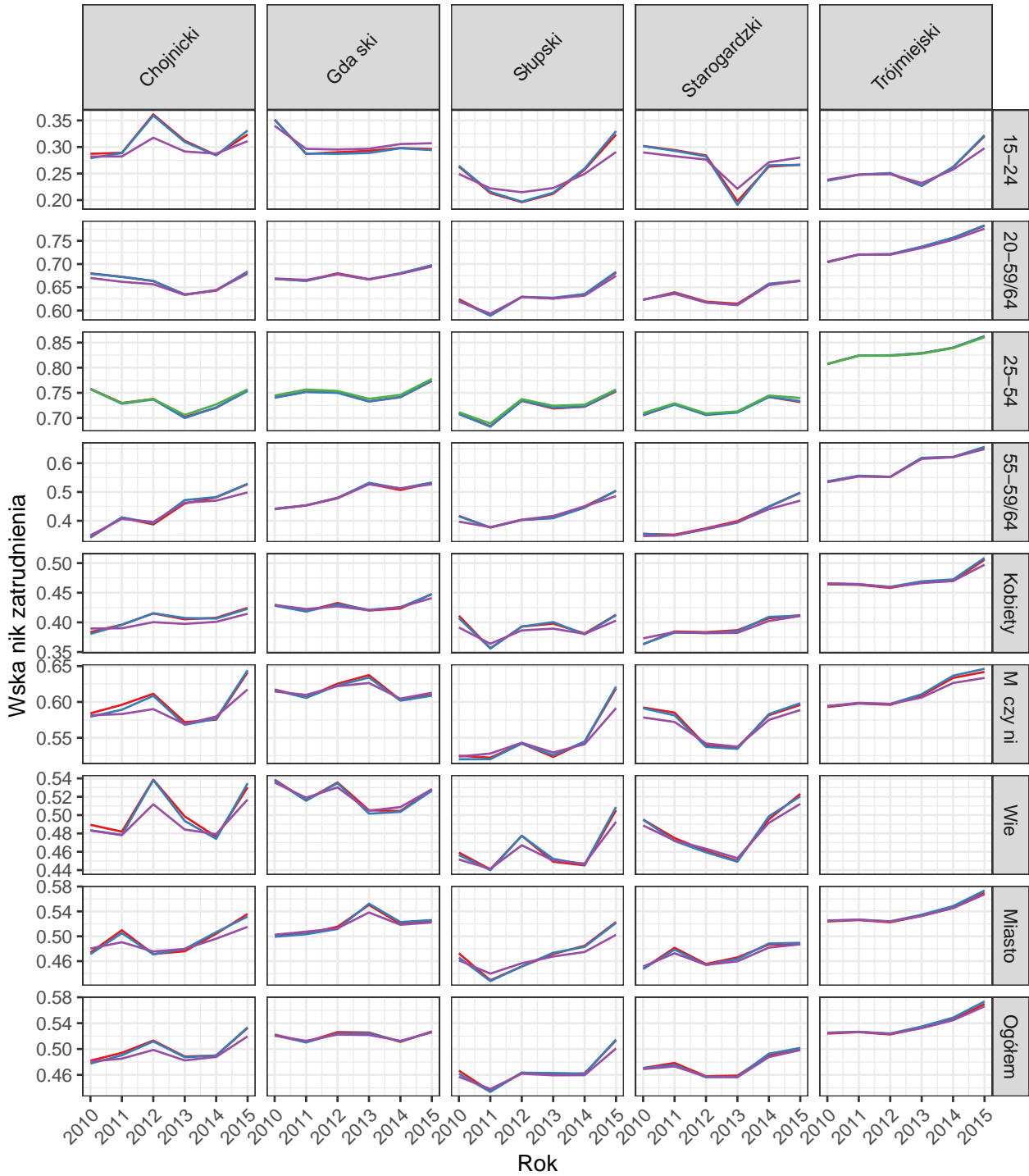


Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: PODLASKIE



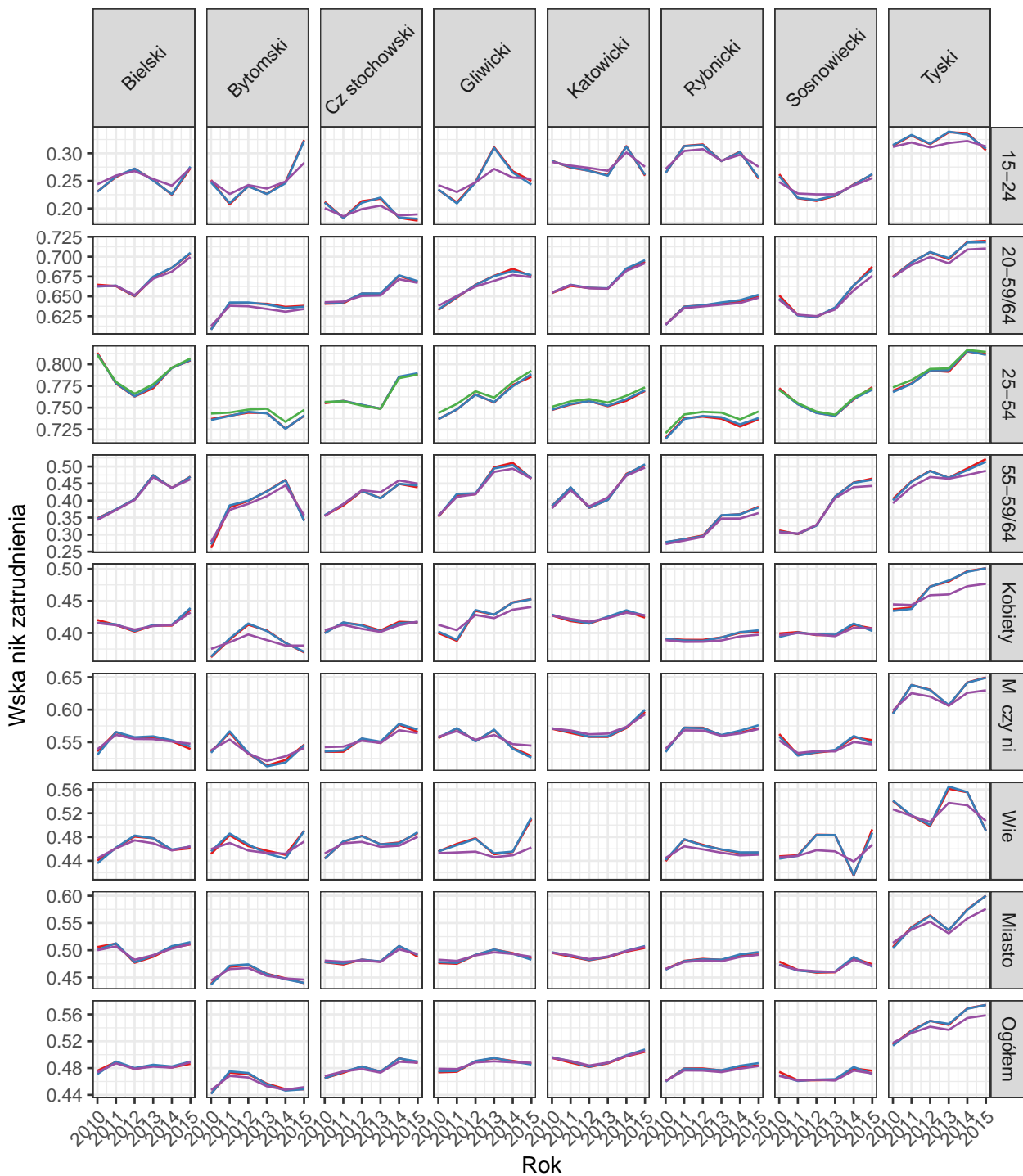
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: POMORSKIE



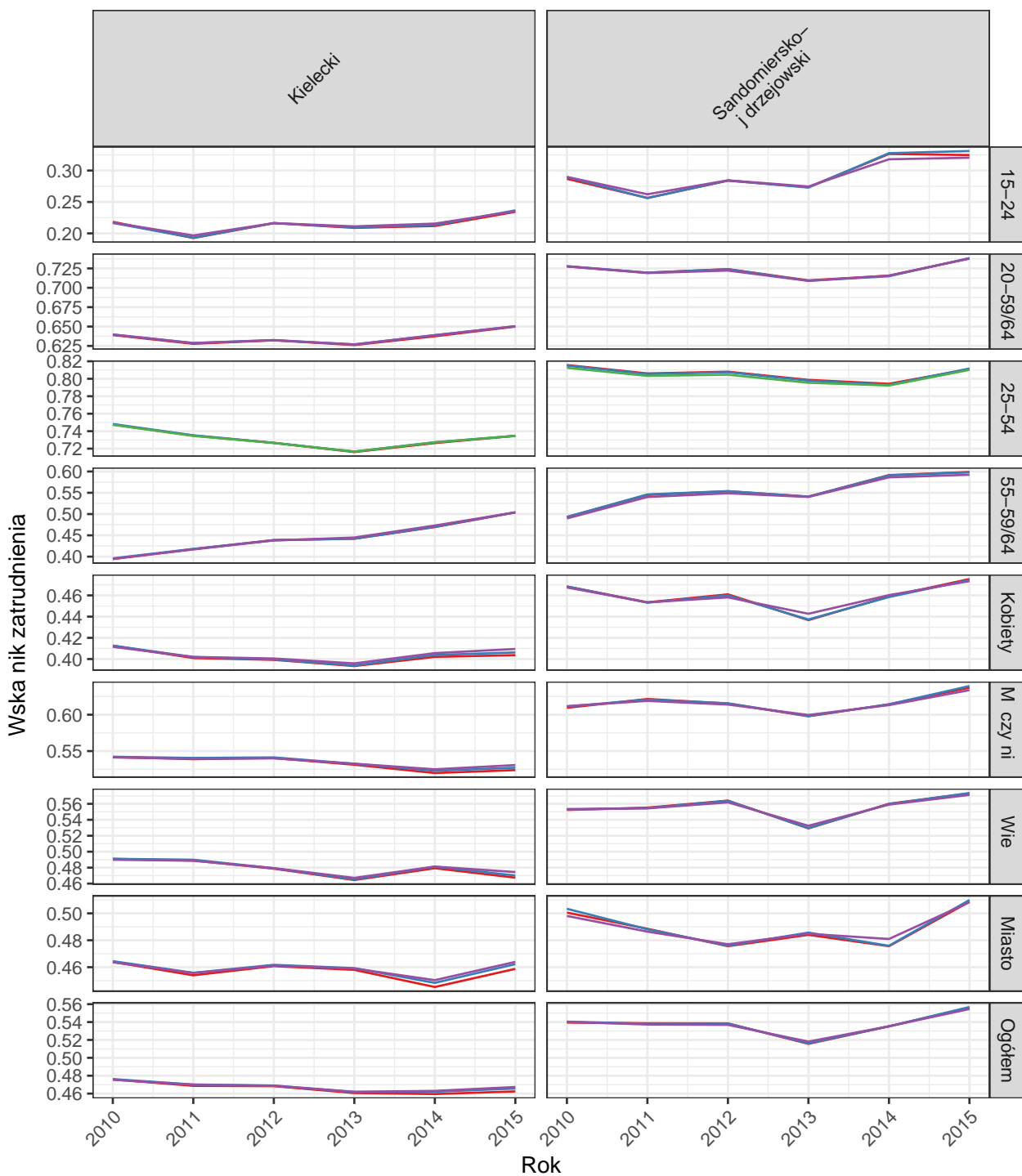
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: L SKIE



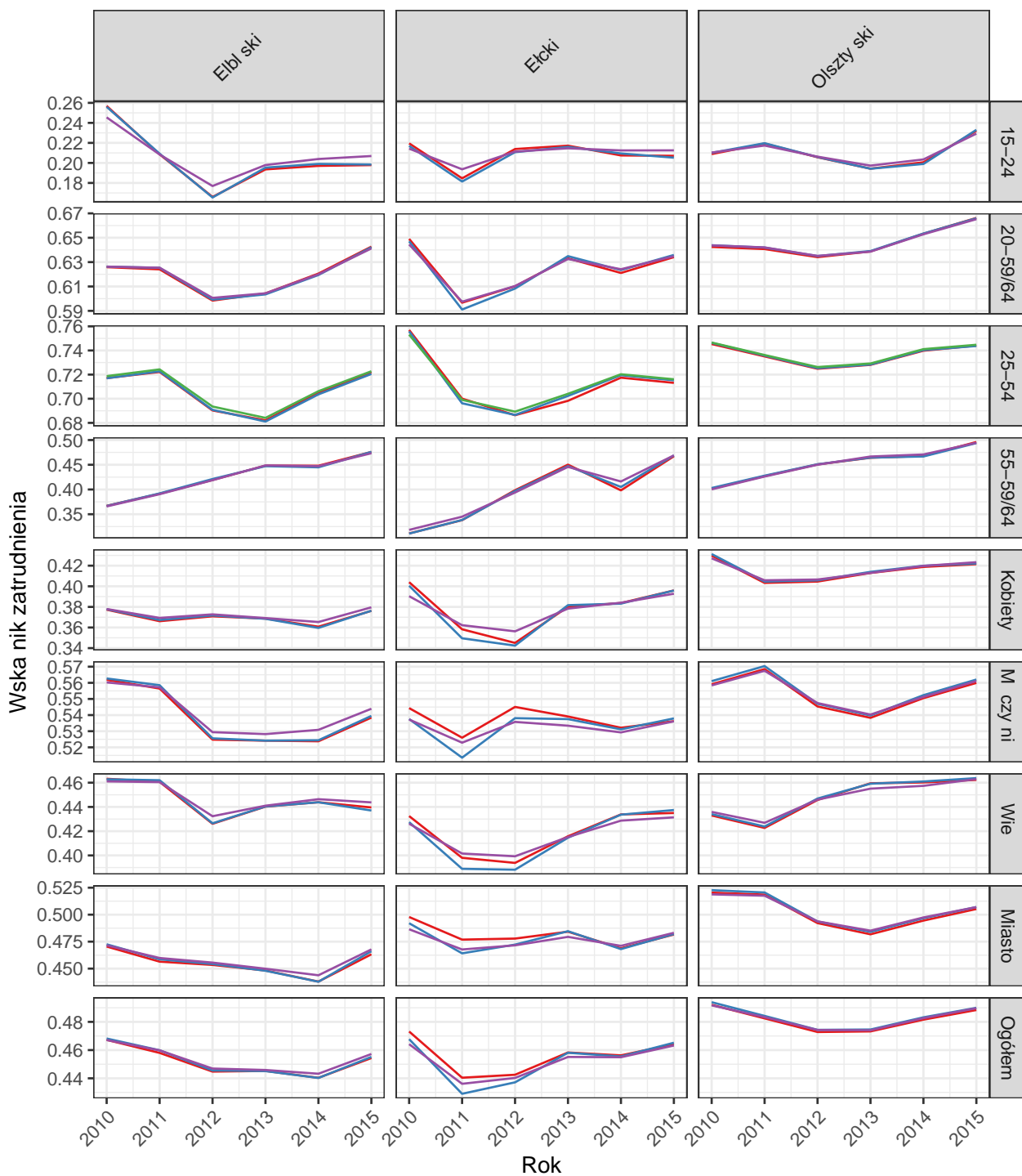
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: WI TOKRZYSKIE



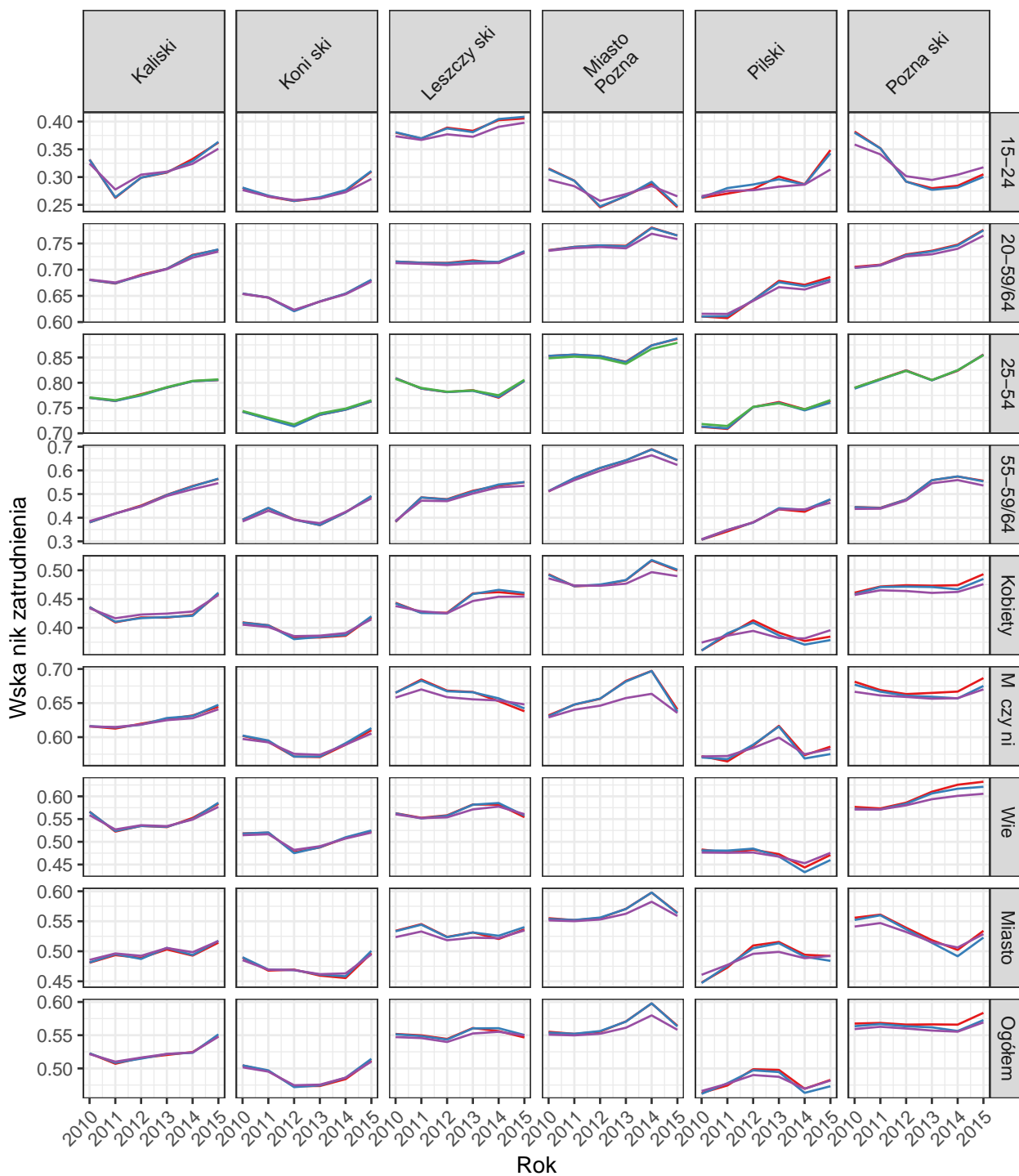
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: WARMI SKO-MAZURSKIE



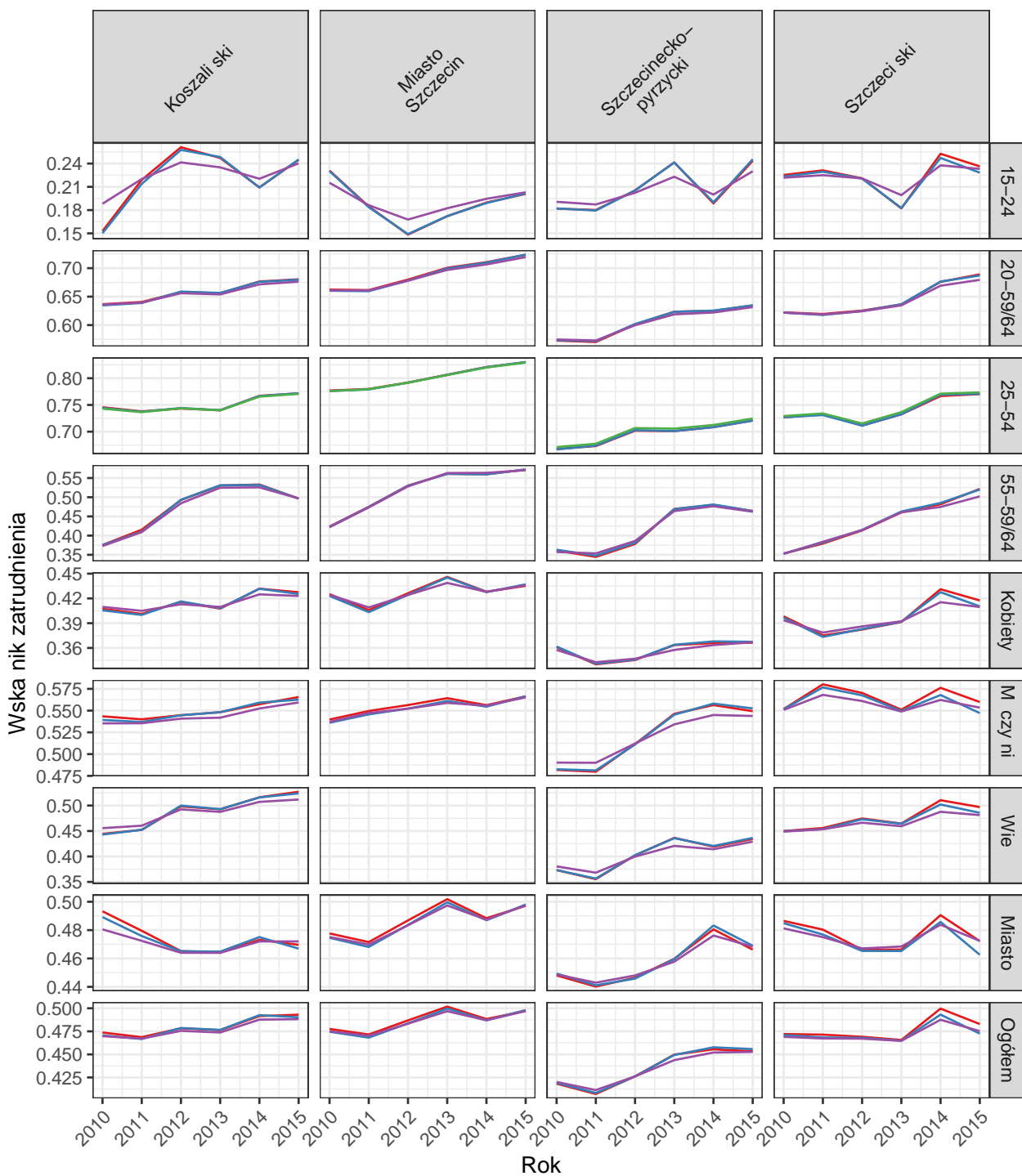
Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

Porównanie oszacowa według estymatorów dla wska nika zatrudnienia  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE

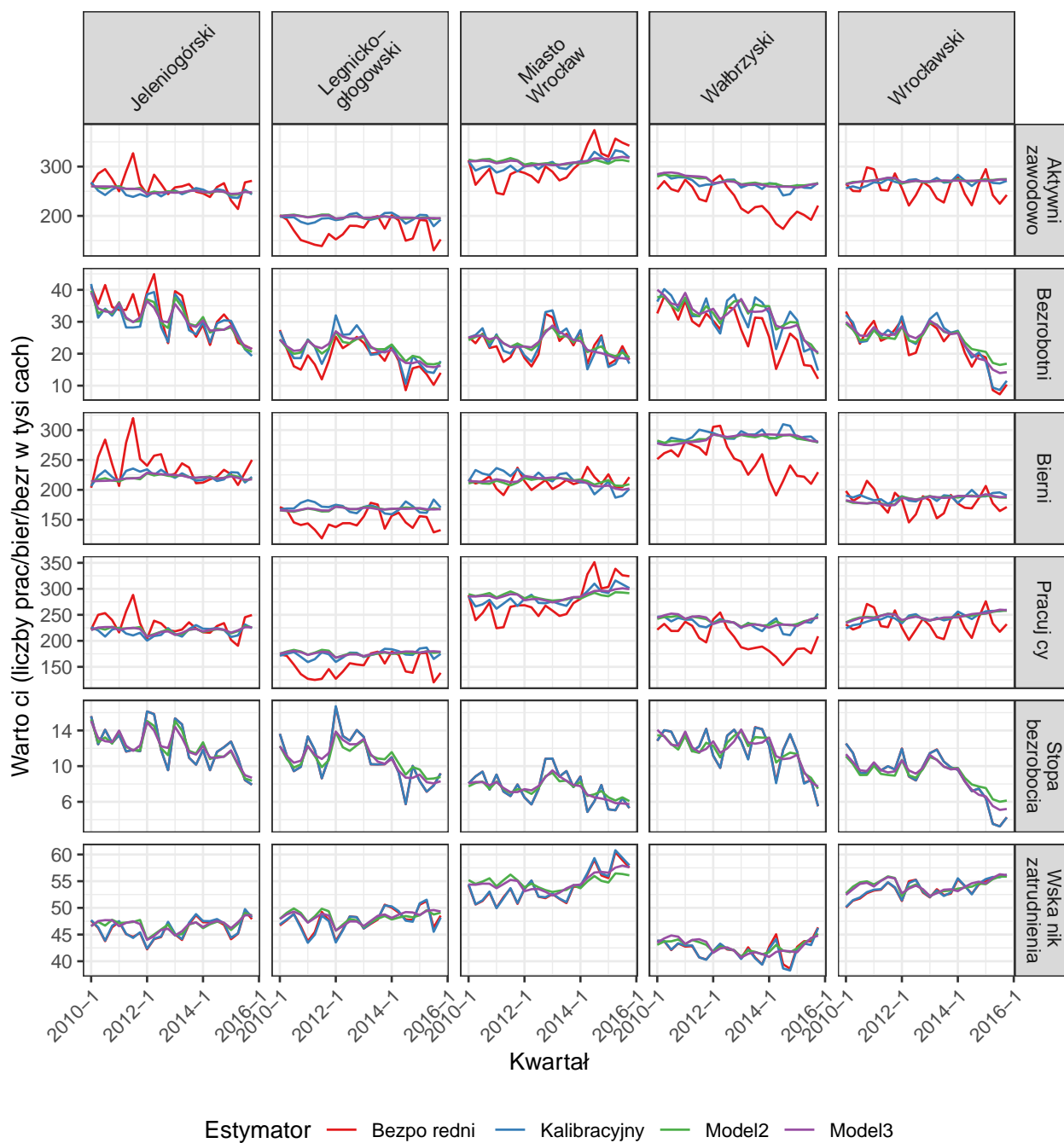


Estymator — Bezpo redni — Kalibracyjny — Model1 — Model2

## A.3 Szczegółowe wyniki dla oszacowań kwartalnych

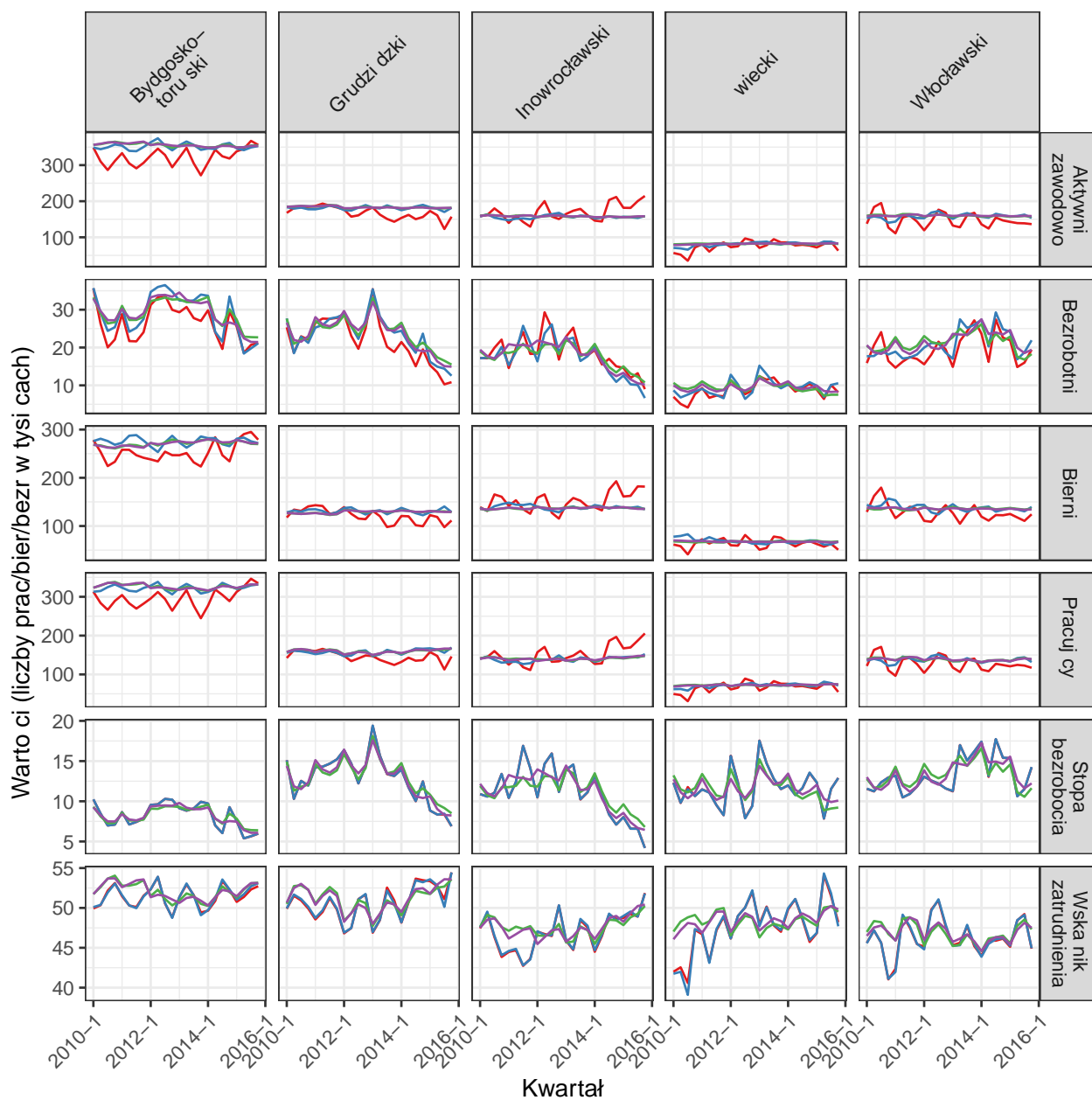
### *Detailed results for quarterly estimates*

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: DOLNO LASKIE



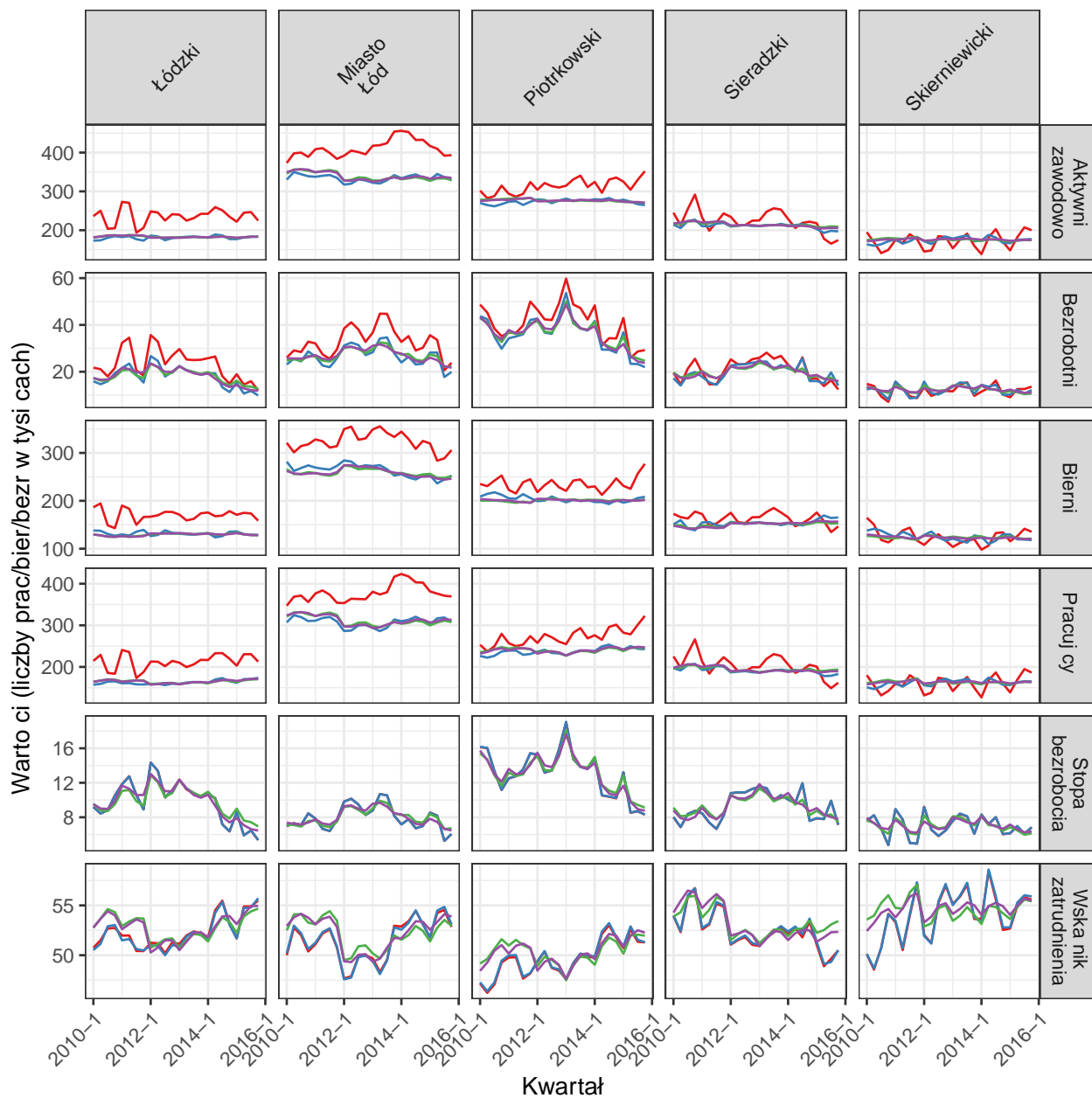


Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: KUJAWSKO-POMORSKIE



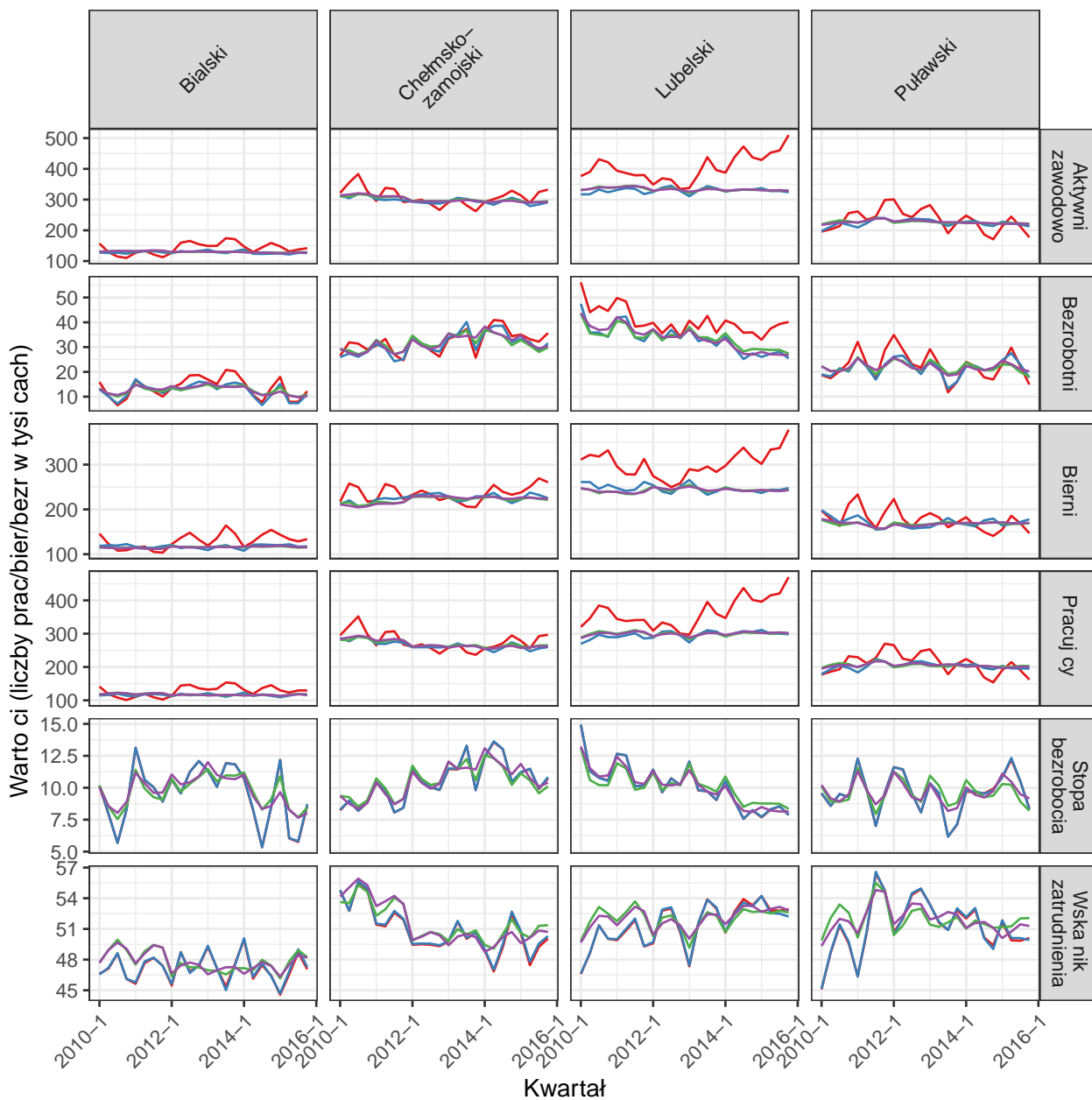
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: ŁÓDZKIE



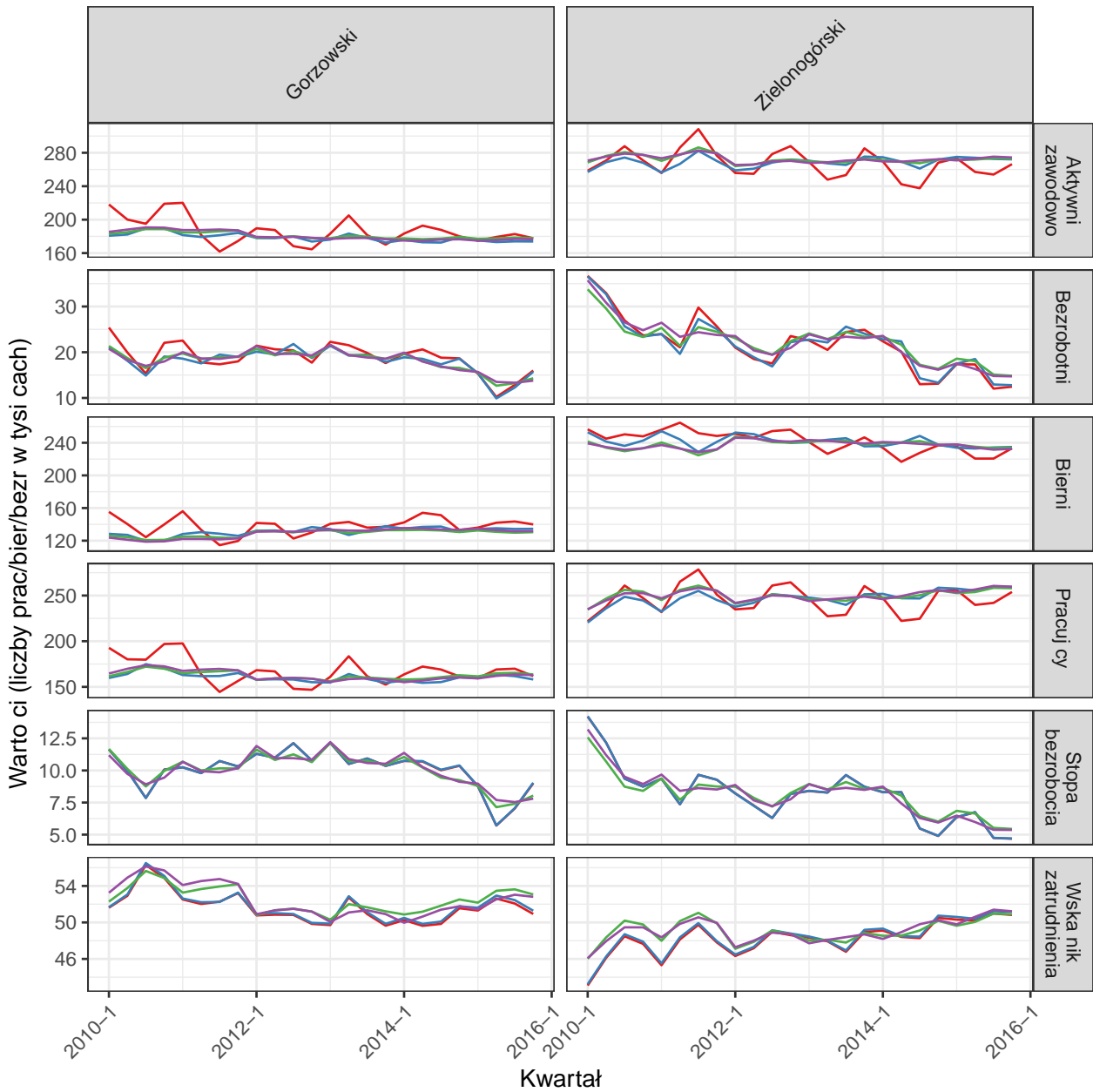
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowa według estymatorów i wskaźników  
Województwo: LUBELSKIE



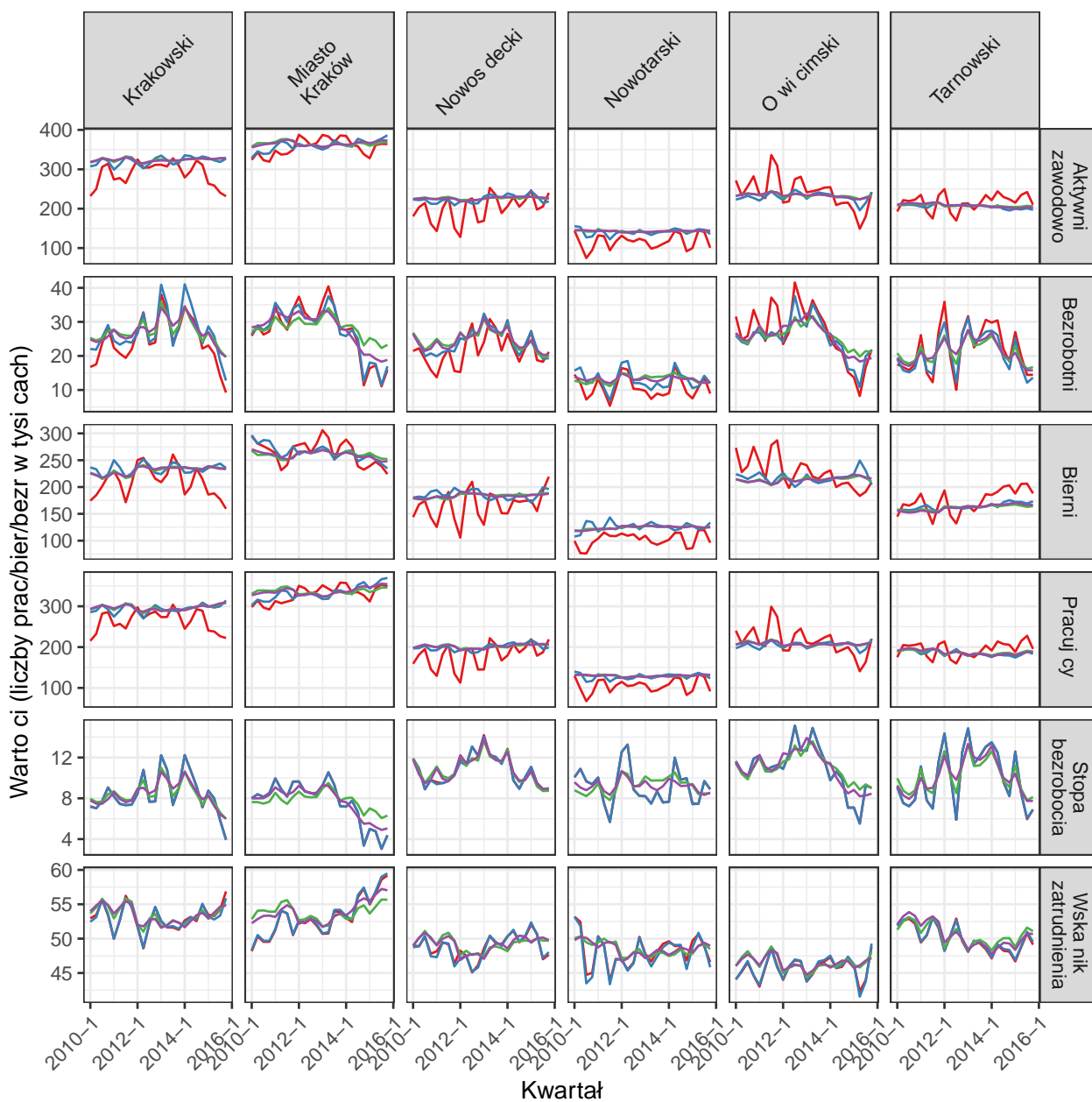
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowa według estymatorów i wskaźników  
Województwo: LUBUSKIE



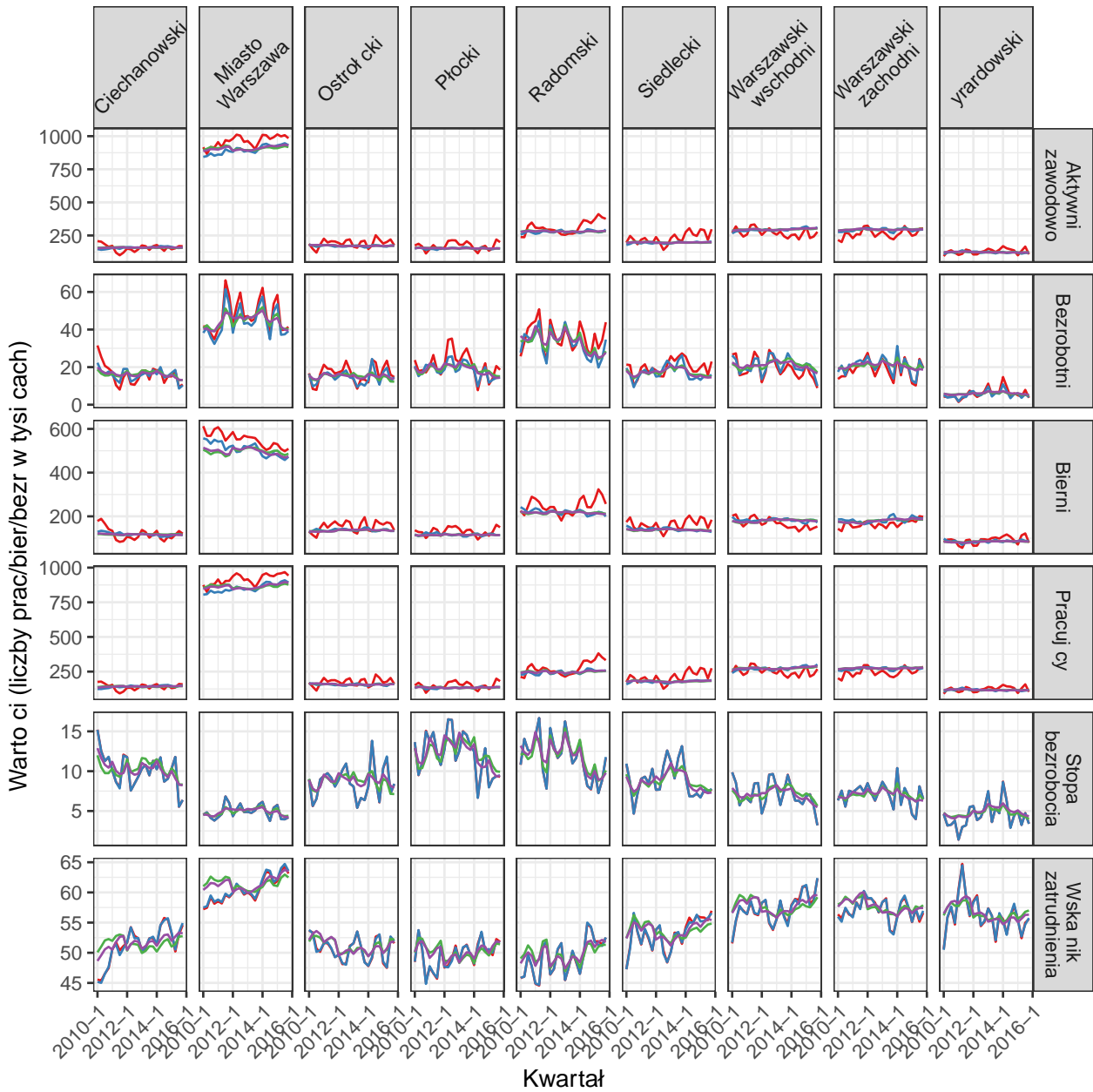
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: MAŁOPOLSKIE

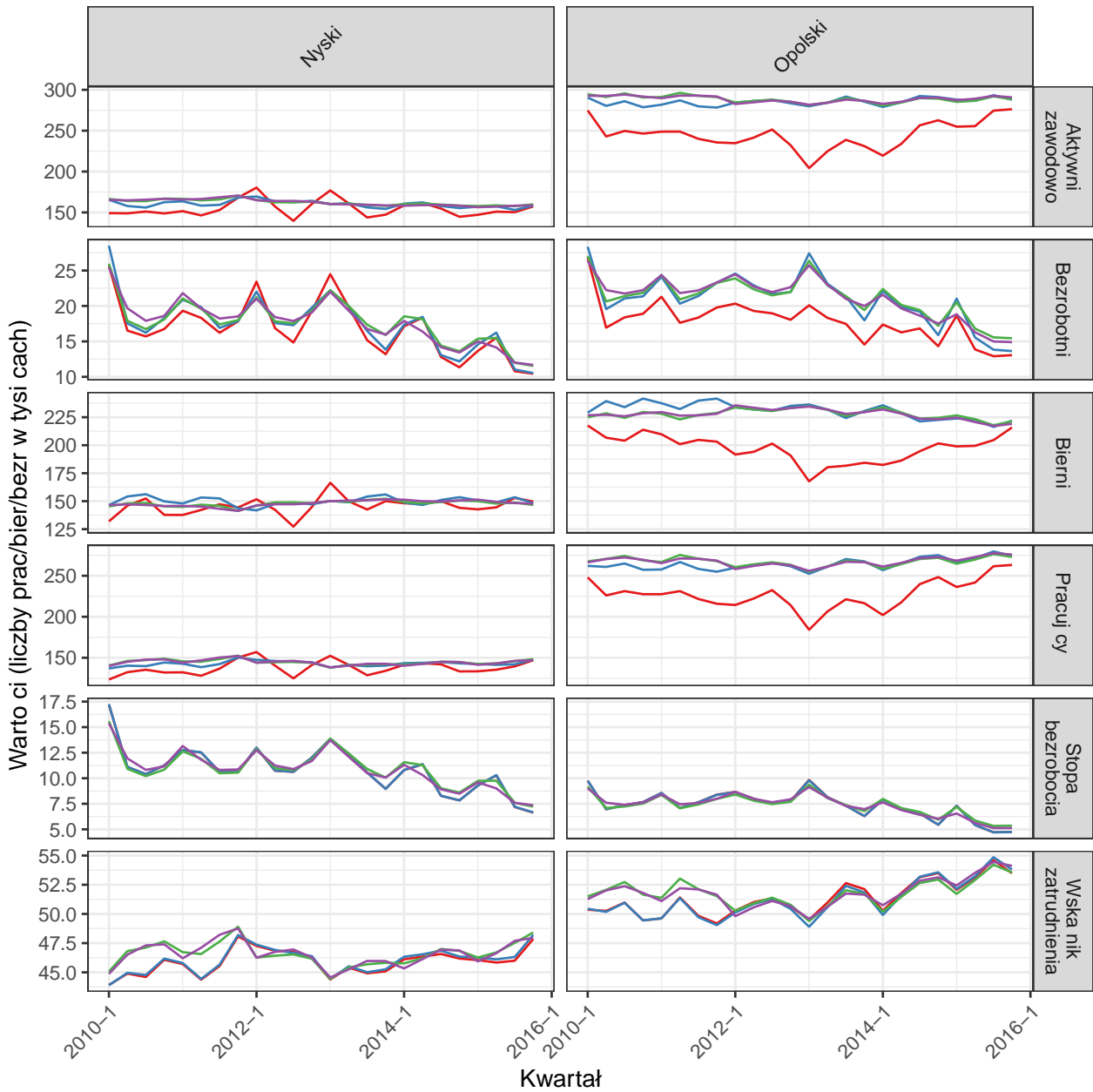


Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowa według estymatorów i wskaźników  
Województwo: MAZOWIECKIE



Porównanie oszacowa według estymatorów i wskaźników  
Województwo: OPOLSKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

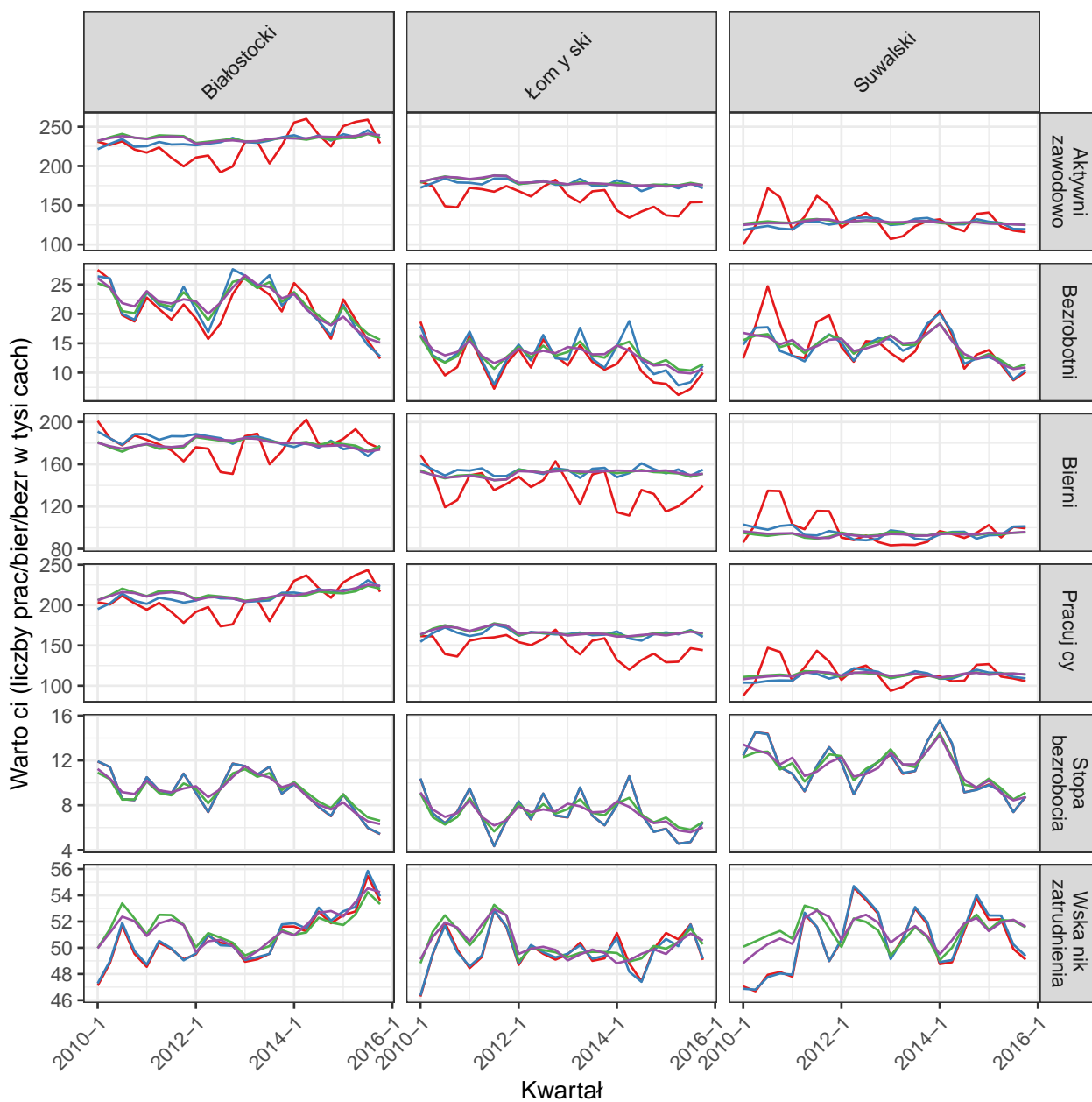
Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: PODKARPACKIE



Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

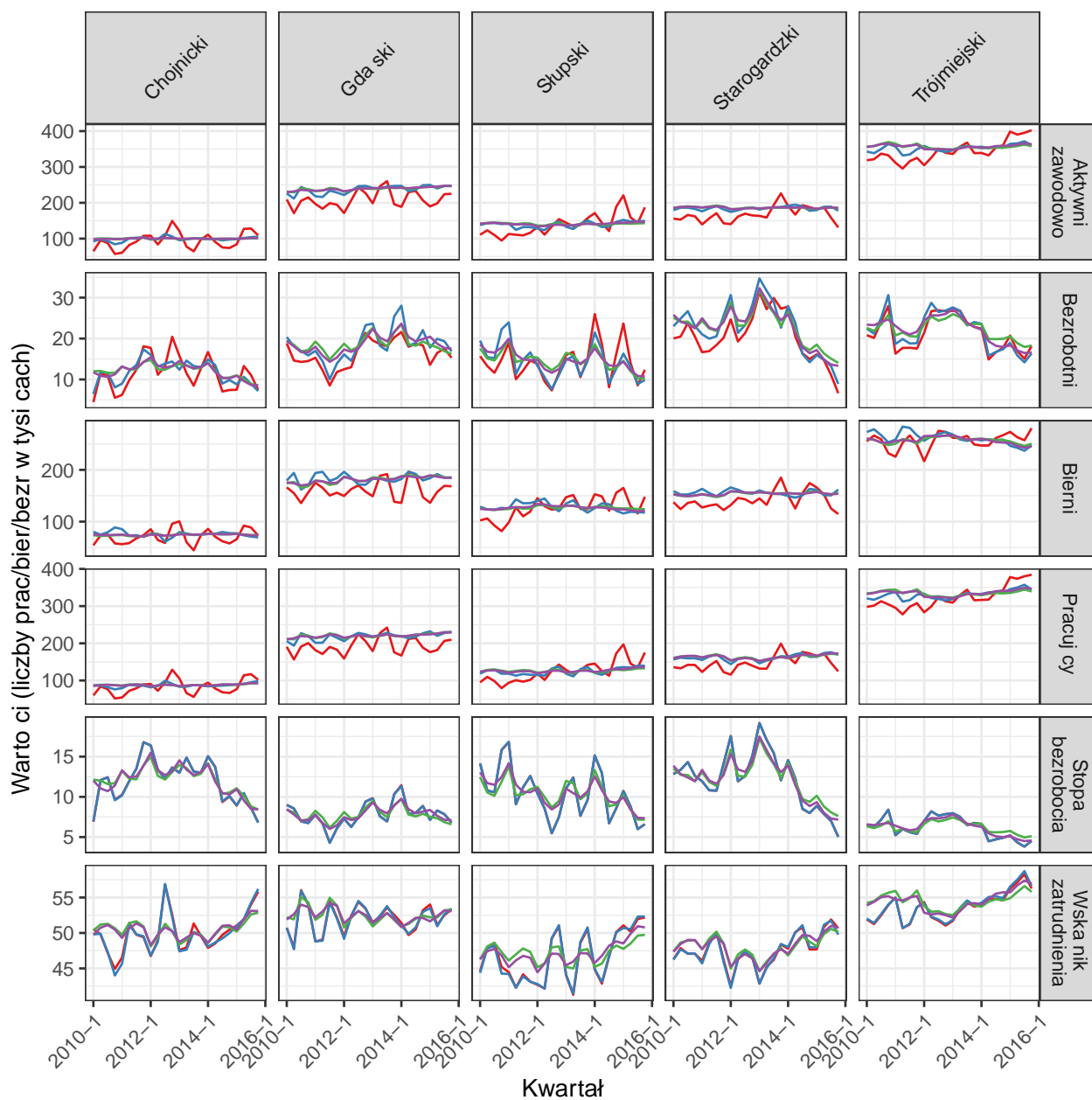


Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: PODLASKIE



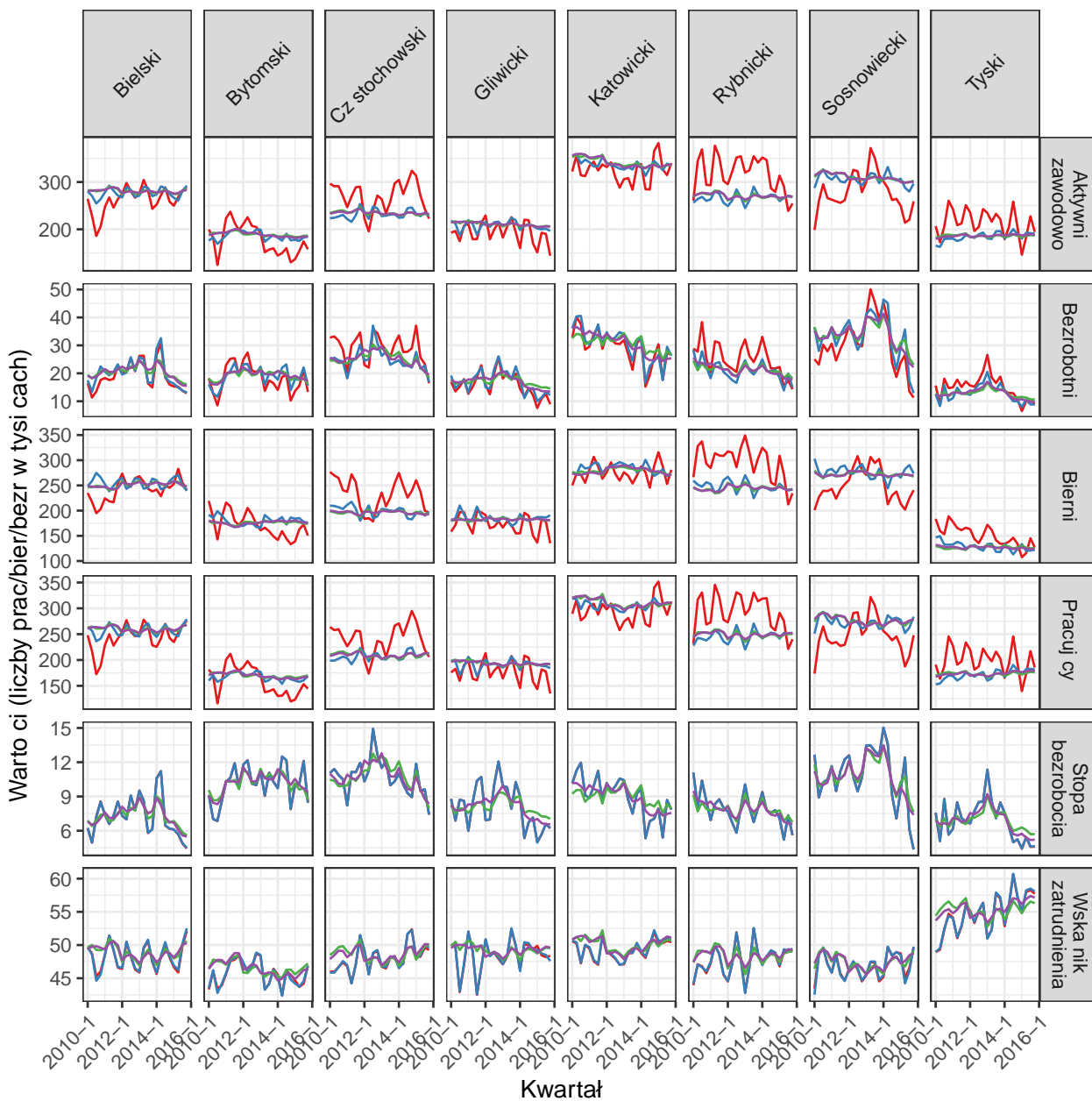
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: POMORSKIE



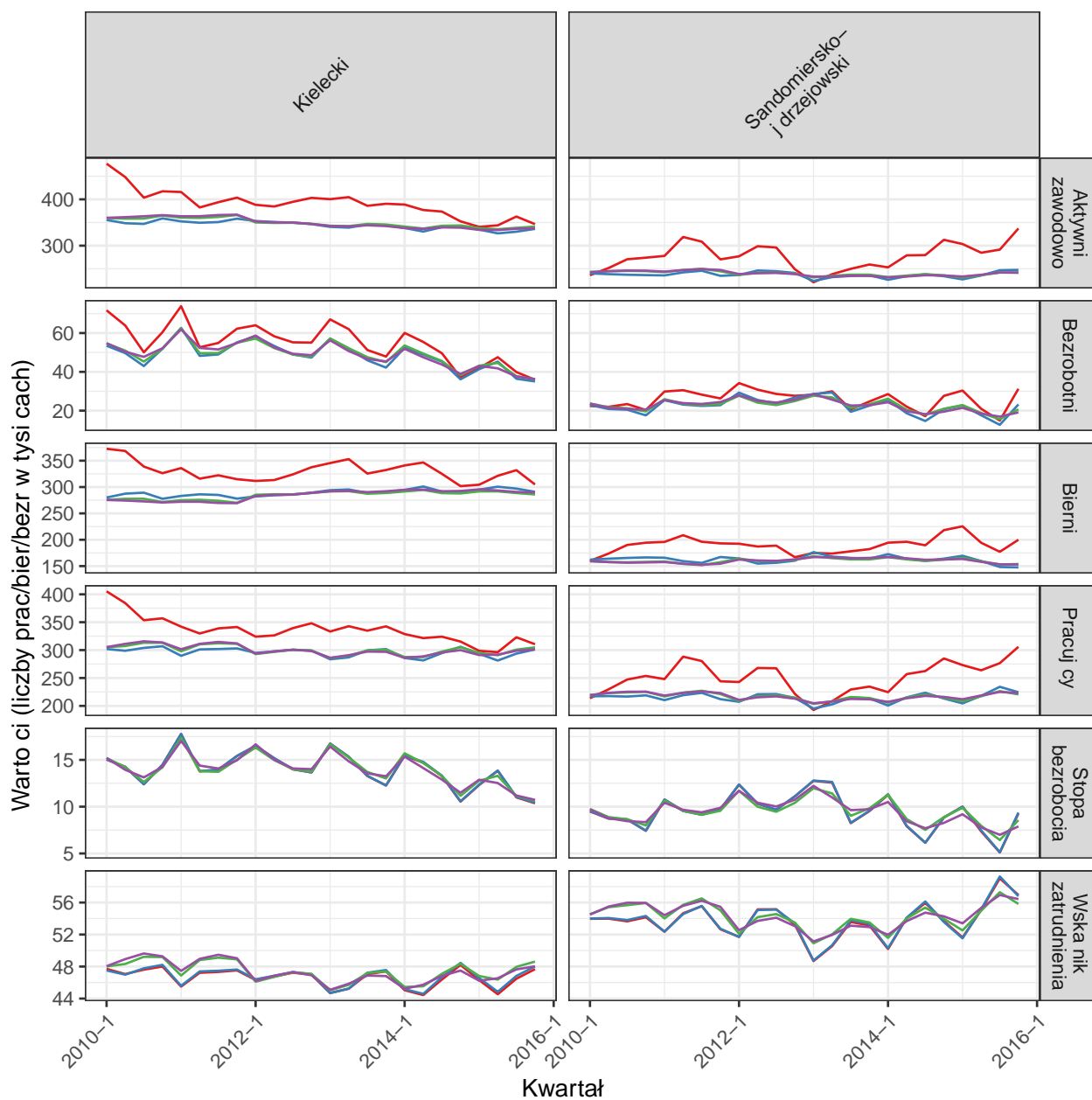
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: ŁSKIIE



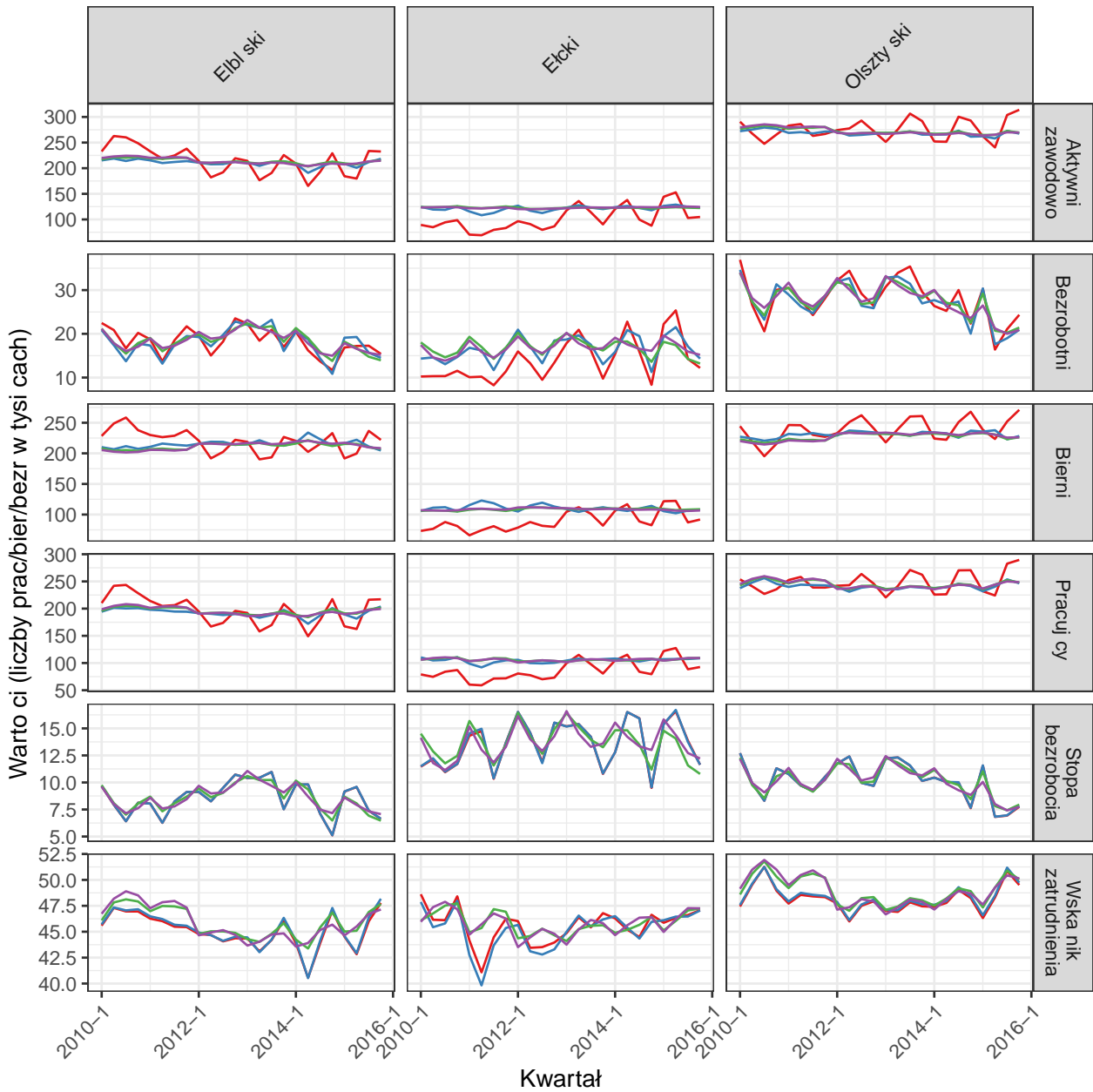
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: WI TOKRZYSKIE



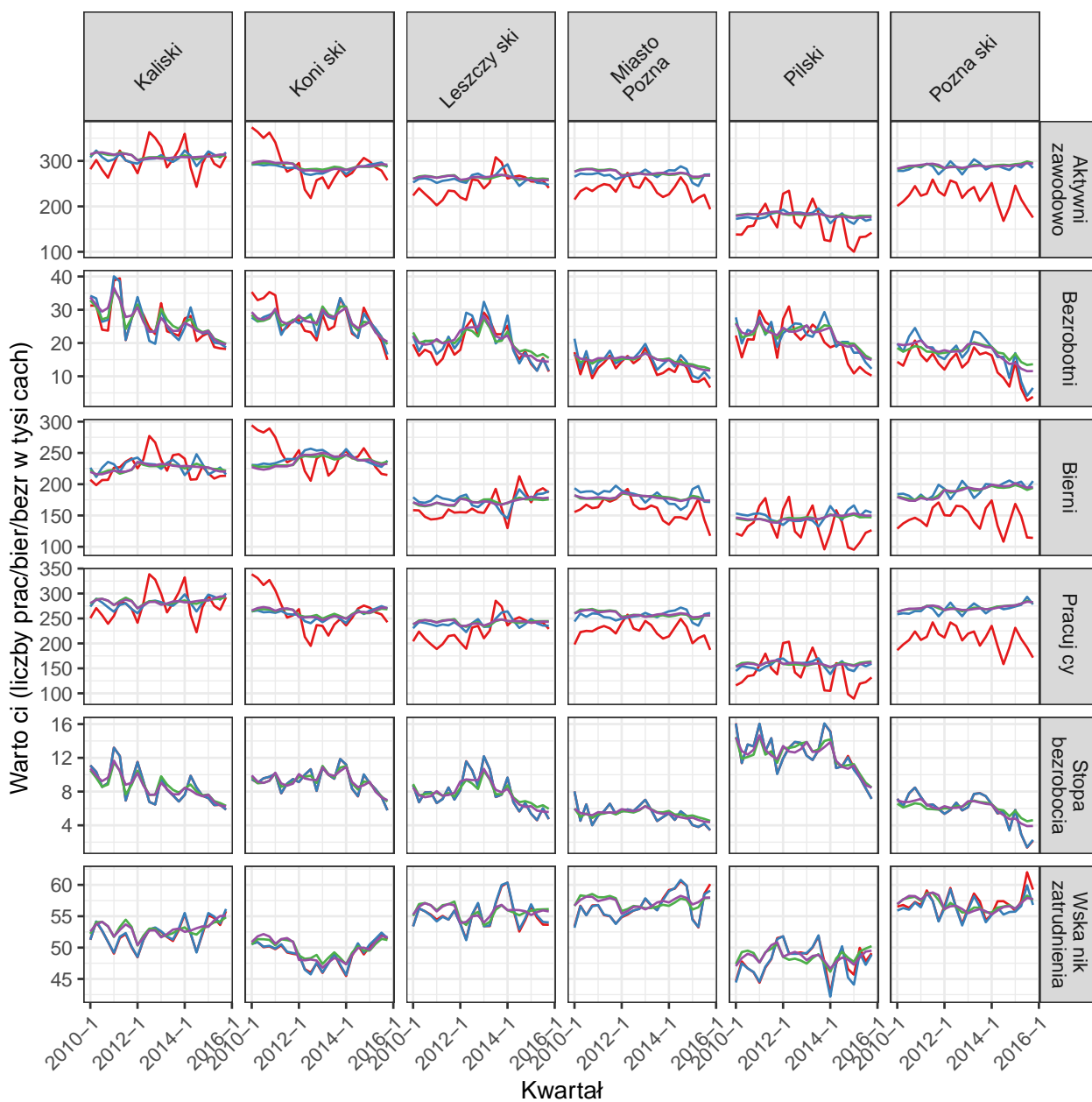
Estymator — Bezpośredni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: WARMIJSKO-MAZURSKIE



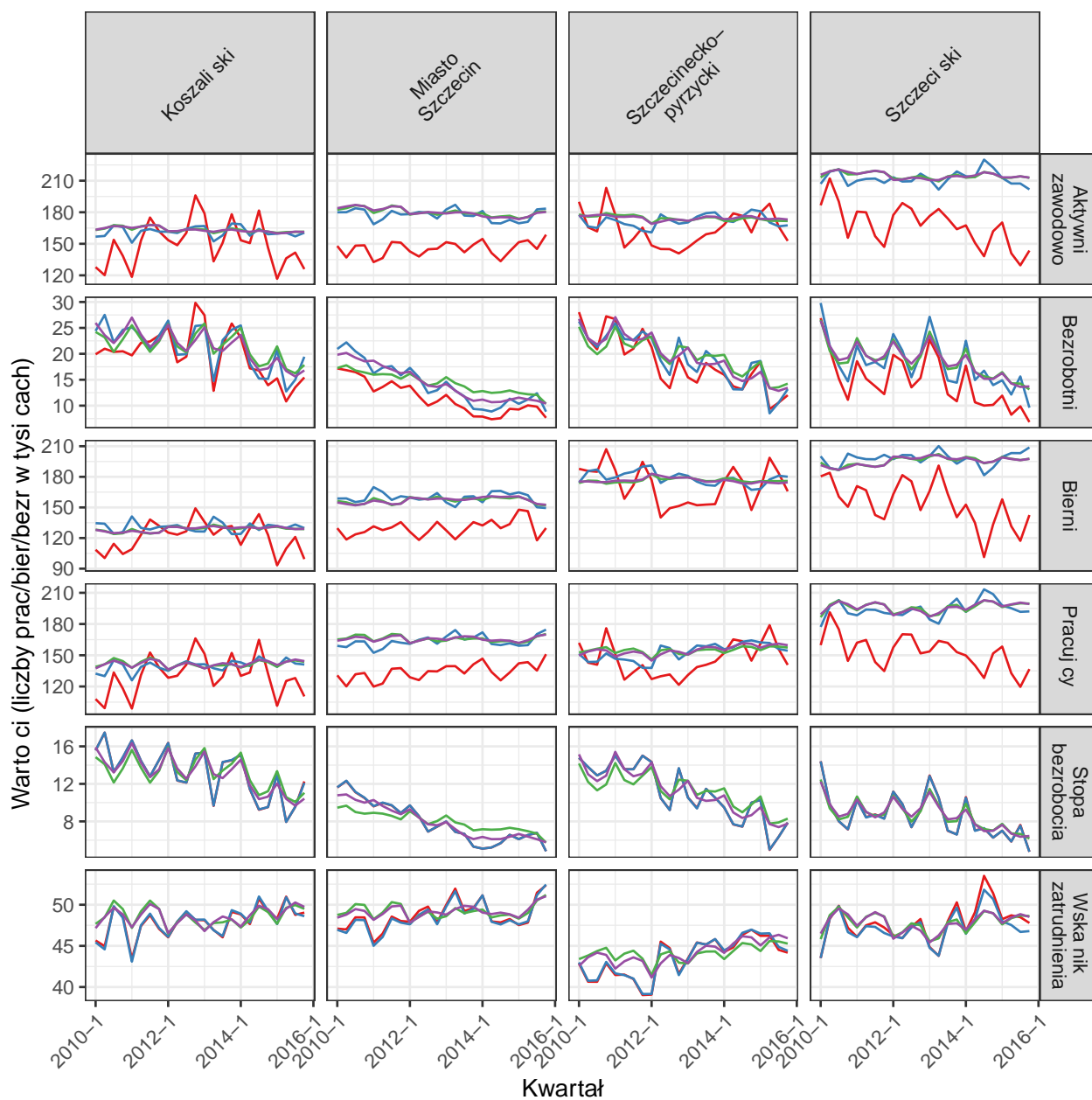
Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: WIELKOPOLSKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3

Porównanie oszacowań według estymatorów i wskaźników  
Województwo: ZACHODNIOPOMORSKIE



Estymator — Bezporedni — Kalibracyjny — Model2 — Model3